Домашня робота №1

1.3. Визначте час виконання фрагментів програм.

а)
		Кількість операцій
1	k += 1	4
2	i = n	2
3	while i > 0:	3·(n+1)
4	i -= 1	4·n

Отже, $T(n) = 7n + 9$

в)
		Кількість операцій
1	i = n	2
2	while i > 1:	3·(m+1)
3	k += 1	4·m
4	i //= 2	4·m

Нехай $n = 2^m \Rightarrow m = \log_2 n$

$n = 1 \Rightarrow m = 0 \equiv$ outer loop
$n = 2 \Rightarrow m = 1 \equiv$ outer loop
$n = 4 \Rightarrow m = 2 \equiv$ outer loop

Отже, $T(n) = 11m + 5 = 11\log_2 n + 5$

с)
		Кількість операцій
1	i = 0	2
2	while i < n:	3·(n/2 + 1)
3	j = 0	2·n/2
4	while j < n:	3·(n/2 + 1)·n/2
5	k += 1	4·n^2/2
6	j += 2	4·n^2/2
7	i += 2	4·n/2

Отже, $T(n) = \dfrac{19n^2}{4} + 6n + 5$

d)
		Кількість операцій
1	i = 0	2
2	while i < n:	3·(n+1)
3	j = 0	2·n
4	while j < i*i:	5·$\left(0 + 1 + 2^2 + 3^2 + ... + (n-1)^2 + n\right)$ ①
5	k += 1	4·$(1 + 2^2 + (n-1)^2)$
6	j += 1	4·$\left(1 + 2^2 + ... + (n-1)^2\right)$
7	i += 1	4·n

① $= 5n + 5·\dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}$

② $= 4·\dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}$

Отже, $T(n) = \dfrac{26n^3 - 39n^2 + 97n}{6} + 5$

е)
		Кількість операцій
1	i = 1	2
2	while i < n:	3·(m+1)
3	j = 1	2·m
4	while j < n:	3·(m+1)·m
5	k += 1	4·m·m
6	j *= 2	4·m·m
7	i *= 2	4·m

$\Rightarrow T(n) = 11m^2 + 12m + 5 = 11\log_2^2 n + 12\log_2 n + 5$

Нехай $n = 2^m \Rightarrow m = \log_2 n$

$n = 1 \Rightarrow$ outer loop : 0
$n = 2 \Rightarrow$ 1
$n = 4 \Rightarrow$ 2

f)

		Кількість операцій m
1	$i = 1$	2
2	while $i < n$:	$3 \cdot (m + 1)$
3	$\quad j = i$	$2m$
4	$\quad$ while $j < n$:	$3 \cdot (m + (m-1) + \dots + 2 + 1 + m) = 3m + \frac{3m(m+1)}{2}$
5	$\quad\quad k \mathrel{+}= 1$	$4 \cdot \frac{m(m+1)}{2}$
6	$\quad\quad j \mathrel{*}= 2$	$4 \cdot \frac{m(m+1)}{2}$
7	$\quad i \mathrel{*}= 2$	$4m$

Нехай $\quad n = 2^m \Rightarrow m = \log_2 n$

	outer loop:		inner loop:
$n = 1 \Rightarrow$		0	0
$n = 2 \Rightarrow$		1	1
$n = 4 \Rightarrow$		2	$2 + 1 = 3$
$n = 8 \Rightarrow$		3	$3 + 2 + 1 = 6$
$n = 16 \Rightarrow$		4	$4 + 3 + 2 + 1 = 10$

Отже, $T(n) = \frac{11}{2} m^2 + \frac{35}{2} m + 5 = \frac{11}{2} \log_2^2 n + \frac{35}{2} \log_2 n + 5$