

سوال ۱. آیا ترم Y ای (ترکیب‌گر) هست که برای هر F :

$$YY =_{\beta} Y(\lambda x.F(xx)) =_{\beta} F(YF)$$

اثبات. ابتدا قرار می‌دهیم $F := \lambda x.y$: به طوریکه y متغیر آزاد و مستقل از x باشد:

$$F := \lambda x.y \implies YY = F(YF) = (\lambda x.y)(YF) = y$$

و دوباره قرار می‌دهیم $F := \lambda x.yz$: اینبار بطوریکه y و z متغیرهای آزاد متفاوت و مستقل از x باشند:

$$F := \lambda x.yz \implies YY = F(YF) = (\lambda x.yz)(YF) = yz$$

ازین رو نتیجه می‌گیریم که:

$$y = YY = yz$$

که این نشان می‌دهد که چنین ترم Y ای نمی‌تواند وجود داشته باشد چرا که در اینصورت باید ترمی همانند L وجود داشته باشد که هردوی y و yz به آن کاهش پیدا کنند که امکان پذیر نیست زیرا این دو بیشتر از این کاهش پیدا نمی‌کنند. پس چنین ترمی وجود ندارد.