

سلام. برای اینکه مستقیم جواب سوال برآتون اسپویل نشه تصمیم گرفتم جواب سوالا رو به صورت مستقیم نذارم داخل تمرین. برای هر سوال اگر به جواب رسیدید، اون عدد رو داخل یکی از سایت‌هایی که پایین اشاره کردم وارد کنید و ۵ حرف اول رو با جوابی که پایین بهتون داده شده مقایسه کنید. لطفا کلک نزنید و از ایده‌های هوشمندانه مانند حفظ کردن هش اعداد استفاده نکنید. دقت کنید که هش‌ها نسبت به اسپیس اضافه و اینتر زدن حساسن، پس فقط خود عدد رو وارد کنید تا هش درستی بهتون داده بشه. به علاوه برای سوالات کسری، تا جای ممکن کسر رو ساده کنید و با صورت و مخرجی که دادم مقایسه کنید. سایت‌هایی که میتوانید استفاده کنید:

<https://tools.keycdn.com/sha256-online-generator>

سوال ۱. به چند طریق میتوان یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را به ۳ زیرمجموعه افزای کرد؟

پاسخ. ۶۹/۵۹ □

سوال ۲. به چند طریق میتوانیم اعداد ۱ تا ۶ را روی وجهه تاس بنویسیم به طوری که اعداد متوالی یک یال مشترک داشته باشند؟

پاسخ. ۴a۴۴d □

سوال ۳. ۱۲ زوج دور یک دایره نشسته اند به طوری که تمامی مردها در کنار یکدیگر هستند و هر فرد دقیقاً روبروی همسر خود قرار دارد. حداقل تعداد جایه‌جایی‌های افراد مجاور برای اینکه زوج‌ها کنار یکدیگر باشند.

پاسخ. ۳ada۹ □

سوال ۴. حداقل تعداد زیرمجموعه‌های $\{1, 2, \dots, 10\}$ را به طوری که هیچ‌کدام زیرمجموعه دیگری نباشند پیدا کنید. (۱۹۹۸)

پاسخ. d6e5a □

سوال ۵. ۴ جعبه با گنجایش ۳ و ۵ و ۷ و ۸ داریم. به چند طریق میتوانیم ۱۹ توب یکسان را درون این جعبه‌ها قرار دهیم؟

پاسخ. ۸۶e۵۰ □

سوال ۶. به چند طریق میتوان ۱۰ نفر را در ۸ اتاق متمایز تقسیم کرد به طوری که در هر اتاق دست کم یک نفر قرار گیرد؟

پاسخ. ۳b۰۱b □

سوال ۷. در یک جدول ۳ در ۳ دو خانه را آبی و دو خانه را قرمز رنگ کرده‌ایم بطوریکه خانه‌های همنگ در یک سطر یا یک ستون نیستند. به چند طریق میتوان این رنگ‌آمیزی را انجام داد؟

پاسخ. a4e00 □

سوال ۸. به چند طریق میتوان اعداد ۰ تا ۹ را ردیفی نوشت بطوریکه اعداد فرد بصورت صعودی و اعداد زوج بصورت نزولی باشند؟

پاسخ. d6e5a □

سوال ۹. به چند طریق میتوان ۷ توب سفید و ۷ توب قرمز را داخل ۷ جعبه گذاشت بطوریکه در هر جعبه دقیقا ۲ توب باشد.

پاسخ. $\square ۹۹a^0b$

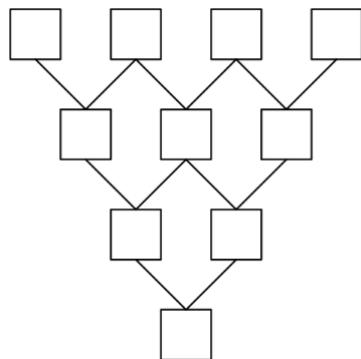
سوال ۱۰. چند جایگشت از اعداد یک تا ۵ وجود دارد بطوریکه k عدد اول دنباله مجموعه‌ی $k, 2, \dots, 1$ نباشد. ($k < 5$)

پاسخ. $\square ۷f^{۲۲۵}$

سوال ۱۱. ۶ کارت با ارقام $1, 1, 4, 4, 3, 5$ داریم. به ترتیب سه کارت از آنها را میکشیم و به ترتیب کشیده شده با آنها یک عدد سه رقمی تشکیل میدهیم. احتمال بخش پذیر بودن این عدد بر ۳ چقدر است؟

پاسخ. $\square \frac{۴b^{۸}e^{۶}b}{e^{۷}f^{۲}d^{۱}}$

سوال ۱۲. اعداد را داخل مربعها به گونه‌ای قرار داده‌ایم که هر خانه برابر تفاضل دو خانه بالای سرش است. حداکثر مقدار برای خانه پایینی چقدر است؟



