

Binarne operacije - vežbe

1. Ispitati koji su od sledećih uređenih parova datih u tablici grupoidi i za one koji jesu ispitati komutativnost, asocijativnost, neutralni i inverzni element.

	$(\mathbb{N}, +)$	(\mathbb{N}, \cdot)	$(\mathbb{N}, -)$	$(\mathbb{Z}, -)$	(\mathbb{Z}, \cdot)	$(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, :)$	$(\mathbb{R}, :)$	$(\mathbb{R} \setminus \{0\}, :)$	$(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$
grupoid									
asocijativnost									
komutativnost									
neutralni element									
inverzni elementi									

	$(\{-1, 0, 1\}, +)$	$(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$	$(\{7k \mid k \in \mathbb{Z}\}, +)$	$(\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$	$(\{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}, +)$
grupoid					
asocijativnost					
komutativnost					
neutralni element					
inverzni elementi					

	$(\{5k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$	$(\{-1, 1\}, \cdot)$	$(\{1, -1, i, -i\}, +)$	$(\{1, -1, i, -i\}, \cdot)$	$(\{f \mid f : A \rightarrow A\}, \circ)$
grupoid					
asocijativnost					
komutativnost					
neutralni element					
inverzni elementi					

2. Ispitati koje osobine ima grupoid $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c\}$, a operacija $*$ je data tablicom

$*$	a	b	c
a	c	a	a
b	a	b	c
c	b	c	b

3. Ispitati koje osobine ima grupoid $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c, d\}$, a operacija $*$ je data tablicom

$*$	a	b	c	d
a	a	d	b	c
b	c	b	d	a
c	d	a	c	b
d	b	c	a	d

4. Naći sve podgrupoide grupida $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c, d\}$, a operacija $*$ je data tablicom

$*$	a	b	c	d
a	b	a	a	a
b	b	b	d	c
c	c	b	d	d
d	d	b	d	d

5. Dat je grupoid $(\{1, 2, 3, 4\}, *)$ gde je operacija $*$ definisana sa

$$x * y = \min \{x, y\}.$$

- (a) Ispitati osobine datog grupoida.
 (b) Naći sve podgrupoide datog grupoida.

6. Na skupu \mathbb{R} definisana je operacija $*$ sa

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a * b = a + b + 3,$$

gde je $+$ operacija sabiranja. Ispitati algebarsku sturkturu $(\mathbb{R}, *)$.

7. Na skupu $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ definisana je operacija $*$ sa

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, \quad a * b = a \cdot b + 2a + 2b + 2,$$

gde je $+$ operacija sabiranja, a \cdot operacija množenja. Ispitati algebarsku sturkturu $(\mathbb{R} \setminus \{-2\}, *)$.

8. Dokazati da je funkcija $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \{\top, \perp\}$ definisana se

$$f(x) = \begin{cases} \top, & x \text{ je paran broj,} \\ \perp, & x \text{ je neparan broj,} \end{cases}$$

homomorfizam grupoida (\mathbb{Z}, \cdot) i $(\{\top, \perp\}, \vee)$ ali nije homomorfizam grupoida (\mathbb{Z}, \cdot) i $(\{\top, \perp\}, \wedge)$.

ZA VEŽBU IZ SKRIPTE:

Zadatak 4.1, 4.3, 4.4, 6.1 (bez h), 6.2 (bez f)

Primer 4.1