Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Лабораторна робота №1

З навчального курсу «Чисельні методи»

«Методи розв’язання нелінійних рівнянь»

Виконала:

студентка 2 курсу

факультету кібернетики

спеціальність «Інформатика»

групи К-27

Кузьмяк Анна

***Постановка задачі***

Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  методом релаксації  
Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  модифікованим методом Ньютона  
Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  методом січних

***Теоретичні відомості***

**Метод релаксації**. Для збіжності ітераційного процесу суттєве значення має вибір функції . Зокрема, якщо в вибрати отримаємо метод релаксації, формула якого має вигляд . Цей метод збігається, якщо Якщо в якомусь околі кореня виконуються умови, то метод релаксації збігається для . Збіжність найкраща за умови .

За такого вибору для похибки правдива оцінка де .

Кількість ітерацій, які потрібно виконати для відшукання розв’язку з точністю , можна визначити з нерівності .

Якщо виконується умова , то формулу ітераційного методу потрібно записати у вигляді .

**Метод Ньютона.** Його застосовують для розв’язання задачі із неперервно-диференційовною функцією . Спочатку вибирають початкове наближення , а наступні наближення обчислюють за формулою



*Теорема.* Якщо не змінює знака на , то для що задовольняє умові можна методом Ньютона обчислити єдиний корінь рівняння із будь-яким степенем точності.

*Теорема*. Нехай простий дійсний корінь рівняння та , де , причому

Тоді для метод Ньютона збігається, і для похибки правдива оцінка.

Кількість ітерацій, які потрібно виконати для відшукання розв’язку з точністю , можна визначити з нерівності .

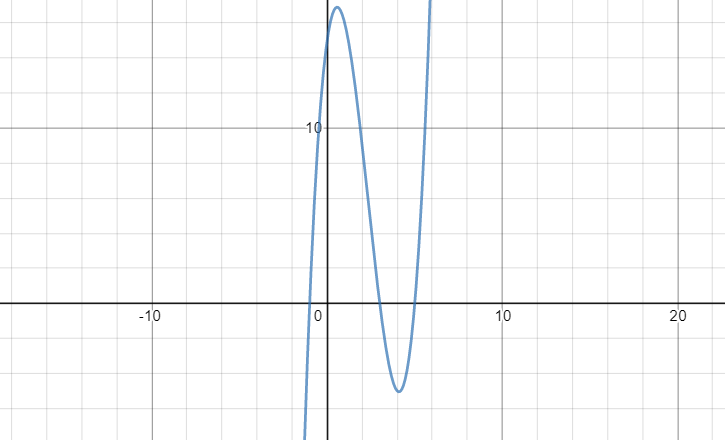
**Модифікований метод Ньютона.** Його формула має вигляд . Цей метод дає змогу не обчислювати похідну на кожній ітерації, а отже, позбутися можливого ділення на нуль. Однак цей алгоритм має тільки лінійну збіжність.

**Метод січних.** У методі Ньютона основна обчислювальна робота полягає у відшуканні значень та . Замінивши похідну , використовувану в методі Ньютона, різницею послідовних значень функції, віднесеною до різниці значень аргументу (тобто замінивши дотичну січною), отримаємо таку ітераційну формулу для розв’язання рівняння:

Ітераційний процес двокроковий, бо в ньому для відшукання наступного наближення потрібно знати два попередні, зокрема та . Порядок збіжності методу січних дорівнює .

1. Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  методом релаксації

Графік функції  має наступний вигляд:

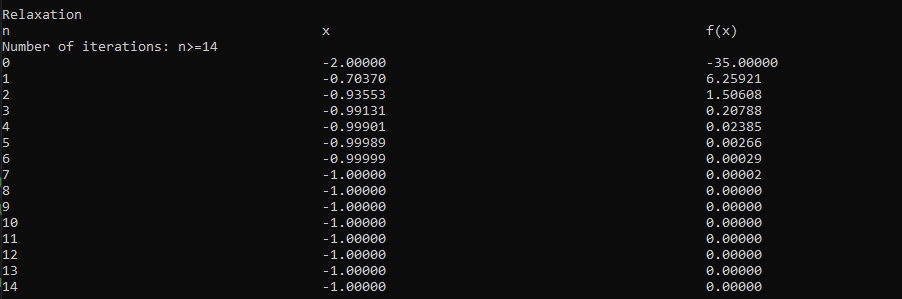


Мінімальний від’ємний розв’язок рівняння -1, будемо знаходити його на проміжку . Проміжок обраний правильно, оскільки виконується умова : . Початкове наближення .

