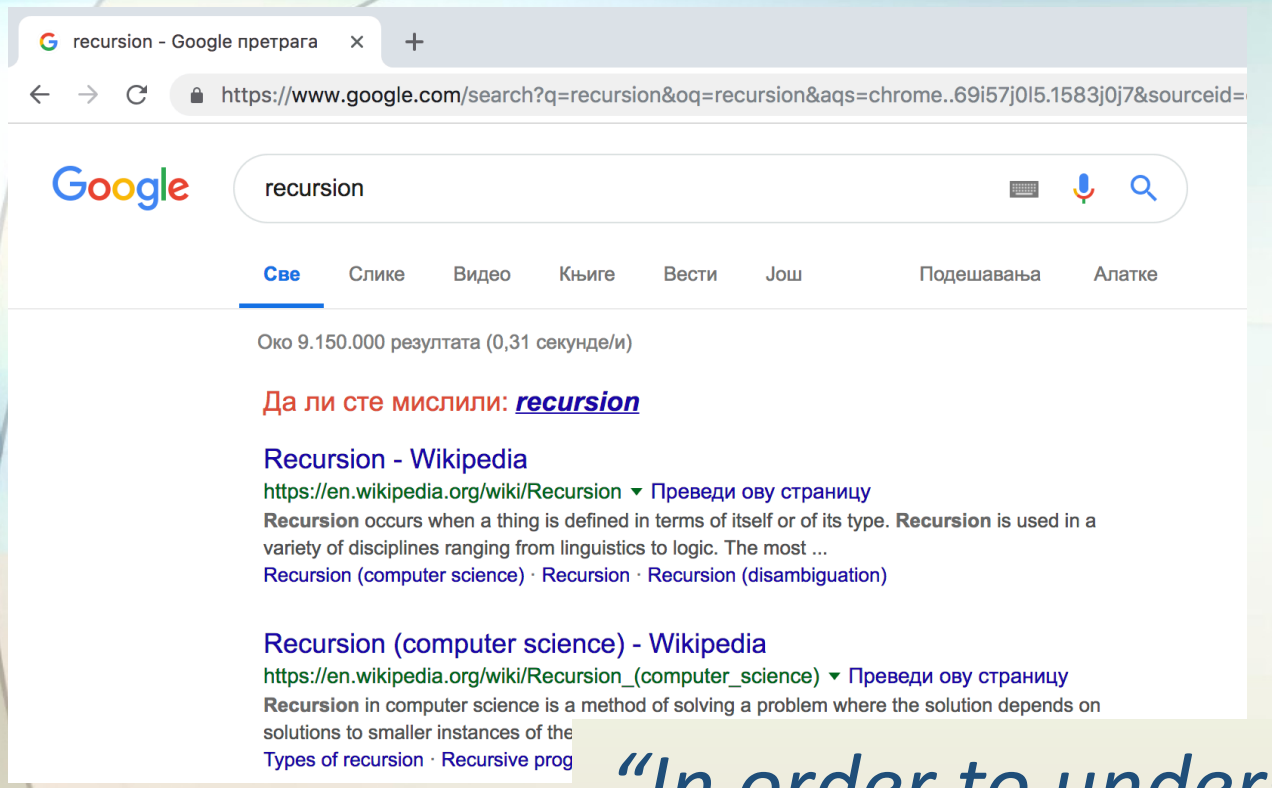
Algoritmi i strukture podataka

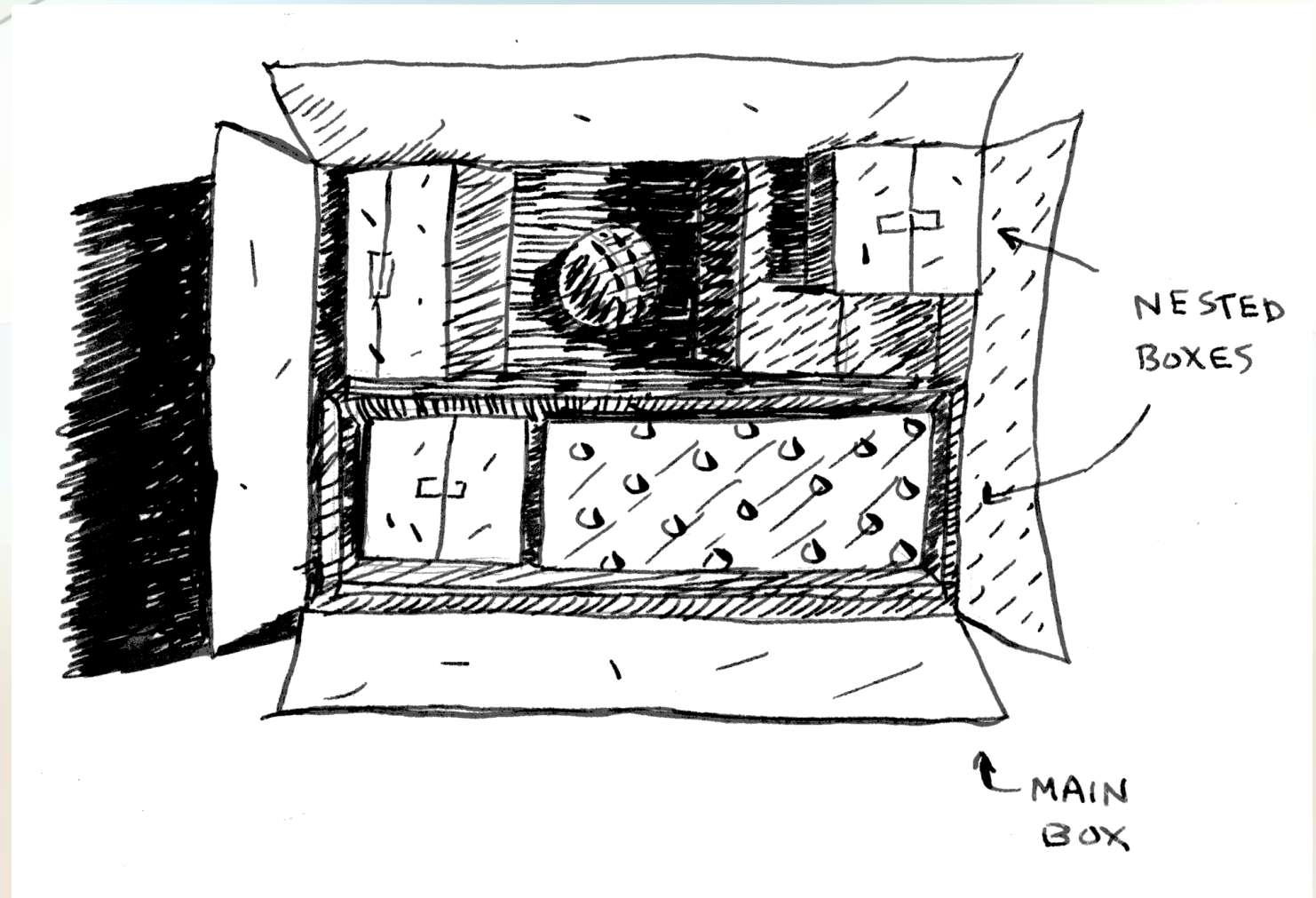
02 Rekurzija

Katedra za informatiku, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad

2021



"In order to understand recursion, one must first understand recursion."



Preuzeto sa: *https://medium.freecodecamp.org/how-recursion-works-explained-with-flowcharts-and-a-video-de61f40cb7f9*

Definicija

- Funkcija poziva samu sebe
- Rekurzivna funkcija se sastoji od:
  - Osnovnih tj. baznih slučajeva
    - Najčešće se surećemo sa jednim osnovnim slučajem, ali ih može biti i više
    - Nema rekurzivnih poziva
    - Moraju postojati
    - Osiguravaju završetak postupka
  - Rekurzivnih poziva
    - Osnovni cilj: napredovanje ka osnovnom slučaju

Tipovi

- Linearna
  - 1 rekurzivni poziv
  - Repna rekurzija
    - Poslednji korak je rekurzivni poziv
- Binarna
  - 2 rekurzivna poziva
- Višestruka

Rekurzija - poređenje

Dobre strane	Loše strane
Kraće	Teža za razumevanje kod nekih algoritama
Jednostavnije	Veće zauzeće memorije (stack overflow)
Čitljivije	Sporije od iterativnih postupaka (zbog mnogobrojnih poziva funkcije)
Elegantnije	Prekidanje postupka u toku izvršavanja
Neki algoritmi i strukture podataka se rekurzivno definišu pa ih je lakše rekurzivno implementirati	Zavisnost od broja poziva

Primer (1/7)

- Zadatak: pronaći sumu elemenata liste rekurzivnim putem
- Način rešavanja:
- 1) Odredimo kada je rešavanje ovog problema trivijalno - to će biti naš osnovni slučaj
  - Sumu liste je trivijalno izračunati ako je broj elemenata 1
