Домашня робота №2.

2.7. Нехай $f(n) = 3n^2 - n + 4$ та $g(n) = n\log n + 5$. Показати, що

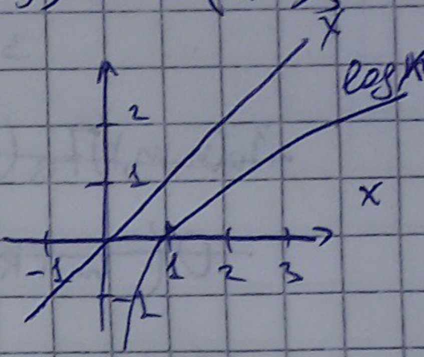
$f(n) + g(n) = O(n^2)$

$f(n) = O(n^2)$, оскільки при $c = 3$, $n_0 = 4$: $\forall n \geq n_0$:

$f(n) = 3n^2 - n + 4 \leq 3n^2 \cancel{\Leftrightarrow n \geq 4} = cn^2$.

$g(n) = O(n^2)$, оскільки $n\log n \overset{(*)}{=} O(n^2)$, $5 = O(1) \Rightarrow$

$\Rightarrow g(n) = n\log n + 5 = O(n^2) + O(1) = O(\max(n^2, 1)) = O(n^2)$
$n \to \infty$.



(*): $n\log n \leq n^2 \Leftrightarrow \{n > 0\} \Leftrightarrow \log n < n$

Покладемо $c := 1$, $n_0 := 1$ в означенні.

Тоді $f(n) + g(n) = O(n^2) + O(n^2) = O(n^2)$.