オペアンプ回路について

れいな（仮）

2020 年 9 月 5 日

この TEX ノートではオペアンプを利用した回路の一例を紹介します。オペアンプは偉大な電子部品で、それを使うことで様々なことが可能になった。理想オペアンプの特性は表 1 のようになる。しかし、実際に扱うオペアンプの場合で無限大や 0 はありえない。そうであっても、これら以外の特徴を仮定して回路を解析するのは大変である。以下ではオペアンプには V_{DC} の電源電圧が加わっていると仮定する。実際のオペアンプでは出力電圧が電源電圧を超えることはない。

表 1　理想オペアンプの特性

差動利得	無限大
同相利得	0
入力インピーダンス	無限大
出力インピーダンス	0
周波数特性	無限大
内部雑音	0

1　増幅回路

1.1　反転増幅回路

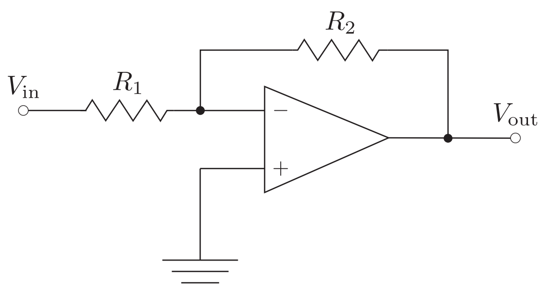

図 1　反転増幅回路

反転増幅回路はオペアンプを使った基本的な回路である。オペアンプの入力インピーダンスは無限大でオペアンプに電流は流入しないので、V_{in} から V_{out} まで電流が一直線に流れる。オペアンプの $-$ 入力端子にかかる電圧は仮想接地により 0 であるから、分点での電圧を求める公式を使うと、

$$0 = \frac{R_2 V_{\mathrm{in}} + R_1 V_{\mathrm{out}}}{R_1 + R_2}$$

が成立する。これより、

$$\frac{V_{\mathrm{out}}}{V_{\mathrm{in}}} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{1}$$

と増幅率（伝達関数）を書くことができる。

1.2　電流電圧変換回路

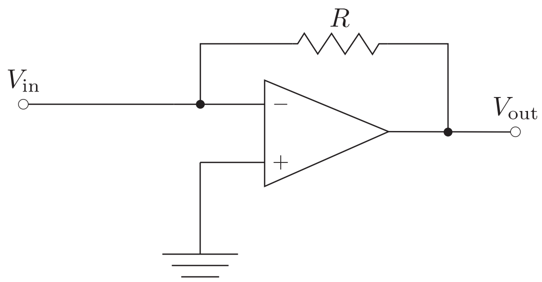

図 2　電流電圧変換回路

反転増幅回路において R_1 を 0 にしたときの回路は**電流電圧変換回路**と呼ばれる。抵抗 R_1 を回路から取り除くと

$$V_{\rm out} = -RI \tag{2}$$

となる。ここで I は回路を流れる電流である。この回路を使うと、電流 I が小さくても、$V_{\rm out}$ で見てみれば R をかけているために、ある程度の量を持った値として出力されるために微小電流の測定に利用することができる。

1.3　非反転増幅回路

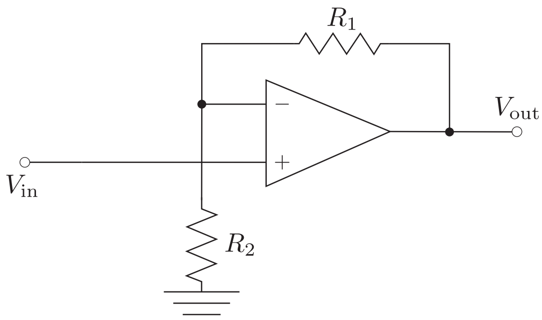

図 3　非反転増幅回路

非反転増幅回路もオペアンプを使った基本的な回路である。オペアンプの − 入力端子にかかる電圧について、理想オペアンプの差動利得が無限大なので、安定に作動するためには、+、− の両端子にかかる電圧が等しくなければならない。このことから、− 端子にかかる電圧は $V_{\rm in}$ となる。そのため、分点での電圧を求める公式を使うと、

$$V_{\rm in} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\rm out}$$

が成立する。これより、

$$\frac{V_{\rm out}}{V_{\rm in}} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \tag{3}$$

と増幅率（伝達関数）を書くことができる。この式から、増幅率は常に 1 以上の正の値をとることがわかる。負にならないことと、信号の大きさを小さくすることができないのが反転増幅回路との違いである。

1.4　ボルテージフォロワ

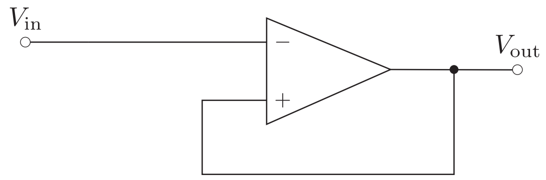

図 4　ボルテージフォロワ

ボルテージフォロワでは $V_{\mathrm{in}} = V_{\mathrm{out}}$ が成立する。もちろん、増幅率は 1 であり、何の役に立たないようにも見えるが、回路内に組み込んだ時には非常に役に立つ。ボルテージフォロワが使われる例は、インピーダンス変換と回路の分離である。

インピーダンス変換

入力インピーダンスと**出力インピーダンス**の違いを説明するのは難しい。素晴らしい解答を私も知りたい。ここでは、一応次のような定義を記しておこう。

- **入力インピーダンス**：入力端子側から回路を見たときの回路の抵抗値
- **出力インピーダンス**：出力端子側から回路を見たときの回路の抵抗値

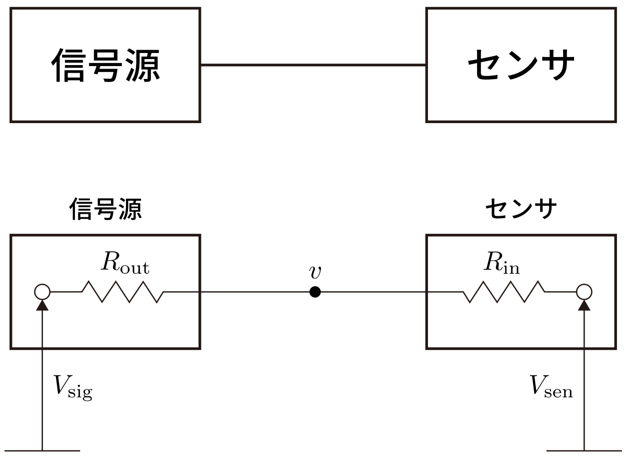

図 5　入力・出力インピーダンス

この概念は言葉だけではわからないので、図 5 をもとに考えよう。信号源から発出された信号をセンサで観測することを考えよう。このとき、信号源とセンサの等価回路は V_{sig} と V_{sen} をただ導線をつないだものではなく、信号源が R_{out} の内部抵抗を持ち、センサが R_{in} の内部抵抗を持つとした回路となる。このとき、信号源の出力インピーダンスは R_{out}、センサの入力インピーダンスは R_{in} であるという。

実際に回路を設計する際は入力インピーダンスと出力インピーダンスを必ず考慮する必要がある。信号源が V_{sig} を出力しても、センサに入る信号 v は V_{sig} と一致しない。$v \approx V_{\mathrm{sig}}$ となるにはどうすればよいか。分点での電圧を求める公式を使うと、

$$v = \frac{R_{\mathrm{in}} V_{\mathrm{sig}} + R_{\mathrm{out}} V_{\mathrm{sen}}}{R_{\mathrm{in}} + R_{\mathrm{out}}} \tag{4}$$

となる。$v \approx R_{\mathrm{sig}}$ とする一番良い方法は $R_{\mathrm{out}} = 0$ とすることである。しかし、実際には完全に 0 にすることはできないので、$v \approx R_{\mathrm{sig}}$ とするには、R_{in} を十分大きくして、R_{in} を十分するのがよい。これを実現するためにオペアンプを使用する。

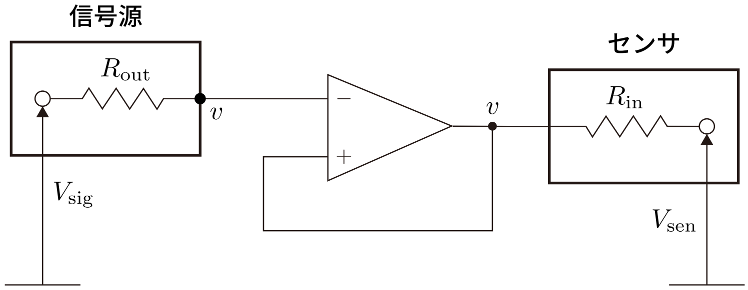

図 6　インピーダンス変換

オペアンプを利用すると、（理想）オペアンプの入力インピーダンスは ∞ で出力インピーダンスは 0 である。信号源にとってはセンサの入力インピーダンスは ∞ と見えるので、式 (4) よりオペアンプの $-$ 入力端子に電圧 v がかかる。ボルテージフォロワにより、オペアンプの出力の部分にも電圧 v がかかる。このことはセンサの立場から考えてもよい。センサにとっては信号源の出力インピーダンスは 0 と見えるので、式 (4) よりオペアンプの $+$ 入力端子に電圧 v がかかる。ボルテージフォロワにより、オペアンプの $-$ 入力端子の部分にも電圧 v がかかる。

このようにオペアンプを中に入れると、信号源やセンサにとっての相手のインピーダンスを元のものと異なっているように見えるので、ボルテージフォロワはインピーダンス変換を行うことができる。

回路の分離

ここまで書いたことからさらに議論を深めていくと、回路の分離についても理解できるように思える。オペアンプを挟むことは、$R_{\mathrm{in}} \to \infty$ または $R_{\mathrm{out}} \to 0$ とすることに対応する。式 (4) で $R_{\mathrm{in}} \to \infty$ とするとき、

$$v = \frac{V_{\mathrm{sig}} + (R_{\mathrm{out}}/R_{\mathrm{in}})V_{\mathrm{sen}}}{1 + (R_{\mathrm{out}}/R_{\mathrm{in}})}$$

と変形してから、$R_{\mathrm{in}} \to \infty$ とする。無限大で割るから、R_{out} や V_{sen} はどうでもよい。V_{sen} を決定することは R_{in} を決定することと等価だが、V_{sen} はどうでもよいということは信号源側をどのようにいじっても、センサ側には何の影響も与えないことを意味する。このような意味で回路を分離することができる。

1.5　反転増幅回路と非反転増幅回路

反転増幅回路と非反転増幅回路の 2 種類の増幅回路があるからには、それぞれにメリット、デメリットがあり、用途が異なる。ここでは、両者の違いをまとめておく。

(1) オペアンプの入力端子にかかる電圧が異なる。（回路図を見ると明らか）

反転増幅回路では $+$ 端子が GND に繋がっているので 2 つの入力端子にかかる電圧は 0 である。一方、非反転増幅回路の場合は入力端子にかかる電圧は V_{in} となる。反転増幅回路では、回路の 1 つの基準点となるオペアンプの $-$ 端子にかかる電圧が V_{in} によらず常に一定値となるというメリットを持つ。非反転増幅回路の場合は V_{in} によってオペアンプの $-$ 端子にかかる電圧が変動することになるが、入力信号が直流信号や低周波信号ならば基本的には問題ない。しかし、高周波信号の場合、実際のオペアンプでは早い変化に対応できず、電気回路が不安定になってしまう。高周波信号の増幅では非反転増幅回路の方が良いといえる。

(2) 信号にとっての入力インピーダンスが異なる。

反転増幅回路の場合、入力インピーダンスはオペアンプの $-$ 端子の前につながっている抵抗の抵抗値（図 1 の R_1）となる。反転増幅回路で増幅率は、式 (1) より R_2/R_1 となるので、増幅率を上げるには R_1 を小さくする必要がある。このことから、ボルテージフォロワの「インピーダンス変換」で書いたことをふまえると、反転増幅回路は高い制度を要求される場合の電圧の測定には向かない。一方で、非反転増幅回路の場

