# Obrada teksta



Katedra za informatiku, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

2022.

# String

- string je niz karaktera
- primeri stringova:
  - Python program
  - HTML dokument
  - DNK sekvenca
  - digitalna slika
- alfabet $\Sigma$ je skup mogućih karaktera za familiju stringova
- primeri alfabeta:
  - ASCII
  - Unicode
  - $\{0, 1\}$
  - $\{A, C, G, T\}$

# String

- neka je $P$ string dužine $m$
  - podstring $P[i..j]$ od $P$ je podsekvenca od $P$ koja sadrži karaktere sa rangom između $i$ i $j$
  - prefiks od $P$ je podstring tipa $P[0..i]$
  - sufiks od $P$ je podstring tipa $P[i..m-1]$
- za date stringove $T$ (tekst) i $P$ (šablon, *pattern*) *pattern matching* problem je pronalaženje podstringa od $T$ koji je jednak $P$
- primene:
  - editori teksta
  - mašine za pretragu (*search engines*)
  - bioinformatika

# Nalaženje podstringa grubom silom

- nalaženje grubom silom (*brute force*) poredi šablon $P$ sa tekstom $T$ za svaki mogući položaj $P$ u odnosu na $T$ sve dok se
  - ne pronađe poklapanje
  - ne testiraju sve pozicije
- gruba sila radi u $O(nm)$ vremenu
- primer najgoreg slučaja:
  - $T = aaa \ldots ah$
  - $P = aaah$
  - može da se pojavi u slikama i DNK sekvencama
  - retko u tekstovima

# Nalaženje podstringa grubom silom

BruteForceMatch$(T, P)$

**Input:** tekst $T$ dužine $n$ i šablon $P$ dužine $m$

**Output:** indeks početka podstringa u $T$ jednakog $P$ ili -1 ako nije pronađen

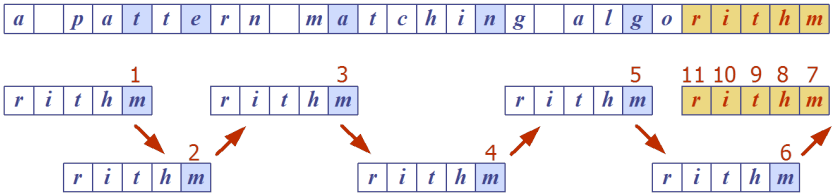
```
for i ← 0 to n − m do
    j ← 0                                          {testiramo položaj i}
    while j < m ∧ T[i + j] = P[j] do
        j ← j + 1
        if j = m then
            return i                               {poklapanje na i}
        else
            break
return -1                                          {nije pronađen}
```

# Gruba sila u Pythonu

```
def find_brute_force(T, P):
  """Funkcija vraća najmanji indeks teksta T
  od kojeg počinje podstring P (u suprotnom -1)."""
  n, m = len(T), len(P)  # odredi dužine oba stringa
  for i in range(n-m+1): # pokušaj za svaki potencijalni početni indeks u T
    k = 0                # indeks u šablonu P
    while k < m and T[i + k] == P[k]: # k-ti karakter P se podudara
      k += 1
    if k == m:           # ako smo došli do kraja šablona,
      return i           # podstring T[i:i+m] odgovara P
  return -1              # nije pronađeno nijedno poklapanje počevši od i
```

# Boyer-Moore

- Boyer-Moore algoritam se zasniva na dva principa:
  - ogledalo: poredi $P$ sa podsekvencom u $T$ idući unazad
  - skok: ako se razlika otkrije u $T[i] = c$



# Boyer-Moore: funkcija poslednjeg pojavljivanja

- Boyer-Moore algoritam formira last occurence funkciju $L$ koja mapira alfabet $\Sigma$ na cele brojeve gde je $L(c)$ definisano kao
  - najveći indeks $i$ takav da $P[i] = c$
  - $-1$ ako takvog indeksa nema
- primer: $\Sigma = \{a, b, c, d\} \quad P = abacab$

| $c$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $L(c)$ | 4 | 5 | 3 | $-1$ |