پاسخ. $\square ۴b^{۲۲۷}$

سوال ۱۳. ۳۰ توب در ۴ ظرف A, B, C, D پخش شده‌اند به طوری که جمع تعداد توب‌های A و B بیشتر از جمع تعداد توب‌های داخل C و D است. به چند طریق میتوان اینکار را انجام داد؟

پاسخ. $\square ۳a^0e^1$

سوال ۱۴. A, B, C در یک تورنومنت بازی میکنند به طوری که ابتدا A و B با یکدیگر بازی میکنند و برنده با C بازی میکند. در هر مرحله فردی که بیرون نشسته با برنده‌ی بازی، بازی میکند. اگر یک نفر دو بازی متوالی برنده شود قهرمان میشود. احتمال قهرمان شدن C را بدست آورید.

پاسخ. $\square \frac{۴۴۷۳۵}{۷۹۰۲۶}$

سوال ۱۵. اگر هر زیرمجموعه‌ی k تایی از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, ۳۲\} = S$ سه عضو داشته باشد که به ترتیب یکدیگر را عاد میکنند، آنگاه k حداقل چند است؟

پاسخ. $\square b7a56$

سوال ۱۶. چند عدد ۵ رقمی با ارقام فرد داریم به طوری که حداقل یک جفت متوالی از ارقام حاصل جمع برابر با ۱۰ داشته باشند؟

پاسخ. $\square ۴e^{۶}v^c$

سوال ۱۷. در هر مرحله جای دو تا عدد مختلف از دنباله‌ی $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت میتوانیم برسیم؟

پاسخ. $cba\ 28$

سوال ۱۸. ۳۱ نفر دور یک دایره نشسته‌اند. به چند طریق میتوان سه نفر انتخاب کرد به طوری که بین هر دو نفر انتخاب شده حداقل ۴ نفر باشند؟

پاسخ. $3ef\ 4b$

سوال ۱۹. ۷ توب در یک ردیف داریم. به چند طریق میتوان این توب‌ها را با سه رنگ قرمز، آبی یا سیاه رنگ کنیم به طوری که دو سیاه متوالی نداشته باشیم؟

پاسخ. $d866$

سوال ۲۰. ۷ توب در یک ردیف را با به گونه‌ای رنگ کرده‌ایم که ۲ توب سفید، ۲ توب آبی و ۳ توب قرمز هستند. احتمال اینکه دو توب متوالی سفید یا دو توب متوالی آبی داشته باشیم چقدر است؟

پاسخ. $\frac{4a44d}{6f4b6}$

سوال ۲۱. به چند طریق میتوان ۱۷ توب قرمز یکسان و ۱۰ توب سفید یکسان را در ۴ جعبه متفاوت قرار داد به طوری که در هر جعبه تعداد توب‌های قرمز از سفید بیشتر باشد؟

پاسخ. $a2691$

سوال ۲۲. ۱۶ توب سفید و ۴ توب قرمز متفاوت را در ۴ جعبه متفاوت قرار میدهیم، به گونه‌ای که در هر جعبه ۵ توب باشد. احتمال اینکه در هر جعبه دقیقاً یک توب قرمز باشد چقدر است؟

پاسخ. $\frac{f8ef}{16b30}$

سوال ۲۳. چند عدد ۱۰ رقمی متشکل از $1, 2, 3$ داریم به طوری که رقم اول و آخر یکسان باشند و هیچ دو رقم مجاوری یکسان نباشند.

پاسخ. $5e5c7$

سوال ۲۴. به چند طریق میتوان دو زیرمجموعه متفاوت از $\{1, 2, \dots, 7\}$ انتخاب کرد به طوری که یکی شامل دیگری باشد؟

پاسخ. $bef7b$

سوال ۲۵. چند عدد پنج رقمی با ارقام فرد وجود دارد به طوریکه حداقل یک جفت رقم متوالی با جمع ۱۰ داشته باشد.

پاسخ. $4e67c$

سوال ۲۶. در هر مرحله جای دو تا از اعداد در جایگشت $1, 2, \dots, 7$ را جایشان را عوض می‌کنیم. بعد از دو مرحله به چند جایگشت متفاوت میتوانیم برسیم؟

پاسخ. $cba\ 28$

سوال ۲۷. یک پلکان داریم که در ردیف اول ۱۰ مربع دارد، در ردیف دوم ۹ مربع و ... در ردیف دهم ۱ مربع دارد. چند زیر مستطیل در این پلکان وجود دارد؟

