USAJMO

سوال ۱. فرض کنید $n \ge n$. روآن و کلین یک بازی روی یک یک جدول $n \times n$ انجام میدهند. به طوری که هر خانه یا به رنگ قرمز است یا آبی. روآن میتواند سطرها را جایگشت دهد و کلین میتواند ستونها را جایگشت دهد. به یک رنگ آمیزی از جدول ترتیبی میگوییم اگر:

۱. هرطور که روآن سطرها را جابه جا کند، کلین میتواند با حرکت ستونها جدول را به حالت اولیه برگرداند Υ . هرطور که کلین ستونها را جابه جا کند، روآن میتواند با حرکت ستونها جدول را به حالت اولیه برگرداند برحسب η چند رنگ آمیزی ترتیبی وجود دارد؟

سوال Y. یک جدول $n \times n$ در نظر بگیرید به طوریکه n عددی فرد باشد. به یک کاشیکاری با دومینوها با یک خانه ی خالی یک طرح میگوییم. اگر طرح اولیه را داشته باشیم، و بتوانیم در هر مرحله یک دومینو را در جهت خودش طوری حرکت بدهیم که به یک کاشیکاری دیگر تبدیل شود، آنگاه حداکثر به چند طرح دیگر رسید؟

سوال \mathbf{v} . یک عدد a انتخاب شده است. آلیس و باب یک بازی انجام میدهند به طوریکه تعدادی عدد صحیح مثبت روی تخته نوشته شده اند. در نوبت آلیس، یک عدد x را از روی تخته انتخاب میکند و آنرا با x + x جایگزین میکند. و در نوبت باب، او یک عدد زوج مانند x را از روی تخته انتخاب میکند و با x جایگزین میکند. بازی زمانی تمام میشود که باب حرکتی برای انجام نداشته باشد. پس از مدتی باب متوجه میشود که هرطوری که آلیس بازی کند، باب میتواند بازی را تمام کند. ثابت کنید در اینصورت هرطور که آلیس و باب بازی کنند بازی تمام میشود.

سوال ۴. فرض کنید a و b اعداد صحیح مثبتی باشند. جدولی $(a+b+1)\times(a+b+1)\times(a+b+1)$ داریم به طوری که هر خانهی آن به یکی از دو رنگ قرمز یا آبی رنگ شده اند. به طوری که حداقل $a^{\gamma}+ab-b^{\gamma}+a$