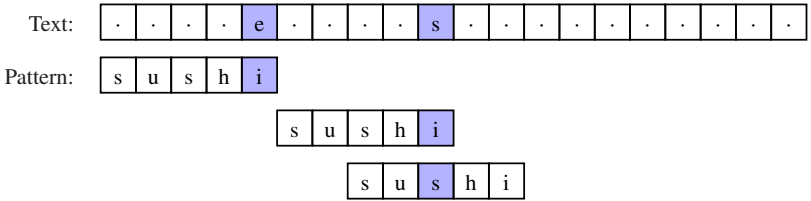
- može se predstaviti kao niz indeksiran numeričkim kodovima karaktera
- može se izračunati za $O(m + s)$ vreme gde je $m$ dužina $P$ a $s$ je veličina $\Sigma$

# Boyer-Moore

- bad character shift: preskoči sigurno neuspešna poređenja
- 0: ako $P$ ne sadrži $c$: pomeri $P$ tako da se poklope $P[0]$ i $T[i+1]$
- 1: ako $P$ sadrži $c$ i poslednja pojava $c$ je levo od pozicije $i$: pomeri $P$ tako da se $T[i]$ poklopi sa poslednjom pojavom $c$ u $P$
- 2: ako $P$ sadrži $c$ i poslednja pojava $c$ je desno od pozicije $i$: pomeri $P$ za jedno mesto

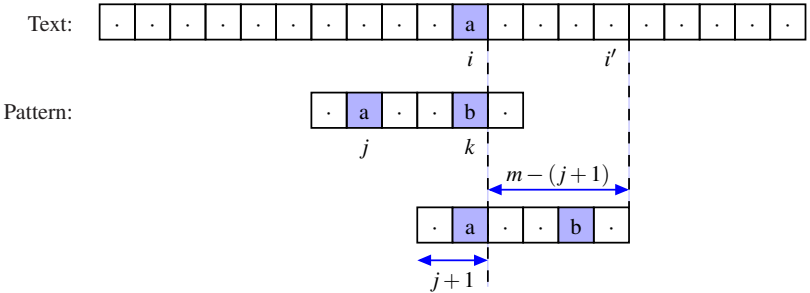
# Boyer-Moore skok, slučaj 0

- slučaj 0 – ako $P$ ne sadrži $c$:
- pomeri $P$ tako da se poklope $P[0]$ i $T[i+1]$



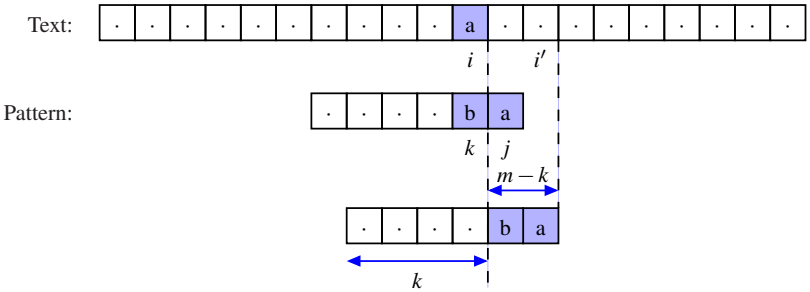
# Boyer-Moore skok, slučaj 1

- slučaj 1 – ako $P$ sadrži $c$ i poslednja pojava $c$ je levo od pozicije $i$:
- pomeri $P$ tako da se $T[i]$ poklopi sa poslednjom pojavom $c$ u $P$



# Boyer-Moore skok, slučaj 2

- slučaj 2 – ako $P$ sadrži $c$ i poslednja pojava $c$ je desno od pozicije $i$:
- rešenje A: pomeri $P$ za jedno mesto
- rešenje B: pomeri $P$ tako da se $T[i]$ poklopi sa sledećom pojavom $c$ u $P$ – last occurence funkcija više nije dovoljna!

