



## ΑΣΚΗΣΗ 10 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΑΝΤΩΝΗΣ ΜΗΤΣΗΣ

ΑΡ. ΜΗΤΡΩΟΥ: ge19079

EMAIL: [anmitsis@hotmail.com](mailto:anmitsis@hotmail.com)

ΣΧΟΛΗ: ΣΕΜΦΕ

Έχουμε τον παρακάτω πίνακα με τις αποστάσεις των αεροπλάνων 1:6 από τα αεροδρόμια 1:8

	Αεροδιάδρομος							
Αεροσκάφος	1	2	3	4	5	6	7	8
1	69	50	30	32	66	79	55	24
2	92	92	88	82	13	4	86	31
3	13	42	51	16	17	29	62	8
4	25	M	58	14	68	15	18	99
5	34	78	50	89	M	M	70	11
6	64	43	71	48	36	78	53	67

### Στάδιο 1-2

Θα επιλύσω το πρόβλημα με την Ουγκρική μέθοδο. Παρατηρώ ότι το πρόβλημα είναι ελαχιστοποίησης και μη ισορροπημένο εφόσον τα αεροδρόμια είναι 8 και τα αεροπλάνα 6. Έτσι προσθέτουμε 2 εικονικές γραμμές που συμβολίζουν αεροπλάνα με κόστος 0.

	Αεροδιάδρομος							
Αεροσκάφος	1	2	3	4	5	6	7	8
1	69	50	30	32	66	79	55	24
2	92	92	88	82	13	4	86	31
3	13	42	51	16	17	29	62	8
4	25	M	58	14	68	15	18	99
5	34	78	50	89	M	M	70	11
6	64	43	71	48	36	78	53	67
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

### Στάδιο 3

Ταυτόχρονα επέλεξα το μικρότερο στοιχείο κάθε γραμμής και στη συνέχεια θα το αφαιρέσω από τα υπόλοιπα στοιχεία κάθε γραμμής. Τα M είναι πολύ μεγάλοι αριθμοί και δεν θα μεταβληθούν.

	Αεροδιάδρομος							
Αεροσκάφος	1	2	3	4	5	6	7	8
1	45	26	6	8	42	55	31	0
2	88	88	84	78	9	0	82	27
3	5	34	43	8	9	21	54	0
4	11	M	44	0	54	1	4	85
5	23	67	39	78	M	M	59	0
6	28	7	35	12	0	42	17	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

#### Στάδιο 4

Σε αυτό το στάδιο επιλέγουμε το μικρότερο στοιχείο κάθε στήλης και το αφαιρούμε από όλα τα στοιχεία αυτής της στήλης. Όμως παρατηρούμε ότι κάθε στήλη έχει ένα τουλάχιστον 0 οπότε αυτό το στάδιο δεν προκαλεί αλλαγές στον πίνακα μας.

#### Στάδιο 5

Διαγράφω τα μηδενικά του πίνακα χρησιμοποιώντας οριζόντιες και κάθετες γραμμές και μετρώ πόσες χρειάστηκαν.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	45	26	6	8	42	55	31	0
2	88	88	84	78	9	0	82	27
3	5	34	43	8	9	21	54	0
4	11	M	44	0	54	1	4	85
5	23	67	39	78	M	M	59	0
6	28	7	35	12	0	42	17	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Παρατηρούμε ότι χρειάστηκαν μόνο 6 γραμμές λιγότερες από  $n=8$  οπότε δεν έχουμε βρει ακόμα βέλτιστη λύση.

#### Στάδιο 6

Επιλέγουμε από τα κελιά που δεν έχουν καλυφθεί το κελί με την μικρότερη τιμή, στην περίπτωση μας το κελί (4,7) με τιμή 1, και το αφαιρούμε από όλα τα ακάλυπτα κελιά.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	21	1	3	42	55	26	0
2	83	83	79	73	9	0	77	27
3	0	29	38	3	9	21	49	0
4	11	M	44	0	54	1	4	85
5	18	62	34	73	M	M	54	0
6	23	2	30	7	0	42	12	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

### Στάδιο 5

Επαναλαμβάνω τη διαδικασία του σταδίου 5 διαγράφοντας τα μηδενικά με γραμμές.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	21	1	3	42	55	26	0
2	83	83	79	73	9	0	77	27
3	0	29	38	3	9	21	49	0
4	11	M	44	0	54	1	4	85
5	18	62	34	73	M	M	54	0
6	23	2	30	7	0	42	12	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Αυτή τη φορά χρειαστήκαμε 7 γραμμές, που ακόμα δεν είναι αρκετές και άρα συνεχίζουμε επαναλαμβάνοντας το Στάδιο 6.

