

سلام. برای اینکه مستقیم جواب سوال براتون اسپویل نشه تصمیم گرفتم جواب سوالا رو به صورت مستقیم نذارم داخل تمرین. برای هر سوال اگر به جواب رسیدید، اون عدد رو داخل یکی از سایت‌هایی که پایین اشاره کردم وارد کنید و ۵ حرف اول رو با جوابی که پایین بهتون داده شده مقایسه کنید. لطفاً کلک نزنید و از ایده‌های هوشمندانه مانند حفظ کردن هش اعداد استفاده نکنید. دقت کنید که هش‌ها نسبت به اسپیس اضافه و اینتر زدن حساسن، پس فقط خود عدد رو وارد کنید تا هش درستی بهتون داده بشه. به علاوه برای سوالات کسری، تا جای ممکن کسر رو ساده کنید و با صورت و مخرجی که دادم مقایسه کنید. سایت‌هایی که میتونید استفاده کنید:

<https://tools.keycdn.com/sha256-online-generator>

سوال ۱. به چند طریق میتوان یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را به ۳ زیرمجموعه افراز کرد؟

پاسخ. ۶۹۴۵۹ □

سوال ۲. به چند طریق میتوانیم اعداد ۱ تا ۶ را روی وجوه تاس بنویسیم به طوری که اعداد متوالی یک یال مشترک داشته باشند؟

پاسخ. ۴۴۴d □

سوال ۳. ۱۲ زوج دور یک دایره نشسته اند به طوری که تمامی مردها در کنار یکدیگر هستند و هر فرد دقیقاً روبروی همسر خود قرار دارد. حداقل تعداد جابه‌جایی‌های افراد مجاور برای اینکه زوج‌ها کنار یکدیگر باشند.

پاسخ. ۳ada۹ □

سوال ۴. حداکثر تعداد زیرمجموعه‌های $\{1, 2, \dots, 10\}$ را به طوری که هیچکدام زیرمجموعه دیگری نباشند پیدا کنید. (۱۹۹۸)

پاسخ. d۶e۵a □

سوال ۵. ۴ جعبه با گنجایش ۳ و ۵ و ۷ و ۸ داریم. به چند طریق میتوانیم ۱۹ توپ یکسان را درون این جعبه‌ها قرار دهیم؟

پاسخ. ۸۶e۵۰ □

سوال ۶. به چند طریق میتوان ۱۰ نفر را در ۸ اتاق متمایز تقسیم کرد به طوری که در هر اتاق دست کم یک نفر قرار گیرد؟

پاسخ. ۳b۰۱b □

سوال ۷. در یک جدول ۳ در ۳ دو خانه را آبی و دو خانه را قرمز رنگ کرده‌ایم بطوریکه خانه‌های هم‌رنگ در یک سطر یا یک ستون نیستند. به چند طریق میتوان این رنگ‌آمیزی را انجام داد؟

پاسخ. a۴e۰۰ □

سوال ۸. به چند طریق میتوان اعداد ۰ تا ۹ را ردیفی نوشت بطوریکه اعداد فرد بصورت صعودی و اعداد زوج بصورت نزولی باشند؟

پاسخ. d۶e۵a □

سوال ۹. به چند طریق میتوان ۷ توپ سفید و ۷ توپ قرمز را داخل ۷ جعبه گذاشت بطوریکه در هر جعبه دقیقا ۲ توپ باشد.

پاسخ. $99a \cdot b$ □

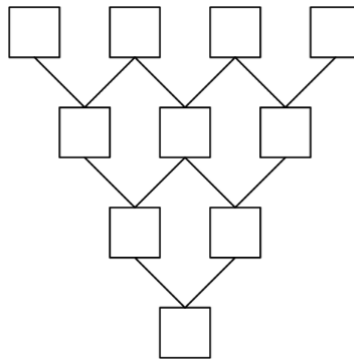
سوال ۱۰. چند جایگشت از اعداد یک تا ۵ وجود دارد بطوریکه k عدد اول دنباله مجموعه‌ی $1, 2, \dots, k$ نباشد. ($k < 5$)

پاسخ. $7f225$ □

سوال ۱۱. ۶ کارت با ارقام ۱، ۱، ۳، ۴، ۴، ۵ داریم. به ترتیب سه کارت از آنها را میکشیم و به ترتیب کشیده شده با آنها یک عدد سه رقمی تشکیل میدهیم. احتمال بخش پذیر بودن این عدد بر ۳ چقدر است؟

پاسخ. $\frac{6b86b}{ef2d1}$ □

سوال ۱۲. اعداد را داخل مربعها به گونه‌ای قرار داده‌ایم که هر خانه برابر تفاضل دو خانه بالای سرش است. حداکثر مقدار برای خانه پایینی چقدر است؟



