

سلام. برای اینکه مستقیم جواب سوال برآتون اسپویل نشه تصمیم گرفتم جواب سوالا رو به صورت مستقیم نذارم داخل تمرین. برای هر سوال اگر به جواب رسیدید، اون عدد رو داخل یکی از سایت‌هایی که پایین اشاره کردم وارد کنید و ۵ حرف اول رو با جوابی که پایین بهتون داده شده مقایسه کنید. لطفا کلک نزنید و از ایده‌های هوشمندانه مانند حفظ کردن هش اعداد استفاده نکنید. دقت کنید که هش‌ها نسبت به اسپیس اضافه و اینتر زدن حساسن، پس فقط خود عدد رو وارد کنید تا هش درستی بهتون داده بشه. به علاوه برای سوالات کسری، تا جای ممکن کسر رو ساده کنید و با صورت و مخرجی که دادم مقایسه کنید. سایت‌هایی که میتوانید استفاده کنید:

<https://tools.keycdn.com/sha256-online-generator>

سوال ۱. به چند طریق میتوان یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را به ۳ زیرمجموعه افزای کرد؟

پاسخ. ۶۹/۵۹ □

سوال ۲. به چند طریق میتوانیم اعداد ۱ تا ۶ را روی وجهه تاس بنویسیم به طوری که اعداد متوالی یک یال مشترک داشته باشند؟

پاسخ. ۴a۴۴d □

سوال ۳. ۱۲ زوج دور یک دایره نشسته اند به طوری که تمامی مردها در کنار یکدیگر هستند و هر فرد دقیقاً روبروی همسر خود قرار دارد. حداقل تعداد جایه‌جایی‌های افراد مجاور برای اینکه زوج‌ها کنار یکدیگر باشند.

پاسخ. ۳ada۹ □

سوال ۴. حداقل تعداد زیرمجموعه‌های  $\{1, 2, \dots, 10\}$  را به طوری که هیچ‌کدام زیرمجموعه دیگری نباشند پیدا کنید. (۱۹۹۸)

پاسخ. d6e5a □

سوال ۵. ۴ جعبه با گنجایش ۳ و ۵ و ۷ و ۸ داریم. به چند طریق میتوانیم ۱۹ توب یکسان را درون این جعبه‌ها قرار دهیم؟

پاسخ. ۸۶e۵۰ □

سوال ۶. به چند طریق میتوان ۱۰ نفر را در ۸ اتاق متمایز تقسیم کرد به طوری که در هر اتاق دست کم یک نفر قرار گیرد؟

پاسخ. ۳b۰۱b □

سوال ۷. در یک جدول ۳ در ۳ دو خانه را آبی و دو خانه را قرمز رنگ کرده‌ایم بطوریکه خانه‌های همنگ در یک سطر یا یک ستون نیستند. به چند طریق میتوان این رنگ‌آمیزی را انجام داد؟

پاسخ. a4e00 □

سوال ۸. به چند طریق میتوان اعداد ۰ تا ۹ را ردیفی نوشت بطوریکه اعداد فرد بصورت صعودی و اعداد زوج بصورت نزولی باشند؟

پاسخ. d6e5a □

سوال ۹. به چند طریق میتوان ۷ توب سفید و ۷ توب قرمز را داخل ۷ جعبه گذاشت بطوریکه در هر جعبه دقیقا ۲ توب باشد.

پاسخ.  $\square ۹۹a^0b$

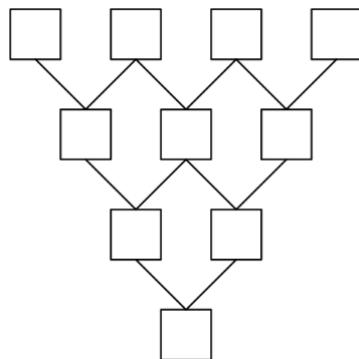
سوال ۱۰. چند جایگشت از اعداد یک تا ۵ وجود دارد بطوریکه  $k$  عدد اول دنباله مجموعه‌ی  $k, 2, \dots, 1$  نباشد.  $(k < 5)$

پاسخ.  $\square ۷f^{۲۲۵}$

سوال ۱۱. ۶ کارت با ارقام  $1, 1, 4, 4, 3, 5$  داریم. به ترتیب سه کارت از آنها را میکشیم و به ترتیب کشیده شده با آنها یک عدد سه رقمی تشکیل میدهیم. احتمال بخش پذیر بودن این عدد بر ۳ چقدر است؟

پاسخ.  $\square \frac{۴b^{۸}e^{۶}b}{e^{۷}f^{۲}d^{۱}}$

سوال ۱۲. اعداد را داخل مربعها به گونه‌ای قرار داده‌ایم که هر خانه برابر تفاضل دو خانه بالای سرش است. حداکثر مقدار برای خانه پایینی چقدر است؟



پاسخ.  $\square ۴b^{۲۲۷}$

سوال ۱۳. ۳۰ توب در ۴ ظرف  $A, B, C, D$  پخش شده‌اند به طوری که جمع تعداد توب‌های  $A$  و  $B$  بیشتر از جمع تعداد توب‌های داخل  $C$  و  $D$  است. به چند طریق میتوان اینکار را انجام داد؟

پاسخ.  $\square ۳a^0e^1$

سوال ۱۴.  $A, B, C$  در یک تورنومنت بازی میکنند به طوری که ابتدا  $A$  و  $B$  با یکدیگر بازی میکنند و برنده با  $C$  بازی میکند. در هر مرحله فردی که بیرون نشسته با برنده‌ی بازی، بازی میکند. اگر یک نفر دو بازی متوالی برنده شود قهرمان میشود. احتمال قهرمان شدن  $C$  را بدست آورید.