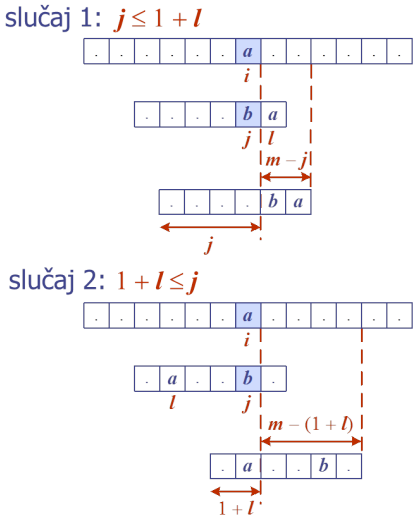


# Boyer-Moore algoritam

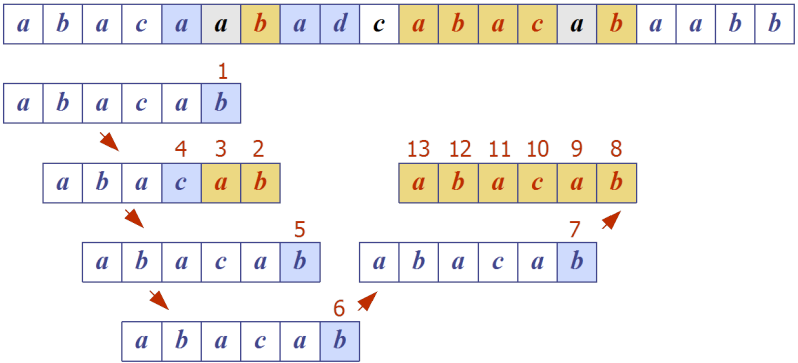
BoyerMooreMatch$(T, P, \Sigma)$

$L \leftarrow$ lastOccurence$(P, \Sigma)$
$i \leftarrow m-1$ {indeks u $T$}
$j \leftarrow m-1$ {indeks u $P$}
**repeat**
  **if** $T[i] = P[j]$ **then**
    **if** $j = 0$ **then**
      **return** $i$ {poklapanje na i}
    **else**
      $i \leftarrow i-1$
      $j \leftarrow j-1$
  **else**
    $l \leftarrow L[T[i]]$ {indeks poslednjeg pojavljivanja}
    $i \leftarrow i + m - min(j, 1+l)$ {dva slučaja za skok}
    $j \leftarrow m-1$
**until** $i > n-1$
**return** $-1$ {nije pronađen}

# Boyer-Moore



# Boyer-Moore: primer

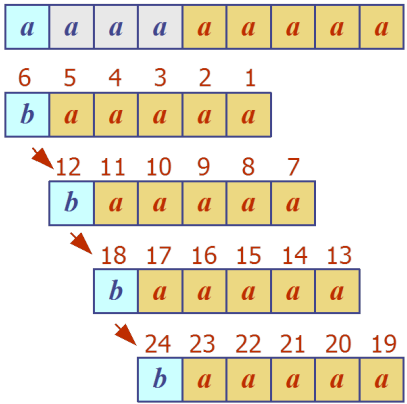


# Boyer-Moore u Pythonu

```
def find_boyer_moore(T, P):
  """Funkcija vraća najmanji indeks teksta T
    od kojeg počinje podstring P (u suprotnom -1)."""
  n, m = len(T), len(P)                    #odredi dužine oba stringa
  if m == 0:
    return 0                               # trivijalni slučaj za prazan string
  last = {}                                # napravi 'last' rečnik
  for k in range(m):
    last[ P[k] ] = k                       # poslednja pojava karaktera pregaziće prethodnu vrednost
  # poravnaj kraj šablona i tekst na indeksu m-1
  i = m-1                                  # indeks teksta T
  k = m-1                                  # indekst šablona P
  while i < n:
    if T[i] == P[k]:                       # ako se podudaraju karakteri
      if k == 0:
        return i                           # šablon počinje na i-tom indeksu teksta
      else:
        i -= 1                             # ispitaj prethodni karakter
        k -= 1                             # i teksta T i šablona P
    else:
      j = last.get(T[i], -1)               # last(T[i]) vraća -1 ako se ne nalazi u rečniku
      i += m - min(k, j + 1)               # dva slučaja za skok
      k = m - 1                            # restart na kraju šablona
  return -1                                # nije pronađeno nijedno poklapanje počevši od i
```