合はオペアンプの − 端子の前に何もつながっていないため、入力インピーダンスはオペアンプの入力インピーダンスである ∞ となる。

1.6 差動増幅回路

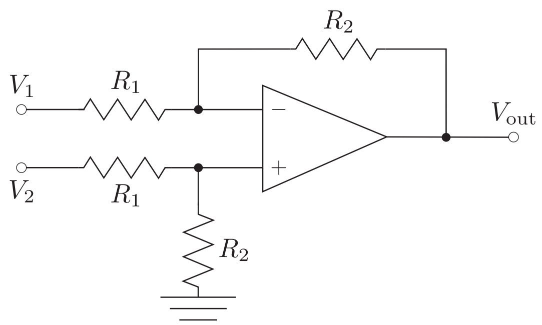

図 7 差動増幅回路

2 つの信号の差分を増幅する回路が差動増幅回路である。このときの $V_{\rm out}$ を計算すると、オペアンプの両入力端子にかかる電圧が等しいことから

$$\frac{R_2V_1 + R_1V_{\rm out}}{R_1 + R_2} = \frac{R_2V_2}{R_1 + R_2}$$

が成立する。これより、

$$V_{\rm out} = \frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1) \tag{5}$$

となり、確かに差分を増幅することがわかる。この式からもわかるように差分については − 端子を基準としている。

2　フィルタ回路と微分・積分器

2 節では簡易的なフィルタとしてローパスフィルタやハイパスフィルタについて記す。また、信号の微分や積分を計算する回路についても記す。

2.1　ローパスフィルタ

理想的なローパスフィルタは $|\omega| > \omega_c$ を満たす周波数 ω の成分を完全にカットするものであるから、ローパスフィルタの周波数特性を表す伝達関数は

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \le \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

となる。しかし、この特性を抵抗やコンデンサ、コイルを利用したアナログ回路で表現するのは不可能である。ディジタルフィルタでも完全にこの特性を実現することはできない。アナログ回路ではある周波数 ω_c からゲイン特性が小さくなるようにすることでローパスフィルタを作成する。この ω_c を**カットオフ周波数**という。

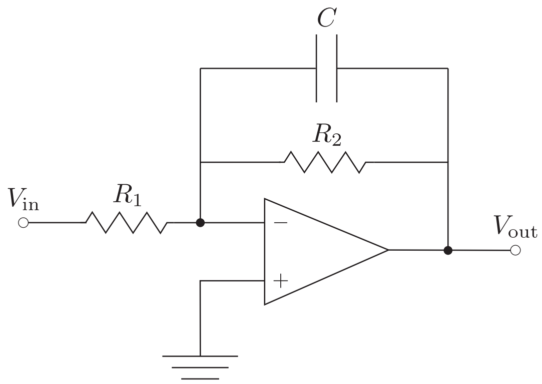

図 8　ローパスフィルタ

伝達関数と周波数応答の計算

図 8 のような回路を作成したときの伝達関数 $H(s)$ or $H(j\omega)$ を求める。まず、並列につながった部分の合成インピーダンス Z を求める。

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{(j\omega C)^{-1}} = \frac{1}{R_2} + j\omega C$$

$$\therefore\ Z = \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2} \tag{6}$$

となる．オペアンプのマイナス端子の入力部分は仮想接地の原理より 0 V となるから，

$$0 = \frac{Z V_{\mathrm{in}} + R_1 V_{\mathrm{out}}}{Z + R_1}$$

が成立する．この式より，

$$\frac{V_{\mathrm{out}}}{V_{\mathrm{in}}} = -\frac{Z}{R_1} = -\frac{R_2/R_1}{1 + (j\omega)CR_2} \tag{7}$$

