Probabilidad y Estadística I
Semana 5

Variables aleatorias discretas: modelos discretos de probabilidad, funciones de variables aleatorias

Profesor: Nicolás López MSc

Universidad del Rosario

Universidad del Rosario

Contenido

Universidad del Rosario

Introducción

Al realizar un experimento aleatorio, Ω puede ser arbitrario ó tedioso de describir:

- Al lanzar una moneda $\Omega = \{C, S\}$ con C representando cara y S sello, ó quizá $\Omega = \{H, T\}$ con H representando cara y T sello.
- Al buscar el primer enfermo de un conjunto de personas $\Omega = \{(E), (S, E), (S, S, E), (S, S, S, E)...\}$ siendo E la persona es enferma y S, sana.

Introducción

Por otra parte, puede que no estemos interesados en los resultados del experimento aleatorio en si mismos, sino en ciertos **valores numéricos** a partir de ellos:

- Al lanzar dos monedas una vez $\Omega = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$ puedo estar interesado en el número de caras obtenidas (0, 1 ó 2), más que en los $\omega \in \Omega$.
- Si nos interesan los ingresos de los servidores públicos de Colombia, al seleccionar uno de sus miembros, estamos interesados realmente en conocer su salario.
- ...

Universidad del Rosario

Introducción

Quizá sea buena idea hacer un **cambio de espacio**, en el cual sea menos difícil estudiar las propiedades de interés del experimento aleatorio:

- **Transportar** Ω a Ω', dónde Ω' es más fácil de estudiar.

Un espacio numérico que **estandarice** las propiedades de experimentos aleatorios similares.

Universidad del Rosario

Introducción

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda una vez

Experimento aleatorio Lanzamiento de una moneda una vez.
Espacio muestral (de **salida**) $\Omega = \{C, S\}$.
Regla de asignación Número de caras observadas.
Espacio muestral (de **llegada**) $\Omega' = \{1, 0\}$.

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda dos veces

Experimento aleatorio Lanzamiento de una monedas dos veces.
Espacio muestral (de **salida**) $\Omega = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Regla de asignación Número de caras observadas.
Espacio muestral (de **llegada**) $\Omega' = \{2, 1, 0\}$.

La idea es estudiar las características del experimento aleatorio ahora desde este nuevo espacio Ω', el cual es más sencillo de manipular.

Universidad del Rosario

Introducción

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda una vez

Experimento aleatorio Lanzamiento de una moneda una vez.
Espacio muestral (de **salida**) $\Omega = \{C, S\}$.
Regla de asignación Número de caras observadas.
Espacio muestral (de **llegada**) $\Omega' = \{1, 0\}$.

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda dos veces

Experimento aleatorio Lanzamiento de una monedas dos veces.
Espacio muestral (de **salida**) $\Omega = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Regla de asignación Número de caras observadas.
Espacio muestral (de **llegada**) $\Omega' = \{2, 1, 0\}$.

La idea es estudiar las características del experimento aleatorio ahora desde este nuevo espacio Ω', el cual es más sencillo de manipular.

Variable aleatoria

Una regla (o también llamada *función*) X la cual está determinada por el resultado del experimento aleatorio, es decir, asigna a cada elemento $\omega \in \Omega$ un elemento $X(\omega) = x \in \Omega'$.

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda dos veces

Experimento aleatorio Lanzamiento una moneda dos veces.
Espacio muestral $\Omega = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Variable aleatoria $X=$ *Número de caras observadas*.
Valores de la v.a

$$X\left((C, C)\right) = 2$$

$$X\left((C, S)\right) = 1$$

$$X\left((S, C)\right) = 1$$

$$X\left((S, S)\right) = 0$$

.

Variable aleatoria

Ejemplos

Algunos otros ejemplos de variables aleatorias (v.a.) son

1. $W=$ *Número de defectos observados en el proceso de fabricación*.
2. $Y=$ *Número de cestas realizadas en un partido de baloncesto*.
3. $Z=$ *Calificaciones de los estudiantes del curso de Estadística*.
4. $T=$ *Tiempo de espera en línea para la toma de un pedido*.

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda dos veces

Volviendo al lanzamiento de una moneda dos veces, es claro que si la probabilidad de obtener cara es $p \in [0, 1]$, el vector de probabilidades en el espacio de salida Ω está dado por:

$$
\begin{aligned}
P(E_1) &= P(\{(C, C)\}) = p * p \\
P(E_2) &= P(\{(C, S)\}) = p * (1 - p) \\
P(E_3) &= P(\{(S, C)\}) = (1 - p) * p \\
P(E_4) &= P(\{(S, S)\}) = (1 - p) * (1 - p)
\end{aligned}
$$

Conformado por 4 eventos simples.