پاسخ. $4b227$ □

سوال ۱۳. ۳۰ توپ در ۴ ظرف A, B, C, D پخش شده‌اند به طوری که جمع تعداد توپ‌های A و B بیشتر از جمع تعداد توپ‌های C و D است. به چند طریق میتوان اینکار را انجام داد؟

پاسخ. $3a \cdot e1$ □

سوال ۱۴. A, B, C در یک تورنومنت بازی میکنند به طوری که ابتدا A و B با یکدیگر بازی میکنند و برنده با C بازی میکند. در هر مرحله فردی که بیرون نشسته با برنده‌ی بازی، بازی میکند. اگر یک نفر دو بازی متوالی برنده شود قهرمان میشود. احتمال قهرمان شدن C را بدست آورید.

پاسخ. $\frac{d4735}{79.46}$ □

سوال ۱۵. اگر هر زیرمجموعه‌ی k تایی از مجموعه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 32\}$ سه عضو داشته باشد که به ترتیب یکدیگر را عاد میکنند، آنگاه k حداقل چند است؟

پاسخ. $b7a56$ □

سوال ۱۶. چند عدد ۵ رقمی با ارقام فرد داریم به طوری که حداقل یک جفت متوالی از ارقام حاصل جمع برابر با ۱۰ داشته باشند؟

پاسخ. $4e67c$ □

سوال ۱۷. در هر مرحله جای دوتا عدد مختلف از دنباله‌ی ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت می‌توانیم برسیم؟

پاسخ. $28cba$ □

سوال ۱۸. ۳۱ نفر دور یک دایره نشسته‌اند. به چند طریق می‌توان سه نفر انتخاب کرد به طوری که بین هر دو نفر انتخاب شده حداقل ۴ نفر باشند؟

پاسخ. $3ef4b$ □

سوال ۱۹. ۷ توپ در یک ردیف داریم. به چند طریق می‌توان این توپ‌ها را با سه رنگ قرمز، آبی یا سیاه رنگ کنیم به طوری که دو سیاه متوالی نداشته باشیم؟

پاسخ. $0d866$ □

سوال ۲۰. ۷ توپ در یک ردیف را با به گونه‌ای رنگ کرده‌ایم که ۲ توپ سفید، ۲ توپ آبی و ۳ توپ قرمز هستند. احتمال اینکه دو توپ متوالی سفید یا دو توپ متوالی آبی داشته باشیم چقدر است؟

پاسخ. $\frac{4a44d}{6f4b6}$ □

سوال ۲۱. به چند طریق می‌توان ۱۷ توپ قرمز یکسان و ۱۰ توپ سفید یکسان را در ۴ جعبه متفاوت قرار داد به طوری که در هر جعبه تعداد توپ‌های قرمز از سفید بیشتر باشد؟

پاسخ. $a2691$ □

سوال ۲۲. ۱۶ توپ سفید و ۴ توپ قرمز متفاوت را در ۴ جعبه متفاوت قرار می‌دهیم، به گونه‌ای که در هر جعبه ۵ توپ باشد. احتمال اینکه در هر جعبه دقیقاً یک توپ قرمز باشد چقدر است؟

پاسخ. $\frac{f8ef}{16b30}$ □

سوال ۲۳. چند عدد ۱۰ رقمی متشکل از ۱, ۲, ۳ داریم به طوری که رقم اول و آخر یکسان باشند و هیچ دو رقم مجاوری یکسان نباشند.

پاسخ. $5e5c7$ □

سوال ۲۴. به چند طریق می‌توان دو زیرمجموعه‌ی متفاوت از $\{1, 2, \dots, 7\}$ انتخاب کرد به طوری که یکی شامل دیگری باشد؟

پاسخ. $bef7b$ □

سوال ۲۵. چند عدد پنج رقمی با ارقام فرد وجود دارد به طوریکه حداقل یک جفت رقم متوالی با جمع ۱۰ داشته باشد.