# Boyer-Moore: analiza

- Boyer-Moore je $O(nm + s)$
- primer najgoreg slučaja:
  - $T = aaa \ldots a$
  - $P = baaa$
- najgori slučaj nije verovatan u tekstovima
- znatno brži od grube sile za tekstove na prirodnom jeziku

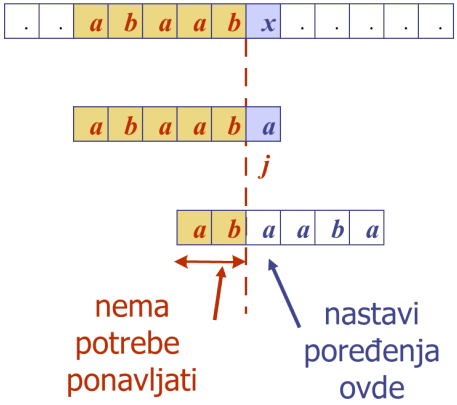


# Boyer-Moore: analiza

- najgori slučaj za BM je $O(nm)$, isto kao i gruba sila
- za realne tekstove malo verovatan
- postoji i drugo pravilo za skok, good suffix shift, koje se zasniva na ideji koju koristi KMP algoritam (sledeći)

# Knuth-Morris-Pratt

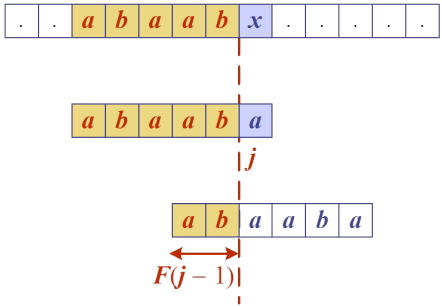
- Knuth-Morris-Pratt poredi tekst sa šablonom **sleva u desno** ali pomera šablon pametnije od grube sile
- kada se nađe razlika, koliko **najviše** možemo pomeriti šablon da izbegnemo suvišna poređenja?
- odgovor: najveći prefiks $P[0..j]$ koji je sufiks $P[1..j]$



# KMP: funkcija neuspeha

- KMP analizira šablon da pronađe njegove prefikse unutar samog šablona
- funkcija neuspeha $F(j)$ je veličina najvećeg prefiksa $P[0..j]$ takvog da je ujedno i sufiks $P[1..j]$
- ako nema poklapanja za $P[j] \neq T[i]$ pomeramo $j \leftarrow F(j-1)$

| $j$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P[j]$ | $a$ | $b$ | $a$ | $a$ | $b$ | $a$ |
| $F(j)$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 |



# Knuth-Morris-Pratt algoritam

- funkcija neuspeha se može prikazati nizom koji se izračuna za $O(m)$
- u svakoj iteraciji petlje, ili
  - $i$ se poveća za $1$, ili
  - pomeraj $i - j$ se poveća za najmanje $1$ (primeti da $F(j-1) < j$)
- $\Rightarrow$ nema više od $2n$ iteracija u petlji
- $\Rightarrow$ KMP je $O(m+n)$