Ejemplo. Lanzamiento de una moneda dos veces

Por otra parte, el vector de probabilidades para el espacio de llegada Ω' está dado por:

$$\begin{aligned}
P(X=2) &= P(\{\omega \in \Omega : X(\omega)=2\}) = P(\{(C,C)\}) = p * p \\
P(X=1) &= P(\{\omega \in \Omega : X(\omega)=1\}) = P(\{(C,S),(S,C)\}) \\
&= p*(1-p) + (1-p)*p = 2p*(1-p) \\
P(X=0) &= P(\{\omega \in \Omega : X(\omega)=0\}) = P(\{(S,S)\}) = (1-p)*(1-p)
\end{aligned}$$

Conformado por 3 eventos simples. En general asumimos que $\Omega' = \mathrm{R}$, con lo cual la variable X del ejemplo es una variable aleatoria **real**.

Contenido

Universidad del Rosario

Cuantificación del experimento aleatorio

Introducción

Ahora que tenemos los valores numéricos a partir del experimento aleatorio transportado a **real**, **hemos formalizado la definición de una variable estadística**. También podemos formalizar características como:

- Promedio de la v.a.
- Varianza de la v.a.
- ...

Para ello diferenciamos dos tipos de variables aleatorias reales:

- **Discretas**: Toman un conjunto discreto de valores en $\mathbb{R}$.
- **Continuas**: Toman un conjunto continuo de valores en $\mathbb{R}$.

Ejercicio. Lanzamiento de una moneda tres veces

La misma moneda de los ejemplos anteriores es lanzada ahora tres veces:

1. ¿A qué es igual es espacio muestral del experimento?
2. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral del experimento?
3. Si nos interesa el número de caras obtenidas en los lanzamientos ¿cómo debe definirse la v.a real correspondiente?
4. ¿Es la v.a. definida en el punto anterior discreta o continua?
5. ¿A qué es igual el vector de probabilidades del espacio de llegada $\mathbb{R}$?

Ejercicio. Lanzamiento de una moneda tres veces

1. ¿A qué es igual es espacio muestral del experimento?. Por comprensión: $\Omega = \{(r_1, r_2, r_3) : r_i \in \{C, S\}, i = 1, 2, 3\}$
2. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral del experimento?. Por la regla fundamental del conteo extendida, $|\Omega| = 2 \times 2 \times 2 = 8$.
3. Si nos interesa el número de caras obtenidas en los lanzamientos ¿cómo debe definirse la v.a real correspondiente?. En este caso, $X =$ *Número de caras obtenidas en la ejecución del experimento*.
4. ¿Es la v.a. definida en el punto anterior discreta o continua?. La variable es discreta, pues toma los valores en $\{0, 1, 2, 3\}$, los cuales son una colección discreta de valores en $\mathbb{R}$.

Ejercicio. Lanzamiento de una moneda tres veces

5 ¿A qué es igual el vector de probabilidades del espacio de llegada R?. Este vector se puede resumir de la siguiente forma:

$$P(X = x) = \begin{cases} (1-p)*(1-p)*(1-p) & \text{si } x = 0 \\ 3*p*(1-p)*(1-p) & \text{si } x = 1 \\ 3*p*p*(1-p) & \text{si } x = 2 \\ p*p*p & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

La **función másica de probabilidad** (fmp) para una variable aleatoria real **discreta** X con valores $x_1, \ldots$ está dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} P(X = x) & \text{si } x = x_1, \ldots \\ 0 & \text{en otro caso (eoc)} \end{cases}$$

Se destaca que fuera del rango de la función X, la probabilidad es siempre 0.

Variables aleatorias discretas

Función másica de probabilidad. Propiedades

Note que:

1. Por la normalización de P, $\sum_x f(x) = 1$.
2. Por la aditividad de P, $P(X \in S) = \sum_{x \in S} f(x)$.

Universidad del Rosario

La **función de distribución** (fdp) para una variable aleatoria real **discreta** X con valores $x_1, ...$ está dada por

$$F_X(x) = P(X \leq x) \qquad \text{para } x \in \mathrm{R}$$

Se destaca que $F_X(x)$ está definida para cualquier real.

Ejercicio. Lanzamiento de una moneda tres veces

6 ¿A qué es igual la función de distribución de la variable aleatoria real discreta X?. Tenga en cuenta que en el caso discreto se tiene que los valores posibles de la variable definen los *saltos* que tendrá la función de distribución.

