Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Лабораторна робота №3

з навчального курсу «Чисельні методи»

«Методи розв’язання систем нелінійних рівнянь.

Методи розв’язання задач на власні значення»

Виконала:

студентка 2 курсу

факультету кібернетики

спеціальність «Інформатика»

групи К-27

Кузьмяк Анна

***Постановка задачі***

1. Розв’язати систему рівнянь(виконати певну кількість ітерацій або знайти розв’язок із заданою точністю) одним із методів: простої ітерації, методом Ньютона, модифікованим методом Ньютона;
2. Степеневим методом із точністю знайти мінімальне власне значення матриці:

***Теоретичні відомості***

**Метод Ньютона.** Лінеарізуючи рівняння в околі наближення до розв’язку , отримаємо систему лінійних рівнянь відносно нового наближення:

*(*-) = .

Можна запропонувати такий алгоритм розв’язання рівняння:

1. Задати початкове наближення ;
2. Обчислимо матрицю Якобі )*n, i, j=1*
3. Розв’язати СЛАР =;
4. Обчислити нове наближення
5. Перевірити умову ; якщо її виконано, припинити процес, якщо ні – повторити обчислення, починаючи з п. 2

**Степеневий метод.** Нехай власні значення впорядковано за зростанням модуля:

Щоб знайти найбільше за модулем власне значення, будується послідовність векторів, у яких задано, а наступні значення обчислюються за формулою:

.

Наближення найбільшого за модулем числа виконується за однією з формул:

або .

Тут - m-та компонента вектора , Послідовність прямує до відповідного власного вектора .

Щоб уникнути швидкого зростання значень вектора наближень, використовують нормування.

Алгоритм відшукання найбільшого за модулем власного значення за формулою скалярних добутків із нормуванням є наступним:

1. Задати початкове наближення
2. Обчислити наступні наближення: , ,

;

3) Продовжувати процес до виконання умови зупинки за точністю

(задана точність).

Тоді власне значення , а відповідний власний вектор

Для симетричної невід’ємно визначеної матриці за допомогою степеневого метода можна обчислити мінімальне власне значення (позначимо його ).

Якщо відоме максимальне власне значення (нехай це ), утворимо матрицю де одинична матриця. За допомогою степеневого методу шукаємо Тоді , звідки .

Якщо невідоме, утворимо матрицю ,

Оскільки , обчислимо .

1. Розв’язати систему рівнянь(виконати певну кількість ітерацій або знайти розв’язок із заданою точністю) одним із методів: простої ітерації, методом Ньютона, модифікованим методом Ньютона;

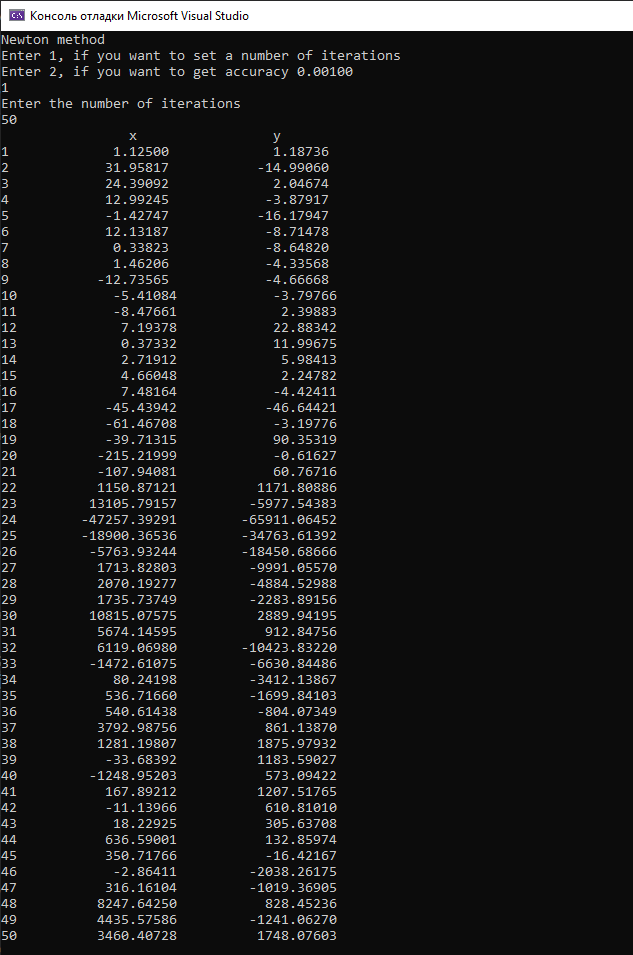
Зведемо рівняння до вигляду :

Побудуємо матрицю Якобі для даної системи:

Далі програмно розв’язуємо СЛАР методом оберненої матриці, знаходячи матрицю методом Гауса та рахуємо наближення. Як умову зупинки можна задати певну кількість ітерацій або досягнення заданої точності(за замовчуванням 0.001).

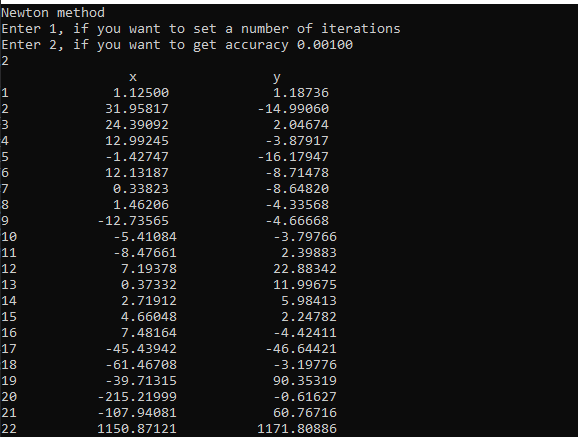
Результати обчислень:

* кількість ітерацій дорівнює 50

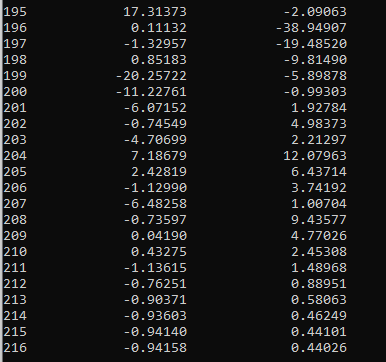


* умова зупинки – досягнення заданої точності

Початок -



Кінець -



1. Степеневим методом із точністю знайти мінімальне власне значення матриці:

Нехай початкове наближення = (1,1,1).

Спочатку шукаємо норму матриці A та за формулою утворюємо матрицю B. Продовжуємо процес до виконання умови зупинки за точністю .

Відповідь рахуємо за формулою:

.

Результати обчислень:

