

2.9.  $n, m, k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$

$T_e, T_f, T_g, T_h$  — час виконання в найгіршому випадку методів  $e, f, g, h$  відповідно.

$$T_e(n, m, k) = O(1); T_e(n, m, k) \in [1, m+n+k]$$

$$T_f(n, m, k) = O(n+m)$$

$$T_g(n, m, k) = O(m+k)$$

$$T_h(n, m, k) = O(n+k)$$

Визначити асимптотичні оцінки виконання програм у найгіршому випадку в термінах  $O$  для фрагментів програм:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \begin{array}{ll} 1 & f(n, 10, 0) & O(n+10) \\ 2 & g(n, m, k) & O(m+k) \\ 3 & h(n, m, 1000000) & O(n+10^6) \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Згоді } T(n, m, k) &= O(n+10) + O(m+k) + O(n+10^6) \leq \\ &\leq L_1(n+10) + L_2(m+k) + L_3(n+10^6) \leq \left| L := \max(L_1, L_2, L_3) \right| \leq \\ &\leq L(n+10) + L(m+k) + L(n+10^6) = L(n+m+k) + C = \\ &= O(2n+m+k) = O(n+m+k) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{b)} & \begin{array}{ll} 1 & \text{for } i \text{ in range}(e(n, 10, 100)): & O(1) \cdot T_e(I(v)+1) \\ 2 & f(n, 10, 0) & O(n+10) \cdot I(v), \\ & & v = (n, m, k) \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Згоді } T(n, m, k) &= T_e(n, m, k) \cdot (I(v)+1) + O(n+10) \cdot I(v) \leq \\ &\leq (n+m+k) \cdot (I(n, m, k)+1) + O(n+10) \cdot I(v) \leq \\ &\leq (n+110) \cdot (I(n, 10, 100)+1) + C(n+10) \cdot I(n, 10, 100) \leq \\ &\leq L_1(n+110) I(n, 10, 100) + (n+110) \leq O\left(\left| I(n, 10, 100) \geq 1 \right| \leq \right. \\ &\leq L(n I(n, 10, 100) = O(n \cdot I(n, 10, 100))), \text{ де } I(n, 10, 100) - \\ &\text{кількість ітерацій у найгіршому випадку.} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c)} & \begin{array}{ll} 1 & \text{for } i \text{ in range}(n): & n \cdot O(n) & O(n+1) \\ 2 & f(n, m, k) & O(n+m) \cdot (n+1) \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Згоді } T(n, m, k) &= L(n+1) + (n+1) O(n+m) \leq L(n+1)(n+m) \leq \\ &\leq C(n+m) = O(n \cdot O(n+m)) = O(n(n+m)). \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{d)} & \begin{array}{ll} 1 & \text{for } i \text{ in range}(n): & k_1(n+1) & O(n) \\ 2 & \text{for } j \text{ in range}(i, n): & k_2 & O(n^2) \\ 3 & f(n, m, k) & & O(n+m) \cdot O(n^2) \end{array} \end{array}$$

$$\text{Згоді } T \leq L(n + n^2 + (n+k)n^2) = L(n + n^2 + n^3 + kn^2) = O(n^3(n+k))$$