Ejercicio. Lanzamiento de una moneda tres veces

6 ¿A qué es igual la función de distribución de la variable aleatoria real discreta X?. En este caso se tiene que los valores posibles de la variable definen los *saltos* que tendrá la función de distribución:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ (1-p)*(1-p)*(1-p) & \text{si } x \geq 0 \text{ y } x < 1 \\ (1-p)*(1-p)*(1-p) + 3*p*(1-p)*(1-p) & \text{si } x \geq 1 \text{ y } x < 2 \\ (1-p)*(1-p)*(1-p) + 3*p*(1-p)*(1-p) + 3*p*p*(1-p) & \text{si } x \geq 2 \text{ y } x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Note que para cualquier $x \in \mathrm{R}$ puede calcular $F_X(x)$ aún siendo X discreta.

¿A qué es igual $F_X(x)$ si $p = 0{,}5$?

Variables aleatorias discretas

Valor esperado (media)

Para una v.a real podemos calcular un valor que represente dicha variable. Este valor corresponde al *valor esperado* o promedio de la v.a. Para una v.a discreta está dado por:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

Es un promedio (ponderado por la probabilidad de ocurrencia) de los valores que toma la v.a.

Universidad del Rosario

Ejercicio. Distribución de número de hijos

Una trabajadora social encuentra que para una población determinada, la función másica de probabilidad para la v.a. X, que denota el número de hijos, está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0{,}10 & \text{si } x = 0 \\ 0{,}40 & \text{si } x = 1 \\ 0{,}20 & \text{si } x = 2 \\ 0{,}15 & \text{si } x = 3 \\ 0{,}10 & \text{si } x = 4 \\ 0{,}05 & \text{si } x = 5 \\ 0. & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuántos hijos se espera que tenga una mujer en esta población?

Ejercicio. Distribución de número de hijos

Se pregunta el valor esperado de la v.a. X, por lo cual, al ser v.a. discreta, se tiene:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i P(X = x_i) = 0 \times P(X = 0) + ... + 5 \times P(X = 5) = 1{,}90$$

Se espera que una mujer en esta población tenga en promedio 1,90 hijos.

Para una v.a real podemos calcular un valor que represente la variablidad de los datos respecto al valor esperado. Este valor corresponde a la *varianza* de la v.a. Para una v.a discreta:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$$

Nuevamente es un promedio ponderado pero de desvíos al cuadrado respecto a $E(X)$. La raiz cuadrada positiva de $V(X)$ se llama desviación estándard: $SD(X) = \sqrt{V(X)}$ que al dividirse por $E(X)$ resulta en el coeficiente de variación $CV(X) = SD(X)/E(X)$.

Ejercicio. Distribución de número de hijos

Con su ayuda, la trabajadora social encontró que una mujer de la población de estudio tiene en promedio 1.9 hijos. Ella se pregunta ahora por la variabilidad de la v.a subyacente, para lo cual, desea calcular una medida resumen de variabilidad para el fenómeno aleatorio. ¿A qué es igual el coeficiente de variación de la variable aleatoria X?

Ejercicio. Distribución de número de hijos

Se pregunta el coeficiente de variación de la v.a. X, para lo cual se necesita primero calcular la varianza de la variable. Al ser v.a. discreta, se tiene:

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{i=1}^{5} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i) \\ &= (0 - 1{,}9)^2 P(X = 0) + ... + (5 - 1{,}9)^2 P(X = 5) = 1{,}79 \end{aligned}$$

Con lo cual, la varianza de X es 1,79 hijos^2, o de manera equivalente, X tiene una desviación estándar de 1,34 hijos. Además:

$$CV(X) = \frac{SD(X)}{E(X)} = \frac{1{,}34}{1{,}9} = 0{,}70$$

Así, la variabilidad respecto a la media para la v.a X es bastante alta, pues $CV \geq 0{,}1$ es considerado un alto valor de variabilidad.

Contenido

Universidad del Rosario

Introducción

Algunos fenómenos aleatorios son encontrados de manera recurrente:

1. Número total de éxitos, cada uno con probabilidad p, dado un número determinado de intentos n con una probabilidad.
2. Número total de eventos presentados en un intervalo dado, cuando en promedio se presentan λ eventos por intervalo.
3. Numero total de elementos con una característica dada en una muestra de tamaño n, tomada de una población con N elementos, R de ellos con la característica determinada.
4. Número total de intentos hasta alcanzar un primer éxito, cada intento con probabilidad de éxito p.
5. Número total de intentos hasta alcanzar k éxitos, cada intento con probabilidad de éxito p.