پاسخ. $4e67c$ □

سوال ۲۶. در هر مرحله جای دو تا از اعداد در جایگشت ۱, ۲, ..., ۷ را جایشان را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت می‌توانیم برسیم؟

پاسخ. $28cba$ □

سوال ۲۷. یک پلکان داریم که در ردیف اول ۱۰ مربع دارد، در ردیف دوم ۹ مربع و ... در ردیف دهم ۱ مربع دارد. چند زیر مستطیل در این پلکان وجود دارد؟

پاسخ. $35c71$ □

سوال ۲۸. صادق یک عدد دو رقمی را مدنظر دارد. در هر مرحله میتوانیم یک عدد دو رقمی را حدس بزنیم و صادق به ما تعداد رقم‌هایی که درست حدس زدیم را میگوید. حداقل به چند حدس نیاز داریم تا عدد مورد نظر را پیدا کنیم؟

پاسخ. $4a44d$ □

سوال ۲۹. دور یک دایره ۵ شهر با فاصله‌های ۴، ۱، ۲، ۵، ۵ هستند. میخواهیم بیمارستانی احداث کنیم که فاصله‌اش از دورترین شهر حداقل باشد. چند جا میتوانیم این بیمارستان را نصب کنیم؟ (در نقطه‌ای صحیح باید احداث شود)

پاسخ. $d4735$ □

سوال ۳۰. در یک سینما، ده ردیف صندلی وجود دارد و در هر ردیف ۱۰ صندلی. چقدر احتمال دارد دو دوست بدون هماهنگی قبلی صندلی‌های مجاور بخرند؟

پاسخ. $\frac{6b86b}{2d20}$ □

سوال ۳۱. کلیدهای یک گاوصندوق با پنج قفل را کپی زدیم و بین ۸ نفر تقسیم کردیم به طوریکه با کلیدهای هر ۵ نفر از این ۸ نفر میتوان گاوصندوق را باز کرد. حداقل تعداد کلیدها را پیدا کنید.

پاسخ. $b7a56$ □

سوال ۳۲. اعداد $1, 2, \dots, N$ دور دایره چیده شده‌اند به گونه‌ای که هر دو عدد متوالی یک رقم یکسان در نمایش ده دهی خود دارند. حداقل مقدار N را بیابید.

پاسخ. 35135 □

سوال ۳۳. به ازای هر $i = 0, 1, 2, \dots$ ، تعداد ۸ توپ با وزن 2^i داریم. داخل هر جعبه میتوانیم هرچقدر که بخواهیم توپ بگذاریم به طوریکه وزن جعبه‌ها یکسان باشد. حداکثر تعداد جعبه‌ها را بیابید.

پاسخ. $e629f$ □

سوال ۳۴. حداکثر چند عدد طبیعی کمتر از ۵۱ می‌توان یافت طوریکه هیچکدام مضرب ۳ دیگری نباشد.

پاسخ. $aea92$ □

سوال ۳۵. تعداد صفرهای سمت راست عدد $200!$ را بدست آورید.

پاسخ. $db3de$ □

سوال ۳۶. احتمال رخداد یک جایگشت از کلمه‌ی ABRAKADABRA به طوریکه قبل از اولین A هیچ B رخ نداده باشد.

پاسخ. $\frac{ef2d1}{79026}$ □

سوال ۳۷. دو تیم استقلال و پرسپولیس هردو وارد یک تورنومنت تک حذفی ۱۶ تیمه شده‌اند. احتمال برد هر تیم در هر مرحله $\frac{1}{4}$ است. احتمال اینکه در این تورنومنت یک بازی استقلال پرسپولیس داشته باشیم چقدر است؟

پاسخ. $\frac{6b86b}{4c644}$ □

سوال ۳۸. 2003 نقطه در صفحه داریم. نقطه‌ی وسط پاره‌خط واصل هر دوتایی را علامت میزنیم. حداقل چند نقطه علامت میخورند؟

پاسخ. ۴۳۸۷۱ □

سوال ۳۹. وزن ۹ توپ با رنگ‌های متفاوت اعداد ۱, ۲, ..., ۹ است. ما نمی‌دانیم که وزن هر توپ کدام است ولی علی وزن دقیق هر توپ را می‌داند. یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که کفه‌ی سنگین‌تر و تفاضل وزن دو کفه را نشان می‌دهد. با حداقل چند بار استفاده از ترازو علی می‌تواند به ما ثابت کند که وزن همه‌ی توپ‌ها را می‌داند؟

پاسخ. $d4735$ □

سوال ۴۰. مجموعه‌ی S این شرط را دارد که همه‌ی اعضای آن از ۱۰۲ کمترند و جمع هیچ دو عضوی از S داخل S نیست. حداکثر اندازه‌ی S را بیابید.

پاسخ. $031b4$ □

سوال ۴۱. یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که در هر مقایسه کفه‌ی سنگین‌تر را به ما نشان می‌دهد. حداقل به چند بار استفاده از ترازو نیاز است تا ۴ سنگ با وزن‌های متفاوت را از سبک به سنگین مرتب کنیم؟

پاسخ. $ef2d1$ □

سوال ۴۲. در خانه‌های یک جدول با ۴۰ ردیف و ۷ ستون اعداد ۰ یا ۱ نوشته شده است به طوریکه هیچ دو ردیفی یکسان نیستند. حداکثر تعداد یک‌های جدول را بیابید.

