

# Grupe - vežbe

1. Da li se date nepotpune Kejljeve tablice mogu dopuniti do tablica grupovnih operacija?

$$(a) \begin{array}{c|c|c|c} * & e & a & b \\ \hline e & e & a & b \\ \hline a & & & \\ \hline b & & a & a \end{array}, \quad (b) \begin{array}{c|c|c|c|c} * & e & a & b & c \\ \hline e & e & & & \\ \hline a & a & & & e \\ \hline b & b & & & \\ \hline c & c & & e & \end{array}.$$

2. Na skupu  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  definisana je operacija  $*$  sa

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, a * b = abk,$$

gde je  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  data konstanta. Ispitati da li je  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, *)$  Abelova grupa.

3. Na skupu  $G = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, b \neq 0\}$  definisana je operacija  $*$  sa

$$\forall (a, b), (c, d) \in G, (a, b) * (c, d) = (ad - d + c, bd).$$

Ispitati da li je  $(G, *)$  grupa, i sa li je komutativna.

4. Date su funkcije  $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ ,  $g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$  i  $h = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$ . Ispitati da li je  $(\{f, g, h\}, \circ)$  Abelova grupa.

5. Date su funkcije  $f(x) = x$ ,  $g(x) = -x$ ,  $h(x) = \frac{1}{x}$  i  $u(x) = -\frac{1}{x}$ . Ispitati da li je  $(\{f, g, h, u\}, \circ)$  Abelova grupa.

6. Ispitati da li je funkcija  $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  definisana se

$$\forall k \in \mathbb{Z}, f(k) = 3k,$$

homomorfizam grupoida  $(\mathbb{Z}, +)$  i  $(\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}, +)$ . Da li je izomorfizam?

7. Ispitati da li je funkcija  $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}^2$  definisana se

$$\forall k \in \mathbb{Z}, f(k) = (0, k),$$

homomorfizam grupoida  $(\mathbb{Z}, +)$  i  $(\mathbb{Z}^2, +)$ . Da li je izomorfizam?

## ZA VEŽBU IZ SKRIPTE:

Zadatak 6.3 (bez c i g), 6.4, 6.6, 6.7, 6.10 (bez onog dela zadatka u kom se traži maksimalan podskup), 6.13