Для знаходження наступних обмежень використовуємо формулу (оскільки ), де  *.* Тут: , отже

Кількість ітерацій .

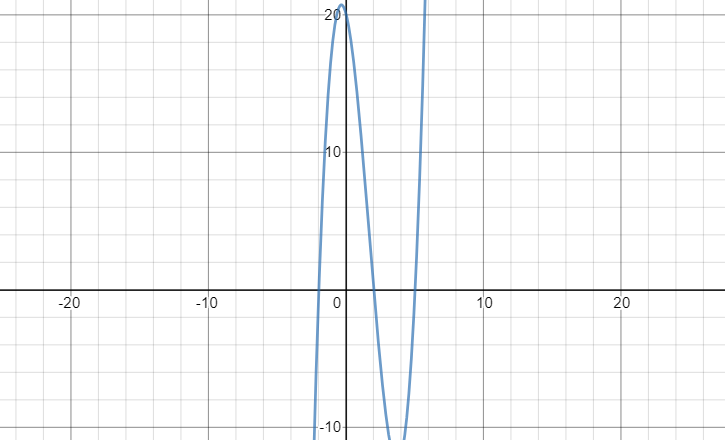
Отриманий результат:



Із наведених даних видно, що потрібної точності досягнуто раніше 14 ітерації.

1. Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  модифікованим методом Ньютона

Графік функції  має наступний вигляд:



Мінімальний від’ємний розв’язок рівняння -2, будемо знаходити його на проміжку . Початкове наближення 2,5. Проміжок та початкове наближення обрані правильно, оскільки виконуються умови:

1). :

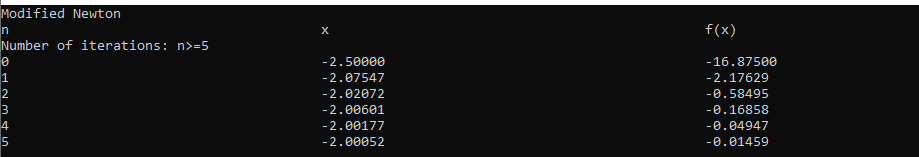
2).

3).

Для знаходження наступних обмежень використовуємо формулу

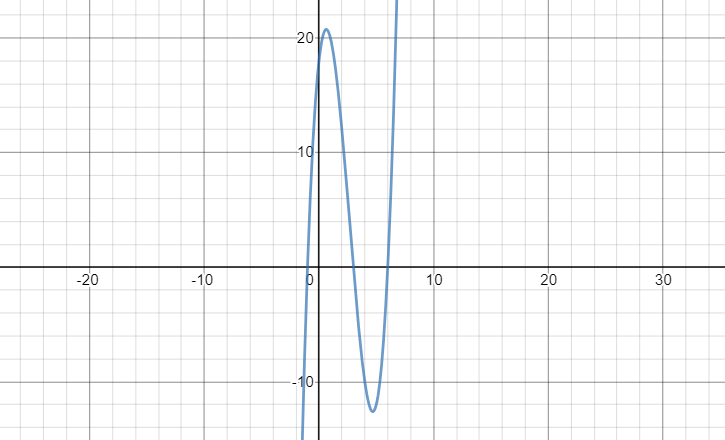
Кількість ітерацій:

Отриманий результат:



1. Знайти мінімальний від’ємний розв’язок  методом січних

Графік функції  має наступний вигляд:



Мінімальний від’ємний розв’язок рівняння -1, будемо знаходити його на проміжку . Початкові наближення

Проміжок та початкове наближення обрані правильно, оскільки виконуються умови:

1). :

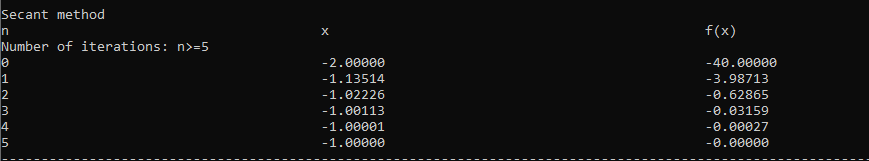
2).

3).

Для знаходження наступних обмежень використовуємо формулу

Кількість ітерацій:

Отриманий результат:

Із наведених даних видно, що потрібної точності досягнуто раніше 5 ітерації.