

# Y-Δ変換とΔ-Y変換

anmitsu48

2020年8月2日

## 1 Y-Δ変換

図1のY接続回路と図2のΔ接続回路の端子A-B、B-C、端子C-Aの各端子間の合成インピーダンスがそれぞれ等しいとき、 $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  を  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  で表すことを考える。

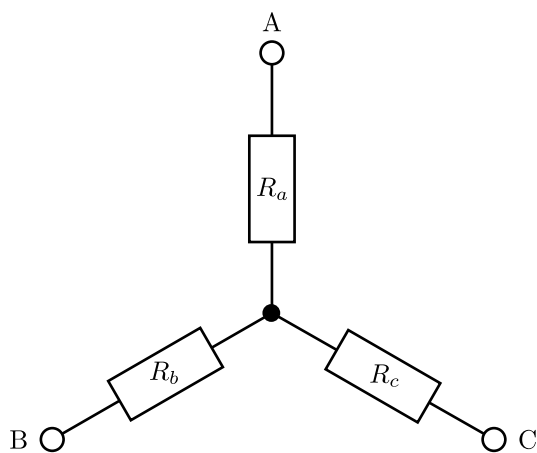


図1 Y接続回路

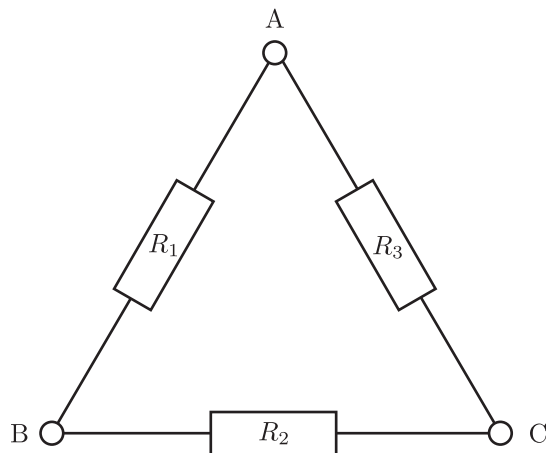


図2 Δ接続回路

### Y-Δ変換

$$R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_c}, \quad R_2 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a}, \quad R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_b} \quad (1)$$

#### (1)：端子A-D間の合成抵抗を求める

図1と図2でB-C間を短絡させて、図3や図4のようにする。Y接続回路において、端子A-D間の抵抗  $R_{AD}$  は

$$R_{AD} = R_a + \frac{R_b R_c}{R_b + R_c} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_b + R_c} \quad (2)$$

である。一方、Δ接続回路において、端子A-D間の抵抗  $R_{AD}$  を求めると、

$$\frac{1}{R_{AD}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \quad (3)$$

となる。式(2)と式(3)が等しくなるように設定すれば良いので、

$$\frac{1}{R_{AD}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_b + R_c}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \quad (4)$$

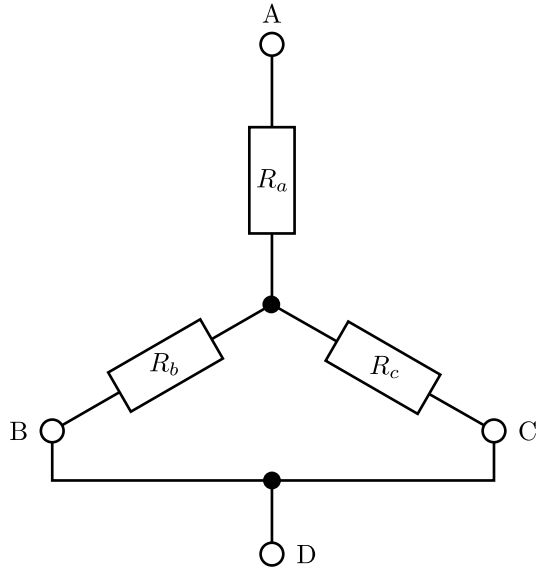


図 3 Y 接続回路 (2)

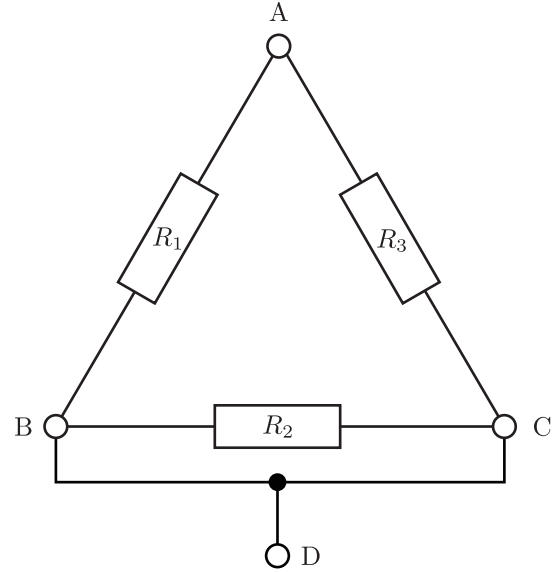


図 4 Δ 接続回路 (2)

が成立すれば良い。

同様に C-A 間を短絡させた場合を考えると、

$$\frac{1}{R_{BE}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_c + R_a}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \quad (5)$$

が成立する。また、A-B 間を短絡させた場合を考えると、

$$\frac{1}{R_{CF}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_a + R_b}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \quad (6)$$

が成立する。

(2) :  $R_1, R_2, R_3$  を求める

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} &= \frac{R_b + R_c}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \\ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} &= \frac{R_c + R_a}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \\ \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} &= \frac{R_a + R_b}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \end{aligned}$$

3つの式の両辺をそれぞれ足して、両辺を2で割ると

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_a + R_b + R_c}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a} \quad (7)$$

が得られる。この式を使うことで  $R_1, R_2, R_3$  は式 (1) のようになることがわかる。

## 2 Δ-Y 変換

図1のY接続回路と図2のΔ接続回路の端子A-B、B-C、端子C-Aの各端子間の合成インピーダンスがそれぞれ等しいとき、今度は逆に  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  を  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  で表すことを考える。

### Δ-Y 変換

$$R_a = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (8)$$

#### (1)：端子 A-B 間の合成抵抗を求める

Y 接続回路での端子 A-B 間の抵抗  $R_{AB}$  は

$$R_{AB} = R_a + R_b \quad (9)$$

である。一方、Δ 接続回路での端子 A-B 間の抵抗  $R_{AB}$  は

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3)} \quad (10)$$

となる。式(9)と式(10)が等しくなるように設定すれば良いので、

$$R_{AB} = R_a + R_b = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (11)$$

が成立すれば良い。

同様に B-C 間について考えると、

$$R_{BC} = R_b + R_c = \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (12)$$

が成立する。また、C-A 間を短絡させた場合を考えると、

$$R_{CA} = R_c + R_a = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (13)$$

が成立する。

#### (2)： $R_a$ , $R_b$ , $R_c$ を求める

$$R_a + R_b = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b + R_c = \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c + R_a = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

3つの式の両辺をそれぞれ足して、両辺を2で割ると

$$R_a + R_b + R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (14)$$

が得られる。この式を使うことで  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  は式(8)のようになることがわかる。