

سوال ۱. آیا ترم  $Y$  ای (ترکیب‌گر) هست که برای هر  $F$ :

$$YY =_{\beta} Y(\lambda x. F(xx)) =_{\beta} F(YF)$$

اثبات. ابتدا قرار می‌دهیم  $F := \lambda x. y$  به طوریکه  $y$  متغیر آزاد و مستقل از  $x$  باشد:

$$F := \lambda x. y \implies YY = F(YF) = (\lambda x. y)(YF) = y$$

و دوباره قرار می‌دهیم  $F := \lambda x. yz$  اینبار بطوریکه  $y$  و  $z$  متغیرهای آزاد متفاوت و مستقل از  $x$  باشند:

$$F := \lambda x. yz \implies YY = F(YF) = (\lambda x. yz)(YF) = yz$$

ازین رو نتیجه می‌گیریم که:

$$y = YY = yz$$

که این نشان می‌دهد که چنین ترم  $Y$  ای نمی‌تواند وجود داشته باشد چرا که در اینصورت باید ترمی همانند  $L$  وجود داشته باشد که هر دوی  $y$  و  $yz$  به آن کاهش پیدا کنند که امکان پذیر نیست زیرا این دو بیشتر از این کاهش پیدا نمی‌کنند. پس چنین ترمی وجود ندارد.