پاسخ.  $\square \frac{۴۴۷۳۵}{۷۹۰۲۶}$

سوال ۱۵. اگر هر زیرمجموعه‌ی  $k$  تایی از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 32\} = S$  سه عضو داشته باشد که به ترتیب یکدیگر را عاد میکنند، آنگاه  $k$  حداقل چند است؟

پاسخ.  $\square b7a56$

سوال ۱۶. چند عدد ۵ رقمی با ارقام فرد داریم به طوری که حداقل یک جفت متوالی از ارقام حاصل جمع برابر با ۱۰ داشته باشند؟

پاسخ.  $\square ۴e^{۶}v^c$

**سوال ۱۷.** در هر مرحله جای دو تا عدد مختلف از دنباله‌ی  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت میتوانیم برسیم؟

پاسخ.  $cba\ 28$

**سوال ۱۸.** ۳۱ نفر دور یک دایره نشسته‌اند. به چند طریق میتوان سه نفر انتخاب کرد به طوری که بین هر دو نفر انتخاب شده حداقل ۴ نفر باشند؟

پاسخ.  $3ef\ 4b$

**سوال ۱۹.** ۷ توب در یک ردیف داریم. به چند طریق میتوان این توب‌ها را با سه رنگ قرمز، آبی یا سیاه رنگ کنیم به طوری که دو سیاه متوالی نداشته باشیم؟

پاسخ.  $d866$

**سوال ۲۰.** ۷ توب در یک ردیف را با به گونه‌ای رنگ کرده‌ایم که ۲ توب سفید، ۲ توب آبی و ۳ توب قرمز هستند. احتمال اینکه دو توب متوالی سفید یا دو توب متوالی آبی داشته باشیم چقدر است؟

پاسخ.  $\frac{4a44d}{6f4b6}$

**سوال ۲۱.** به چند طریق میتوان ۱۷ توب قرمز یکسان و ۱۰ توب سفید یکسان را در ۴ جعبه متفاوت قرار داد به طوری که در هر جعبه تعداد توب‌های قرمز از سفید بیشتر باشد؟

پاسخ.  $a2691$

**سوال ۲۲.** ۱۶ توب سفید و ۴ توب قرمز متفاوت را در ۴ جعبه متفاوت قرار میدهیم، به گونه‌ای که در هر جعبه ۵ توب باشد. احتمال اینکه در هر جعبه دقیقاً یک توب قرمز باشد چقدر است؟

پاسخ.  $\frac{f8ef}{16b30}$

**سوال ۲۳.** چند عدد ۱۰ رقمی متشکل از  $1, 2, 3$  داریم به طوری که رقم اول و آخر یکسان باشند و هیچ دو رقم مجاوری یکسان نباشند.

پاسخ.  $5e5c7$

**سوال ۲۴.** به چند طریق میتوان دو زیرمجموعه متفاوت از  $\{1, 2, \dots, 7\}$  انتخاب کرد به طوری که یکی شامل دیگری باشد؟

پاسخ.  $bef7b$

**سوال ۲۵.** چند عدد پنج رقمی با ارقام فرد وجود دارد به طوریکه حداقل یک جفت رقم متوالی با جمع ۱۰ داشته باشد.

پاسخ.  $4e67c$

**سوال ۲۶.** در هر مرحله جای دو تا از اعداد در جایگشت  $1, 2, \dots, 7$  را جایشان را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت میتوانیم برسیم؟

پاسخ.  $cba\ 28$

**سوال ۲۷.** یک پلکان داریم که در ردیف اول ۱۰ مربع دارد، در ردیف دوم ۹ مربع و ... در ردیف دهم ۱ مربع دارد. چند زیر مستطیل در این پلکان وجود دارد؟

پاسخ. □ ۳۵۰۷۱

سوال ۲۸. صادق یک عدد دو رقمی را مدنظر دارد. در هر مرحله میتوانیم یک عدد دو رقمی را حدس بزنیم و صادق به ما تعداد رقم‌هایی که درست حدس زدیم را میگوید. حداقل به چند حدس نیاز داریم تا عدد مورد نظر را پیدا کنیم؟

پاسخ. □ ۴a۴۴d

سوال ۲۹. دور یک دایره ۵ شهر با فاصله‌های ۱, ۲, ۴, ۵, ۵ هستند. میخواهیم بیمارستانی احداث کنیم که فاصله‌اش از دورترین شهر حداقل باشد. چند جا میتوانیم این بیمارستان را نصب کنیم؟ (در نقطه‌ای صحیح باید احداث شود)

پاسخ. □ d۴۷۳۵

سوال ۳۰. در یک سینما، ده ردیف صندلی وجود دارد و در هر ردیف ۱۰ صندلی. چقدر احتمال دارد دو دوست بدون هماهنگی قبلی صندلی‌های مجاور بخرند؟

پاسخ. □  $\frac{4b86b}{2d20}$