

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL - CÓDIGO: MATE-1203-1204

NOMBRE:

Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la
trampa o al fraude en las pruebas académicas.

FIRMA:

PARTE I

Tema A

Tiempo: 75 minutos
12 preguntas

Encierre la respuesta correcta en un círculo. Haga sus cálculos en este cuadernillo de examen

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} =$

- a) 2 b) -1 c) 1 d) 1/2 e) No existe

2. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} =$

- a) $1/e$ b) -1 c) e d) 1 e) ∞

3. La inversa de la función $f(x) = \frac{2x-1}{1+x}$ es:

- a) $f^{-1}(x) = -\frac{2x-1}{1+x}$ b) $f^{-1}(x) = \frac{1+x}{x-2}$ c) $f^{-1}(x) = \frac{1+x}{2-x}$
d) $f^{-1}(x) = \frac{1+x}{2+x}$ e) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2x-1}$

Espacio de borrador

4. $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} =$

- a) 0 b) $-\frac{2}{e^2} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ c) 1 d) $e^2(e^2 - 1)$ e) 2
-

5. El volumen del sólido de revolución que se produce al hacer girar alrededor del eje y la región encerrada por las curvas $y = -x + 2$, $y = x^2$ y $y = 0$ es:

- a) $5\pi/2$ b) $37\pi/12$ c) $8\pi/3$ d) $11\pi/6$ e) $\pi/2$
-

6. El límite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^4 - 16}{h}$ es:

- a) $f'(0)$ donde $f(x) = x^4$ b) $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 12$
c) $f'(2)$ donde $f(x) = x^4$ d) $f'(x)$ donde $f(x) = x^4$
e) $f'(2+h)$ donde $f(x) = x^4$
-

7. La derivada de la función $f(x) = 1 - \ln(\cos^2 \sqrt{x})$ es:

- a) $-\sec^2 \sqrt{x}$ b) $1 - 2\ln(\cos x^{1/2})$ c) $\frac{\sqrt{x}/2}{\cos^2 \sqrt{x}}$
d) $\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ e) $\frac{\sec \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
-

8. El dominio de la función $H(x) = \sqrt{x^2 - 1} \ln(9 - x^2)$ es:

- a) $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ b) $(-\infty, -3] \cup [1, \infty)$ c) $(-3, -1] \cup [3, \infty)$
d) $(-3, -1] \cup [1, 3)$ e) $(-3, -1) \cup (1, 3)$
-

9. La recta que no es asíntota vertical ni asíntota horizontal de la función $f(x) = \frac{x-9}{\sqrt{x^2-2x-15}}$ es:

a) $y = -1$

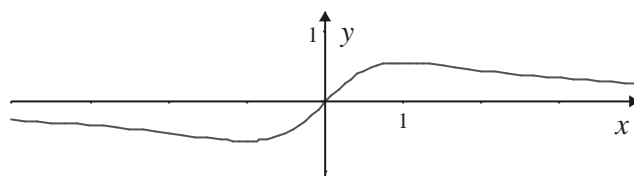
b) $y = 1$

c) $x = 1$

d) $x = 5$

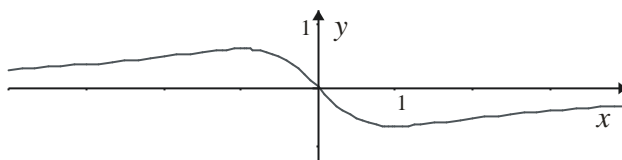
e) $x = -3$

10. La gráfica de una función $y = f(x)$ es:

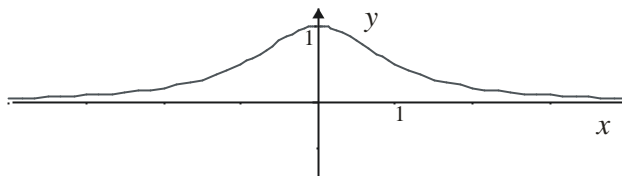


Una posible gráfica de su derivada $y = f'(x)$ es:

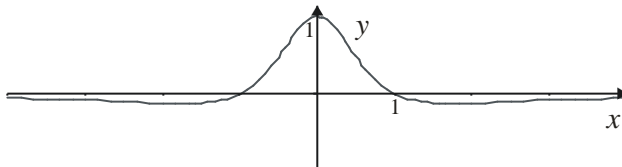
a)



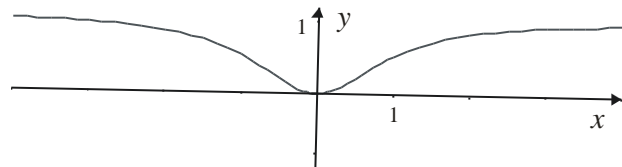
b)



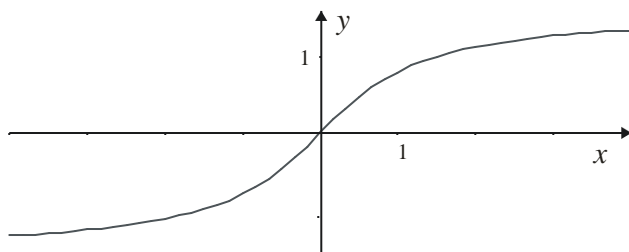
c)



d)



e)



11. La función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$:

- a) No es continua ni diferenciable en $x=0$
- b) Es continua y diferenciable en $x=0$
- c) No es continua pero sí es diferenciable en $x=0$
- d) Es continua pero no es diferenciable en $x=0$
- e) No es continua ni diferenciable en $x=1$

12. La ecuación de la recta tangente a la curva dada por $x^2y + y^3 = 2$ en el punto $(1,1)$ es:

- a) $y = -\frac{1}{2}x + 2$
- b) $y = \sqrt[3]{2}$
- c) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- d) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$
- e) $y = -x + 2$

FIN PARTE I

PARTE II - Tiempo: 75 minutos

Desarrolle los siguientes puntos justificando todos sus pasos

1. Halle las dimensiones del rectángulo $ABCD$ de mayor área posible que se puede construir de la siguiente manera: el vértice $A = (0,0)$ está en el origen del sistema de coordenadas. Los vértices B y D están

respectivamente sobre el eje x y el eje y . El vértice C está situado en el primer cuadrante sobre la curva de la función $y = e^{-x^2}$. Haga un buen dibujo.

2. Haga un análisis de la función $f(x) = \frac{2x}{(x+1)^2}$ que comprenda los

siguientes puntos:

- 1) Dominio de $f(x)$.
- 2) Cortes con los ejes coordinados.
- 3) Simetría.
- 4) Asíntotas horizontales y verticales.
- 5) Crecimientos y decrecimientos: $f'(x) = \frac{2(1-x)}{(x+1)^3}$.
- 6) Concavidades: $f''(x) = \frac{-4(2-x)}{(x+1)^4}$.
- 7) Máximos y mínimos.
- 8) Puntos de inflexión.
- 9) Gráfica de $y = f(x)$.
- 10) Rango de $f(x)$.