### Στάδιο 6

Το μικρότερο ακάλυπτο στοιχείο μας βρίσκεται στο κελί (1,3) και έχει την τιμή 1. Το αφαιρούμε από όλα τα ακάλυπτα στοιχεία.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	20	0	3	42	55	25	0
2	83	82	78	73	9	0	76	27
3	0	28	37	3	9	21	48	0
4	11	M	43	0	54	1	3	85
5	18	61	33	73	M	M	53	0
6	23	1	29	7	0	42	11	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

## Στάδιο 5

Ξανά φέρνουμε γραμμές για να διαγράψουμε τα μηδενικά.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	20	0	3	42	55	25	0
2	83	82	78	73	9	0	76	27
3	0	28	37	3	9	21	48	0
4	11	M	43	0	54	1	3	85
5	18	61	33	73	M	M	53	0
6	23	1	29	7	0	42	11	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Αυτή τη φορά χρειάστηκαν 8 γραμμές κατ' ελάχιστο, ακριβώς όσες είναι οι γραμμές ή στήλες του πίνακα και άρα υπάρχει βέλτιστη λύση. Παρατηρούμε ότι η 2<sup>η</sup> γραμμή έχει μόνο ένα 0 στη θέση (2,6), οπότε αντιστοιχίζουμε το 2<sup>ο</sup> αεροσκάφος στον 6<sup>ο</sup> αεροδιάδρομο. Διαγράφουμε (πράσινο χρώμα) την 2<sup>η</sup> γραμμή και 6<sup>η</sup> στήλη στον παρακάτω πίνακα. Συνεχίζοντας, η 4<sup>η</sup> γραμμή έχει μόνο ένα μηδενικό και άρα καταχωρείται διαγράφοντας με μπλε χρώμα τη γραμμή και τη στήλη του. Έπειτα στη γραμμή 5 το στοιχείο (5,8) είναι το μοναδικό 0 και διαγράφω με πορτοκαλί χρώμα. Έπειτα επιλέγω για τον ίδιο λόγο το στοιχείο (6,5) διαγράφοντας με μαύρο χρώμα. Στη συνέχεια διαλέγω το στοιχείο (1,3) διαγράφοντας με κίτρινο χρώμα. Έπειτα το κελί (3,1) με μωβ χρώμα. Τέλος στις γραμμές 7 και 8 έχει μόνο 0 οπότε διαλέγω αυθαίρετα τα κελιά (7,2) με γαλάζιο και (8,7) με καφέ χρώμα.

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	20	0	3	42	55	25	0
2	83	82	78	73	9	0	76	27
3	0	28	37	3	9	21	48	0
4	11	M	43	0	54	1	3	85
5	18	61	33	73	M	M	53	0
6	23	1	29	7	0	42	11	31
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Η αντιστοίχιση των πηγών ολοκληρώθηκε και οι τελικές αναθέσεις παρουσιάζονται ως εξής:

Αεροσκάφος	Αεροδιάδρομος	Κόστος
1	1	13
2	2	0
3	3	30
4	4	14
5	5	36
6	6	4
7	7	0
8	8	11
Συνολικό κόστος		<b>108</b>

Οι τελικές αναθέσεις ήταν (A = αεροσκάφος, α= αεροδιάδρομος)

- A1 -> α3 με κόστος 30
- A2 -> α6 με κόστος 4
- A3 -> α1 με κόστος 13
- A4 -> α4 με κόστος 14
- A5 -> α8 με κόστος 11
- A6 -> α5 με κόστος 36
- A7 -> α2 με κόστος 0 (εικονικό αεροσκάφος)
- A8 -> α7 με κόστος 0 (εικονικό αεροσκάφος)

Και συνολική ελάχιστη απόσταση 108