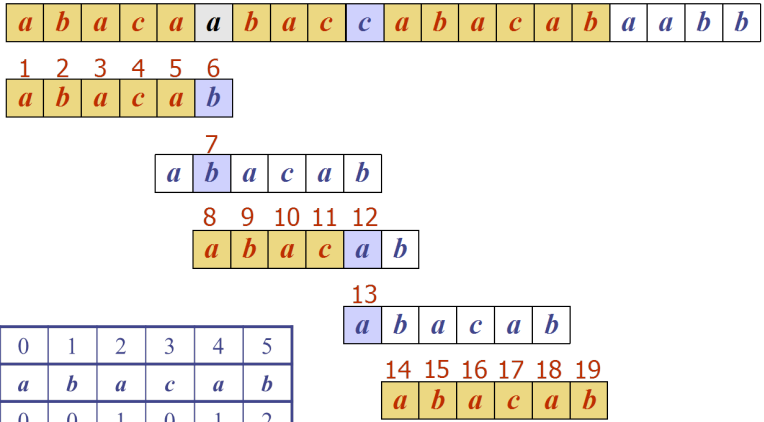
```
KMPMatch(T, P)
F ← failureFunction(P)
i ← 0
j ← 0
while i < n do
    if T[i] = P[j] then
        if j = m − 1 then
            return i − j                    {poklapanje}
        else
            i ← i + 1
            j ← j + 1
    else
        if j > 0 then
            j ← F[j − 1]
        else
            i ← i + 1
return −1                                   {nije pronađen}
```

# KMP: izračunavanje funkcije neuspeha

- funkcija neuspeha se može prikazati nizom koji se izračuna za $O(m)$
- slično kao i sam KMP algoritam
- u svakoj iteraciji petlje, ili
  - $i$ se poveća za $1$, ili
  - pomeraj $i - j$ se poveća za najmanje $1$ (primeti da $F(j-1) < j$)
- $\Rightarrow$ nema više od $2n$ iteracija u petlji

failureFunction($P$)
$F[0] \leftarrow 0$
$i \leftarrow 1$
$j \leftarrow 0$
**while** $i < m$ **do**
  **if** $P[i] = P[j]$ **then**
    $F[i] \leftarrow j + 1$ {poklapa se $j+1$ znakova}
    $i \leftarrow i + 1$
    $j \leftarrow j + 1$
  **else if** $j > 0$ **then**
    $j \leftarrow F[j-1]$ {koristi $F$ da pomeriš $P$}
  **else**
    $F[i] \leftarrow 0$ {nema poklapanja}
    $i \leftarrow i + 1$

# Knuth-Morris-Pratt: primer




| $j$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P[j]$ | $a$ | $b$ | $a$ | $c$ | $a$ | $b$ |
| $F(j)$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |

# Knuth-Morris-Pratt u Pythonu 1

```
def find_kmp(T, P):
  """Funkcija vraća najmanji indeks teksta T
    od kojeg počinje podstring P (u suprotnom -1)."""
  n, m = len(T), len(P)        # odredi dužine oba stringa
  if m == 0:
    return 0                   # trivijalni slučaj za prazan string
  fail = compute_kmp_fail(P)   # oslanjamo se na pomoćnu funkciju za pravljenje tabele
  j = 0                        # početni indeks teksta T
  k = 0                        # početni indeks šablona P
  while j < n:
    if T[j] == P[k]:           # P[0:1+k] se poklapa do sada
      if k == m - 1:           # poklapanje je gotovo
        return j - m + 1
      j += 1                   # napreduj na sledeći karakter
      k += 1
    elif k > 0:
      k = fail[k-1]            # ponovo iskoristi sufiks P[0:k]
    else:
      j += 1
  return -1                    # nije pronađeno nijedno poklapanje počevši od i
```

# Knuth-Morris-Pratt u Pythonu 2

```
def compute_kmp_fail(P):
  """Pomoćna funkcija koja raćuna i vraća KMP 'fail' listu."""
  m = len(P)
  fail = [0] * m      # na početku, pretpostavka je da nema poklapanja
  j = 1
  k = 0
  while j < m:        # izračunaj f(j) tokom ovog prolaza, ako nije 0
    if P[j] == P[k]:  # k + 1 karakter se poklapa do sad
      fail[j] = k + 1
      j += 1
      k += 1
    elif k > 0:       # k prati šablon poklapanja
      k = fail[k-1]
    else:             # nije pronađen pogodak počevši od indeksa j
      j += 1
  return fail
```