となる。これが周波数で見たとき（Laplace 領域の虚軸上）の伝達関数 $H(j\omega)$ である。この伝達関数で $j\omega \to s$ と置き換えると s 表示の伝達関数がわかる。

$$H(s) = -\frac{R_2/R_i}{1 + sCR_2} \tag{8}$$

ここでは周波数応答に着目しよう。式 (7) より、伝達関数の振幅特性と位相特性がわかる。

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR_2)^2}} \tag{9}$$

$$\arg H(j\omega) = \pi - \arctan(\omega CR_2) \tag{10}$$

式 (9) より、$\omega = 0$（直流入力）に対しては、R_2/R_1 倍することがわかるが、ω が大きくなると振幅が小さくなることがわかる。**カットオフ周波数** ω_c は出力の振幅特性が直流入力の $1/\sqrt{2}$ 倍になる（角）周波数と定義される。式 (9) より、カットオフ周波数 ω_c は

$$\omega_c = \frac{1}{CR_2} \tag{11}$$

であることがわかる。一般に図 8 のようなローパスフィルタの伝達関数は

$$H(j\omega) = \frac{A}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \tag{12}$$

の形で表現される。

Bode 線図

周波数応答の振幅特性と位相特性を視覚的に把握するためのツールに **Bode 線図**という。ここでは、$A = 1,\ \omega_c = 10^3$ の場合のボード線図を示すことにしよう。Bode 線図は MATLAB を使用すれば容易に作成することができる。

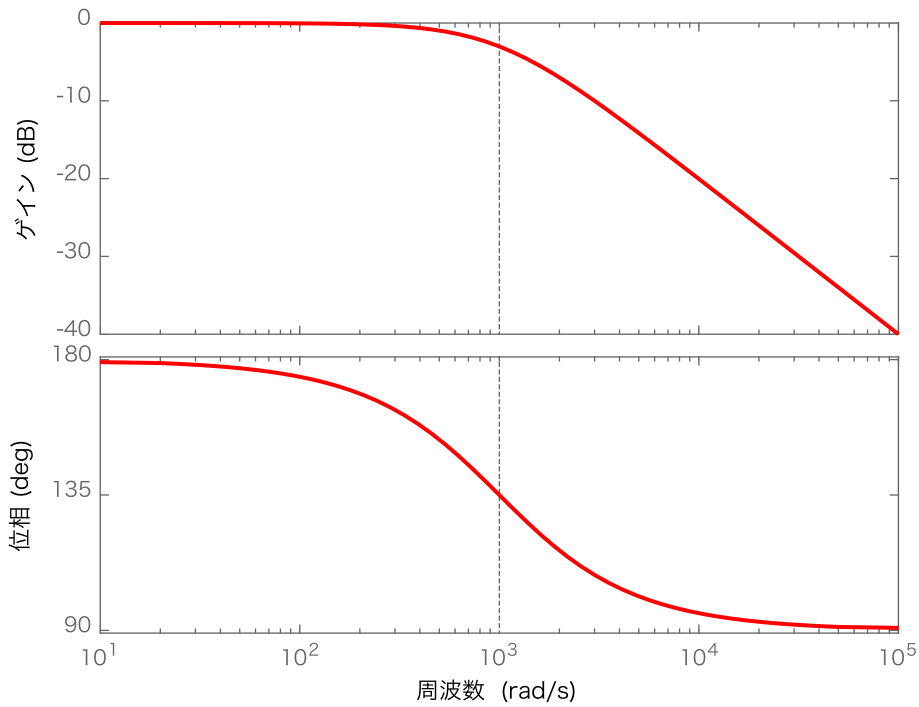

図 9　ローパスフィルタの Bode 線図

Bode 線図では振幅特性は $20\log_{10}|H(j\omega)|$ と振幅特性のデシベル表示をプロットすることになっている。振幅特性のデシベル表示は,

$$20\log_{10}|H(j\omega)| = -10\log_{10}(1+10^{-6}\omega^2) \tag{13}$$

これは log-log プロットでも非線形となり、コンピュータを使わないと正確な特徴を把握することはできない。そこで、折れ線近似を行うことがある。ω が十分小さい場合と十分大きい場合の挙動、数学で出てくる

言葉を使うなら、漸近線のつなぎ合わせにより、Bode 線図を近似的に表現するものである。式 (13) の場合は、以下のように近似できる。

$$-10\log_{10}(1+10^{-6}\omega^2) \approx \begin{cases} 0 & (\omega \text{ が十分小さい}) \\ 60 - 20\log_{10}\omega & (\omega \text{ が十分大きい}) \end{cases} \tag{14}$$