

سوالات شمارش مرحله ۱ ترکیه

سوال ۱. به چند طریق میتوان یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را به ۳ زیرمجموعه افراز کرد؟

پاسخ. ۹۰ □

سوال ۲. به چند طریق میتوانیم اعداد ۱ تا ۶ را روی وجوه تاس بنویسیم به طوری که اعداد متوالی یک یال مشترک داشته باشند؟

پاسخ. ۱۰ □

سوال ۳. ۱۲ زوج دور یک دایره نشسته اند به طوری که تمامی مردها در کنار یکدیگر هستند و هر فرد دقیقاً روبروی همسر خود قرار دارد. حداقل تعداد جابه‌جایی‌های افراد مجاور برای اینکه زوج‌ها کنار یکدیگر باشند.

پاسخ. ۶۶ □

سوال ۴. حداکثر تعداد زیرمجموعه‌های  $\{1, 2, \dots, 10\}$  را به طوری که هیچکدام زیرمجموعه دیگری نباشند پیدا کنید. (۱۹۹۸)

پاسخ.  $(5^1)$  □

سوال ۵. ۴ جعبه با گنجایش ۳ و ۵ و ۷ و ۸ داریم. به چند طریق میتوانیم ۱۹ توپ یکسان را درون این جعبه‌ها قرار دهیم؟

پاسخ.  $1 - \binom{4}{3}$  □

سوال ۶. به چند طریق میتوان ۱۰ نفر را در ۸ اتاق متمایز تقسیم کرد به طوری که در هر اتاق دست کم یک نفر قرار گیرد؟

پاسخ.  $\frac{1}{4} \times 8! \times \binom{4}{2} + \binom{4}{1} \times 8! \times \binom{4}{1}$  □

سوال ۷. در یک جدول ۳ در ۳ دو خانه را آبی و دو خانه را قرمز رنگ کرده‌ایم بطوریکه خانه‌های هم‌رنگ در یک سطر یا یک ستون نیستند. به چند طریق میتوان این رنگ‌آمیزی را انجام داد؟

پاسخ.  $11 \times 18$  □

سوال ۸. به چند طریق میتوان اعداد ۰ تا ۹ را ردیفی نوشت بطوریکه اعداد فرد بصورت صعودی و اعداد زوج بصورت نزولی باشند؟

پاسخ.  $(5^1)$  □

سوال ۹. به چند طریق میتوان ۷ توپ سفید و ۷ توپ قرمز را داخل ۷ جعبه گذاشت بطوریکه در هر جعبه دقیقاً ۲ توپ باشد.

پاسخ.  $393 = 1 + \frac{7!}{3!3!} + \frac{7!}{4!3!2!} + \frac{7!}{5!2!}$  □

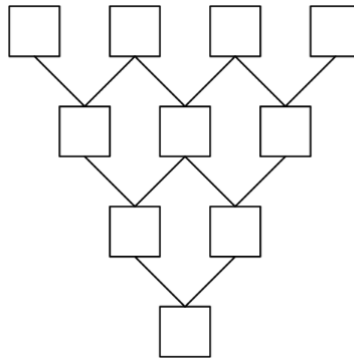
سوال ۱۰. چند جایگشت از اعداد یک تا ۵ وجود دارد بطوریکه  $k$  عدد اول دنباله مجموعه‌ی  $1, 2, \dots, k$  نباشد. ( $k < 5$ )

پاسخ.  $f(n) = n! - f(n-1)/1! - f(n-2)/2! - \dots - f(1).(n-1)!$   
□  $f(5) = 71$

سوال ۱۱. ۶ کارت با ارقام ۱، ۱، ۳، ۴، ۴، ۵ داریم. به ترتیب سه کارت از آنها را میکشیم و به ترتیب کشیده شده با آنها یک عدد سه رقمی تشکیل میدهیم. احتمال بخش پذیر بودن این عدد بر ۳ چقدر است؟

پاسخ.  $\square \frac{36}{180} = \frac{1}{5}$

سوال ۱۲. اعداد را داخل مربعها به گونه ای قرار داده ایم که هر خانه برابر تفاضل دو خانه بالای سرش است. حداکثر مقدار برای خانه پایینی چقدر است؟



پاسخ.  $\square 4$

سوال ۱۳. ۳۰ توپ در ۴ ظرف  $A, B, C, D$  پخش شده اند به طوری که جمع تعداد توپهای  $A$  و  $B$  بیشتر از جمع تعداد توپهای داخل  $C$  و  $D$  است. به چند طریق میتوان اینکار را انجام داد؟

پاسخ.  $\square (33) - 256 = 2600$

سوال ۱۴.  $A, B, C$  در یک تورنمنت بازی میکنند به طوری که ابتدا  $A$  و  $B$  با یکدیگر بازی میکنند و برنده با  $C$  بازی میکند. در هر مرحله فردی که بیرون نشسته با برنده ی بازی، بازی میکند. اگر یک نفر دو بازی متوالی برنده شود قهرمان میشود. احتمال قهرمان شدن  $C$  را بدست آورید.

پاسخ.  $\square p = \frac{1}{4}(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}p) \Rightarrow p = \frac{2}{7}$

سوال ۱۵. اگر هر زیرمجموعه ی  $k$  تایی از مجموعه ی  $S = \{1, 2, 3, \dots, 32\}$  سه عضو داشته باشد که به ترتیب یکدیگر را عاد میکنند، آنگاه  $k$  حداقل چند است؟

پاسخ.  $\square 25$

سوال ۱۶. چند عدد ۵ رقمی با ارقام فرد داریم به طوری که حداقل یک جفت متوالی از ارقام حاصل جمع برابر با ۱۰ داشته باشند؟

پاسخ.  $\square 55 - 5 \times 44 = 3125 - 1280 = 1845$

سوال ۱۷. در هر مرحله جای دوتا عدد مختلف از دنباله ی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ را عوض میکنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت میتوانیم برسیم؟

پاسخ.  $\square 105 + 70 + 1 = 176$