1. Za date funkcije ispitati da li su linearne transformacije i za one koje jesu naći matricu i rang.

   1.1 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = \left(x^2 - y, x + y\right)$

$t_1 x + t_2 y \quad , t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

NIJE LIN. TR ZBOG x^2

1.2 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (2x - y, 3x, y + 1)$

$t_1 x + t_2 y$, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

$y + 1$ ← ZBOG OVE 1 NIJE LIN. TR

1.3 $f : \mathbb{R}^{3} \longrightarrow \mathbb{R}^{2}$, $f(x,y,z) = (x - y + 2z, -x + 3y + z)$

$$t_1 x + t_2 y + t_3 z, \quad t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R}$$

OVO JESTE LIN. PR. JER SU SVE KOMPONENTE OBLIKA $t_1x + t_2y + t_3z$, $t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R}$.

$$M_f = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{rang}(M_f) = 2 \qquad \Rightarrow \text{rang}(f) = 2$$

1.4 $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^1, \; f(x, y, z) = 3x + 2y - z$

OVO JESTE LIN. TR. JER JE KOMPONENTA SLIKE BAŠ OBLIKA $t_1 x + t_2 y + t_3 z$, $t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R}$.

$$M_f = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{rang}(M_f) = 1$$

1.5 $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (x+y, 0)$

$0 = 0\cdot x + 0\cdot y + 0\cdot z$, $0 \in \mathbb{R}$

$x+y = 1\cdot x + 1\cdot y + 0\cdot z$

Ovo jeste lin. tr., jer su obe komponente oblika $t_1x+t_2y+t_3z$, $t_1,t_2,t_3\in\mathbb{R}$

$$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow \text{rang}(M_f) = 1$$

$f(x,y,z) = (x+y, \cancel{x})$ → jedino 0 može samo kao broj jer je $0 = 0\cdot x + 0\cdot y + 0\cdot z$

1.6 $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x, \cos(xy))$

$x = 1\cdot x + 0\cdot y$

$\underline{\underline{\cos(xy)}} = \_\_\_\cdot x + \_\_\_\cdot y$

NIJE LIN. TR.

1.7 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sqrt{x}$

$$\sqrt{x} = \_\_\_ x + \_\_\_ y$$

NIJE LIN. TR.

Ne može se $\sqrt{x}$ napisati kao $t_1 x + t_2 y$,

$t_1, t_2 \in \mathbb{R}$.

1.8 $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x$

Ovo JESTE LIN-TR. jer je oblika tx, $t \in \mathbb{R}$

$M_f = [5] \Rightarrow \operatorname{rang}(M_f) = 1$

1.9 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $f(\underline{x}, \underline{y}) = \left(x, y, \sqrt{x^2 + y^2}\right)$

$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$ ✓

$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$ ✓

$\sqrt{x^2 + y^2} = \_\_\, x + \_\_\, y \longleftarrow$ NIJE MOGUĆE

PA OVO NIJE LIN. TR.

1.10 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (\ln 2 \cdot x, x + y)$

$$\ln 2 \cdot x = \underbrace{\ln 2} \cdot x + 0 \cdot y$$

$$x + y = 1 \cdot x + 1 \cdot y$$

OVO JESTE LIN. PR. JER JE SVAKA KOMPONENTA OBLIKA $t_1 x + t_2 y$, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

2. Za sledeće funkcije diskutovari po realnim parametrima kada su linearne transformacije i u slučaju kada jesu naći njihove matrice i odrediti rang.

   2.1 $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = \left(ax + y^b, bx - z\right)$

$t_1 x + t_2 y + t_3 z$, $t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R}$

$ax + y^b \leftarrow$ ZBOG OVOG $\boxed{b = 1}$

$bx - z = x - z$ ✓

JEDINO $\boxed{b=1}$, $a \in \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = (ax + y, x - z)$

$$M_f = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rang}(M_f) = 2$$

2.2 $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = ax + bxy + cy$

$ax + bxy + cy$ ← MORA BITI $\boxed{b=0}$

$f(x,y) = ax + cy$

$M_f = \begin{bmatrix} a & c \end{bmatrix}$

$a = 0 \wedge c = 0$ $\left(M_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \Rightarrow \text{rang}(M_f) = 0$

$a \neq 0 \vee c \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(M_f) = 1$