Dichos fenómenos inducen la existencia de variables aleatorias discretas que siguen **modelos de probabilidad** usuales. Estos modelos son **parametrizados** por uno o más números que las caracterizan.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Uniforme discreta

En el escenario que los posibles valores de la v.a discreta sean equiprobables, se dice que la v.a sigue una distribución uniforme discreta:

Distribución uniforme discreta

Una v.a X tiene distribución discreta uniforme de parámetro N, con N entero positivo, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{N} & \text{si } x = 1, ..., N \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Obtención de un número determinado al lanzar un dado **justo** una vez.
- $X =$"Número obtenido al lanzar un dado justo una vez".
  $X \sim U(N = 6)$.

Algunas distribuciones discretas: Bernoulli

Cuando la v.a discreta toma únicamente dos valores $x = 0$ (llamado *éxito*) y $x = 1$ (llamado *fracaso*), con probabilidad p y $q = 1-p$ respectivamente, se dice que la v.a. sigue una distribución Bernoulli:

Distribución Bernoulli

Una v.a X tiene distribución Bernoulli de parámetro p, con $p \in [0, 1]$, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} p^x(1-p)^{1-x} & \text{si } x = 0, 1 \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Un lanzamiento de tiro libre en baloncesto.
- $X =$"Número de cestas al lanzar un balón de baloncesto una vez con una probabilidad de éxito de 0.9". $X \sim Ber(p = 0{,}9)$.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Binomial

Si en el caso anterior, en lugar de tener un único evento de éxito o fracaso, se cuenta con n eventos, cada uno con los mismos dos posibles resultados y las mismas probabilidades de antes, se dice que la v.a. sigue una distribución Binomial:

Distribución binomial

Una v.a X tiene distribución Binomial de parámetros n, con n entero positivo, y p, con $p \in [0, 1]$, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & \text{si } x = 0, ..., n \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: 10 lanzamientos de tiro libre en baloncesto.
- $X =$"Número de cestas al lanzar un balón de baloncesto 10 veces con una probabilidad de éxito de 0.9". $X \sim Bin(n = 10, p = 0{,}9)$.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Hipergeométrica

Ahora, si se busca el numero total de elementos con una característica dada en una muestra de tamaño n, tomada de una población con N elementos, R de ellos con la característica determinada, se dice que la v.a. sigue una distribución hipergeométrica:

Distribución hipergeométrica

Una v.a X tiene distribución hipergeométrica de parámetros N, R, n, con n entero positivo, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\binom{R}{x}\binom{N-R}{n-x}}{\binom{N}{n}} & \text{si } x = 0, ..., n \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Inspección de fallas en línea de producción.
- $X =$"Número de elementos defectuosos encontrados en una muestra de tamaño $n = 5$, obtenida de una población con $N = 1000$ elementos, $R = 50$ de ellos defectuosos".
  $X \sim Hg(N = 1000, R = 50, n = 10)$.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Geométrica

De manera opuesta al caso bernoulli, si se busca el número de intentos necesarios para llegar al primer éxito (en lugar de la probabilidad de éxito en el primer intento), se tiene la distribución geométrica. En esta, cada evento tiene de manera semejante una probabilidad de éxito p y de fracaso $n - p$

Distribución geométrica

Una v.a X tiene distribución geométrica de parámetro p con $p \in [0, 1]$, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} (1-p)^{x-1}p & \text{si } x = 1, \ldots \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Lanzamientos de tiro libre en baloncesto hasta alcanzar la primeras cestas.
- $X =$"Número de intentos hasta alcanzar la primera cesta de tiro libre". $X \sim G(p = 0{,}9)$.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Binomial negativa

Si en el caso anterior, en lugar de alcanzar el primer éxito, se cuenta la cantidad de intentos para alcanzar k éxitos, cada uno con los mismos dos posibles resultados (éxito y fracaso) y las mismas probabilidades de antes, se dice que la v.a. sigue una distribución Binomial negativa:

Distribución binomial negativa

Una v.a X tiene distribución binomial negativa de parámetro k y p con $p \in [0, 1]$ y k entero positivo, si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \binom{x-1}{k-1}(1-p)^{x-k}p^k & \text{si } x = k, k+1, \ldots \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Lanzamientos de tiro libre en baloncesto hasta alcanzar las primeras 10 cestas.
- $X =$"Número de intentos hasta alcanzar las primeras 10 cestas de tiro libre". $X \sim Bn(k = 10, p = 0{,}9)$.