پاسخ. □ ۳۵۰۷۱

سوال ۲۸. صادق یک عدد دو رقمی را مدنظر دارد. در هر مرحله میتوانیم یک عدد دو رقمی را حدس بزنیم و صادق به ما تعداد رقم‌هایی که درست حدس زدیم را میگوید. حداقل به چند حدس نیاز داریم تا عدد مورد نظر را پیدا کنیم؟

پاسخ. □ ۴۰۴۴d

سوال ۲۹. دور یک دایره ۵ شهر با فاصله‌های ۱, ۲, ۳, ۴ هستند. میخواهیم بیمارستانی احداث کنیم که فاصله‌اش از دورترین شهر حداقل باشد. چند جا میتوانیم این بیمارستان را نصب کنیم؟ (در نقطه‌ای صحیح باید احداث شود)

پاسخ. □ d۴۷۳۵

سوال ۳۰. در یک سینما، ده ردیف صندلی وجود دارد و در هر ردیف ۱۰ صندلی. چقدر احتمال دارد دو دوست بدون هماهنگی قبلی صندلی‌های مجاور بخرند؟

پاسخ. □ ۶۰۶۸۶b

سوال ۳۱. کلیدهای یک گاو صندوق با پنج قفل را کپی زدیم و بین ۸ نفر تقسیم کردیم به طوریکه با کلیدهای هر ۵ نفر از این ۸ نفر میتوان گاو صندوق را باز کرد. حداقل تعداد کلیدها را پیدا کنید.

پاسخ. □ b۷a۵۶

سوال ۳۲. اعداد $N, \dots, 2, 1$ دور دایره چیده شده‌اند به گونه‌ای که هر دو عدد متوالی یک رقم یکسان در نمایش ده دهی خود دارند. حداقل مقدار N را بیابید.

پاسخ. □ ۳۵۱۳۵

سوال ۳۳. به ازای هر $i = 0, 1, \dots, n$ ، تعداد ۸ توپ با وزن 2^i داریم. داخل هر جعبه میتوانیم هرچقدر که بخواهیم توپ بگذاریم به طوریکه وزن جعبه‌ها یکسان باشد. حداقل تعداد جعبه‌ها را بیابید.

پاسخ. □ e۶۲۹f

سوال ۳۴. حداقل چند عدد طبیعی کمتر از ۵۱ می‌توان یافت طوریکه هیچ‌کدام مضرب ۳ دیگری نباشد.

پاسخ. □ aea۹۲

سوال ۳۵. تعداد صفرهای سمت راست عدد $!2000$ را بدست آورید.

پاسخ. □ db۳de

سوال ۳۶. احتمال رخداد یک جایگشت از کلمه‌ی ABRAKADABRA به طوریکه قبل از اولین A هیچ B رخ نداده باشد.

پاسخ. □ $\frac{ef2d1}{79026}$

سوال ۳۷. دو تیم استقلال و پرسپولیس هردو وارد یک تورنومنت تک حذفی ۱۶ تیمه شده‌اند. احتمال برد هر تیم در هر مرحله $\frac{1}{2}$ است. احتمال اینکه در این تورنومنت یک بازی استقلال پرسپولیس داشته باشیم چقدر است؟

پاسخ. □ $\frac{6b86b}{2c624}$

سوال ۳۸. ۲۰۰۳ نقطه در صفحه داریم. نقطه‌ی وسط پاره خط واصل هر دو تایی را علامت می‌زنیم. حداقل چند نقطه علامت میخورند؟

پاسخ. □ ۴۳۸۷۱

سوال ۳۹. وزن ۹ توب با رنگ‌های متفاوت اعداد ۹, ۲, ..., ۱ است. ما نمی‌دانیم که وزن هر توب کدام است ولی علی وزن دقیق هر توب را می‌داند. یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که کفه‌ی سنگین‌تر و تفاضل وزن دو کفه را نشان می‌دهد. با حداقل چند بار استفاده از ترازو علی میتواند به ما ثابت کند که وزن همه‌ی توب‌ها را می‌داند؟

پاسخ. □ d۴۷۳۵

سوال ۴۰. مجموعه‌ی S این شرط را دارد که همه‌ی اعضای آن از ۱۰۲ کمترند و جمع هیچ دو عضوی از S داخل S نیست. حداقل اندازه‌ی S را بیابید.

پاسخ. □ ۰۳۱۶۴

سوال ۴۱. یک ترازوی دو کفه‌ای داریم که در هر مقایسه کفه‌ی سنگین‌تر را به ما نشان می‌دهد. حداقل به چند بار استفاده از ترازو نیاز است تا ۴ سنگ با وزن‌های متفاوت را از سبک به سنگین مرتب کنیم؟

پاسخ. □ ef۲d۱

سوال ۴۲. در خانه‌های یک جدول با ۴۰ ردیف و ۷ ستون اعداد ۰ یا ۱ نوشته شده است به طوریکه هیچ دو ردیفی یکسان نیستند. حداقل تعداد یک‌های جدول را بیابید.