پاسخ. $a4e00$ □

سوال ۴۳. چند عدد ۱۰ رقمی متشکل از چهار رقم ۰، پنج رقم ۱ و یک رقم ۲ وجود دارد؟

پاسخ. $a7f0b$ □

سوال ۴۴. حداکثر n را بیابید به طوریکه اگر ۲۵ خانه از یک صفحه‌ی شطرنجی نامتناهی را انتخاب کنیم، حتماً n خانه پیدا می‌شوند به طوریکه هیچ دوتایی راس مشترک نداشته باشند.

پاسخ. 79026 □

سوال ۴۵. ۳۱ سنگ داریم که روی دوتای آنها ۱ نوشته شده، روی هشت تا از آنها ۲ نوشته شده، روی دوازده تای آنها ۳ نوشته شده، روی چهار تا از آنها ۴ نوشته شده و روی پنج تا از آنها ۵ نوشته شده. ۳۰ تا از آنها را داخل یک جدول 6×5 قرار دادیم به طوریکه جمع سطرها و ستون‌ها برابر باشد. روی سنگ باقیمانده چه عددی نوشته شده است؟

پاسخ. $ef2d1$ □

سوال ۴۶. به ازای چند مقدار از $n > 0$ می‌توان n خط مختلف روی یک صفحه پیدا کرد به طوریکه هر خط با دقیقاً ۲۰۰۴ خط دیگر تقاطع داشته باشد.

پاسخ. $6b51d$ □

سوال ۴۷. n عدد صحیح با حاصل جمع ۹۴ را دور یک دایره قرار داده‌ایم به طوریکه هر عدد برابر قدرمطلق تفاضل دو عدد بعدی خود است (ساعتگرد). حداکثر n را بیابید.

پاسخ. $d6061$ □

سوال ۴۸. چند عدد ۶ رقمی داریم که رقم ۰ نداشته باشد و اگر ارقام آنرا جایگشت بدهیم عدد حاصل همواره به ۷ بخش پذیر باشد.

پاسخ. $d2f48$ □

سوال ۴۹. چند سه تایی مرتب (x, y, z) از اعداد طبیعی داریم به طوریکه $xyz = 10^6$ ؟

پاسخ. $ff108$. □

سوال ۵۰. علی و ولی به شکار رفتند. احتمال اینکه هرکدام از آنها با یک تیر یک اردک را شکار کنند $\frac{1}{4}$ است. در طی شکار علی ۱۲ تیر و ولی ۱۳ تیر شلیک می‌کند. احتمال اینکه ولی بیشتر از علی اردک شکار کرده باشد چقدر است؟

پاسخ. $\frac{6b86b}{d4735}$. □

سوال ۵۱. علی و ولی به شکار رفتند. احتمال اینکه هرکدام از آنها با یک تیر یک اردک را شکار کنند $\frac{1}{4}$ است. در طی شکار علی ۱۲ تیر و ولی ۱۳ تیر شلیک می‌کند. احتمال اینکه ولی بیشتر از علی اردک شکار کرده باشد چقدر است؟

پاسخ. $\frac{6b86b}{d4735}$. □

سوال ۵۲. ۲۰ نفر در یک انجمن داریم. ۱۰ نفر از آنها انگلیسی صحبت می‌کنند. ۱۰ نفر از آنها آلمانی صحبت می‌کنند و ۱۰ نفر از آنها فرانسوی صحبت می‌کنند. به یک کمیته ۳ نفره خوب می‌گوییم اگر بتوانند هر سه زبان را بفهمند. (لزومی ندارد همه همه‌ی زبان‌ها را بلد باشند.) حداکثر کمیته‌های خوب را بیابید.

پاسخ. $f2968$. □

سوال ۵۳. علی و بهار یک بازی انجام می‌دهند. ۲۰۰۵ متفاوت در درست بهار است. علی یکی از آنها را در ذهن خود انتخاب می‌کند ولی به بهار نمی‌گوید. بهار در هر مرحله می‌تواند سنگ‌ها را به سه دسته‌ی ناتهی تقسیم کند و علی از بین دو دسته‌ای که سنگ مورد نظرش در آن نیست، دسته‌ی بزرگتر را حذف می‌کند. (اگر دو دسته برابر بودند یکی را حذف می‌کند.) اگر ۲ سنگ باقی بماند، علی مجبور است که انتخابش را به بهار بگوید. بهار به چند مرحله سوال نیاز دارد تا بتواند سنگ مورد نظر علی را پیدا کند؟

پاسخ. $4fc82$. □