Universidad del Rosario

Algunas distribuciones discretas: Poisson

Si se busca modelar el número total de eventos (conteos) presentados en un intervalo dado, cuando en promedio se presentan λ eventos por intervalo, el modelo de Poisson es el indicado:

Distribución Poisson

Una v.a X tiene distribución Poisson de parámetro λ con $\lambda > 0$ si su fmp está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} & \text{si } x = 0, 1, \ldots \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

- Exp: Ingreso diario de personas a UCI en Teusaquillo.
- $X =$"Número de personas que ingresan diariamente a UCI en Teusaquillo". $X \sim P(\lambda = 10)$.

Cuando $X \sim Bin(n, p)$ con p cercano a cero un n grande, se tiene que $X \sim_A P(\lambda = np)$. Piense en el número de carros accidentados en una ciudad o el número de *typos* en un líbro.

Contenido

Universidad del Rosario

Funciones de variables aleatorias

Piense en la variable aleatoria X dada por la temperatura en grados celsius. Podemos pensar en **funciones** de dicha variable

1. T. en grados Fahrenheit $Y_1 = g_1(X) = 1{,}8X + 32$
2. T. en grados celsius en escala log $Y_2 = g_2(X) = log(X)$
3. T. en grados celsius al cuadrado $Y_3 = g_3(X) = X^2$
4. T. en grados Fahrenheit al cuadrado $Y_4 = g_4(X) = (1{,}8X + 32)^2$

Todas las Y_i con $i = 1, 2, 3, 4$ son variables aleatorias. Para el caso discreto, se tiene que

$$P(Y = y) = \sum_{\{x: g(x) = y\}} P(X = x)$$

Con lo cual también se tiene

$$E(Y) = \sum_y yP(Y = y) = \sum_x g(x)P(X = x)$$

Universidad del Rosario

Funciones de variables aleatorias

Ejemplo

Una v.a discreta X tiene la siguiente fmp:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/9 & \text{si } x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

Determine la fmp de $Y = |X|$ y $E(Y)$.

Funciones de variables aleatorias

Ejemplo

La fmp de $Y = |X|$ es igual a

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2/9 & \text{si } x = 1, 2, 3, 4 \\ 1/9 & \text{si } x = 0 \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

$E(Y)$ está dado por

$$E(Y) = \sum_y yP(Y = y) = 0 \times 1/9 + 1 \times 2/9 + ... + 4 \times 2/9 = 20/9$$

Que es igual a

$$\sum_x g(x)P(X = x) = |-4| \times 1/9 + ... + |0| \times 1/9 + ... + |4| \times 1/9 = 20/9$$

Universidad del Rosario

Note que si X es variable aleatoria, la varianza no es más que el valor esperado de la función $g(X) = (X - E(X))^2$:

$$E(g(X)) = \sum_x g(x)P(X = x) = \sum_x (x - E(X))^2 P(X = x)$$

Es decir

$$V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right]$$

Sea X v.a. y $Y = aX + b$ con a y b escalares. Note que

$$E(Y) = \sum_x g(x)P(X = x) = \sum_x (ax + b)P(X = x)$$

Con lo cual

$$E(Y) = a\sum_x xP(X = x) + b\sum_x P(X = x) = aE(X) + b$$

Y además

$$V(Y) = \sum_x (ax + b - E(aX + b))^2 P(X = x) = a^2 V(X)$$

Una propiedad importante de la varianza es que cumple

$$V(X) = \sum_x (x - E(X))^2 p(x) = \sum_x (x^2 - 2xE(X) + E^2(X))p(x)$$

Igual a

$$\sum_x x^2 p(x) - 2E(X) \sum_x xp(x) + E^2(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

Y las distribuciones vistas hasta ahora tienen todas su valor esperado y varianza correspondientes.

Para las va.a descritas hasta ahora podemos determinar su media y la varianza, para las distribuciónes más comunes se tiene:

- Si $X \sim Ber(p)$, $E(X) = p$ y $V(X) = p(1-p)$.
- Si $X \sim Bin(n, p)$, $E(X) = np$ y $V(X) = np(1-p)$.
- Si $X \sim Pois(\lambda)$, $E(X) = \lambda$ y $V(X) = \lambda$.

Conclusiones

1. Estos modelos de probabilidad son adaptables a una gran cantidad de ejemplos prácticos. Sin embargo, cada uno tiene unos **supuestos** sobre los cuales son fundamentadas.
2. Es importante establecer claramente cuál es la v.a de interés, y establecer claramente los parámetros correspondientes, en caso de seguir uno de los modelos anteriormente presentados.
3. Al igual que las distribuciones discretas empíricas (como la obtenida para la v.a número de hijos), podemos calcular con ayuda de la fmp características numéricas de la variable aleatoria, cada una con una interpretación dado el contexto del problema.

Universidad del Rosario