پاسخ. □ a۴e۰۰

سوال ۴۳. چند عدد ۱۰ رقمی متشکل از چهار رقم ۰، پنج رقم ۱ و یک رقم ۲ وجود دارد؟

پاسخ. □ a۷f۰b

سوال ۴۴. حداقل n را بیابید به طوریکه اگر ۲۵ خانه از یک صفحه‌ی شطرنجی نامتناهی را انتخاب کنیم، حتماً n خانه پیدا می‌شوند به طوریکه هیچ دو تایی راس مشترک نداشته باشند.

پاسخ. □ ۷۹۰۲۶

سوال ۴۵. ۳۱ سنگ داریم که روی دو تای آنها ۱ نوشته شده، روی هشت تا از آنها ۲ نوشته شده، روی دوازده تای آنها ۳ نوشته شده، روی چهار تا از آنها ۴ نوشته شده و روی پنج تا از آنها ۵ نوشته شده. ۳۰ تا از آنها را داخل یک جدول 6×5 قرار دادیم به طوریکه جمع سطرها و ستون‌ها برابر باشد. روی سنگ باقیمانده چه عددی نوشته شده است؟

پاسخ. □ ef۲d۱

سوال ۴۶. به ازای چند مقدار از $n > 0$ میتوان n خط مختلف روی یک صفحه پیدا کرد به طوریکه هر خط با دقیقاً ۲۰۰۴ خط دیگر تقاطع داشته باشد.

پاسخ. □ ۶b۵۱d

سوال ۴۷. n عدد صحیح با حاصل جمع ۹۴ را دور یک دایره قرار داده‌ایم به طوریکه هر عدد برابر قدر مطلق تفاضل دو عدد بعدی خود است (ساعتگرد). حداقل n را بیابید.

پاسخ. □ d۶۰۶۱

سوال ۴۸. چند عدد ۶ رقمی داریم که رقم ۰ نداشته باشد و اگر ارقام آنرا جایگشت بدھیم عدد حاصل همواره به ۷ بخش پذیر باشد.

پاسخ. □ d۲f۴۸

سوال ۴۹. چند سه تایی مرتب (x, y, z) از اعداد طبیعی داریم به طوریکه $xyz = 10^6$ ؟

پاسخ. $\square f\!f\!108$

سوال ۵۰. علی و ولی به شکار رفتند. احتمال اینکه هر کدام از آنها با یک تیر یک اردک را شکار کنند $\frac{1}{7}$ است. در طی شکار علی ۱۲ تیر و ولی ۱۳ تیر شلیک می‌کند. احتمال اینکه ولی بیشتر از علی اردک شکار کرده باشد چقدر است؟

پاسخ. $\square \frac{6b86b}{d4735}$

سوال ۵۱. علی و ولی به شکار رفتند. احتمال اینکه هر کدام از آنها با یک تیر یک اردک را شکار کنند $\frac{1}{7}$ است. در طی شکار علی ۱۲ تیر و ولی ۱۳ تیر شلیک می‌کند. احتمال اینکه ولی بیشتر از علی اردک شکار کرده باشد چقدر است؟

پاسخ. $\square \frac{6b86b}{d4735}$

سوال ۵۲. ۲۰ نفر در یک انجمن داریم. ۱۰ نفر از آنها انگلیسی صحبت می‌کنند. ۱۰ نفر از آنها آلمانی صحبت می‌کنند و ۱۰ نفر از آنها فرانسوی صحبت می‌کنند. به یک کمیته‌ی ۳ نفره خوب می‌گوییم اگر بتوانند هر سه زبان را بفهمند. (لزومی ندارد همه زبان‌ها را بلد باشند). حداکثر کمیته‌های خوب را بیابید.

پاسخ. $\square f\!2968$

سوال ۵۳. علی و بهار یک بازی انجام می‌دهند. ۲۰۰۵ متفاوت در درست بهار است. علی یکی از آنها را در ذهن خود انتخاب می‌کند و لی به بهار نمی‌گویید. بهار در هر مرحله می‌تواند سنگ‌ها را به سه دسته‌ی ناتهی تقسیم کند و علی از بین دو دسته‌ای که سنگ مورد نظرش در آن نیست، دسته‌ی بزرگتر را حذف می‌کند. (اگر دو دسته برابر بودند یکی را حذف می‌کند). اگر ۲ سنگ باقی بماند، علی مجبور است که انتخابش را به بهار بگوید. بهار به چند مرحله سوال نیاز دارد تا بتواند سنگ مورد نظر علی را پیدا کند؟

پاسخ. $\square 4fc82$