  - U tom slučaju, suma odgovara tom jednom elementu
  - U kodu bismo pisali:

```
if len(our_list) == 1:
    return our_list[0]
```

  - Napomena: Često se može desiti da se bazni slučaj preskoči i tada rekurzija postaje beskonačna. Da bismo to rešili, bazni slučaj moramo nekad proširiti i na nevalidne slučajeve (znak == zameniti sa <=).

Primer (2/7)

- 2) Zamislimo da već imamo implementiranu funkciju za određivanje sume.
- 3) Odredimo na koji način ćemo postići napredovanje prema osnovnom slučaju (tako što ćemo rekurzivnom pozivu proslediti vrednost manju od parametra, kraću listu i sl.)
- U našem primeru, ukoliko imamo funkciju koja sumira elemente liste, možemo joj proslediti sve elemente osim jednog (prvog ili poslednjeg). Suma konačne liste će odgovarati zbiru tog jednog elementa i sume ostatka liste.
-

```
rest_sum = find_sum(our_list[1:])
return our_list[0] + rest_sum
```

Primer (3/7)

- Ono što se ne vidi na prvi pogled je da se ovo parče koda može preformulisati da rekurzivni poziv postane poslednji poziv u funkciji

```
return our_list[0] + find_sum(our_list[1:])
```

- Sada je jasno da ovde imamo slučaj repne rekurzije => može se transformisati u iterativni postupak
- Drugi pristup: Umesto sabiranja prvog elementa sa preostalim, možemo sabrati sume dve polovine kolekcije

```
n = len(our_list)
return find_sum(our_list[:n//2]) + find_sum(our_list[n//2:])
```

- Gledamo da dva dela liste imaju otprilike jednak broj elemenata
- Važno je da neki element ne preskočimo

Primer (4/7)

- Celo rešenje:

```
def find_sum(our_list):
    n = len(our_list)
    if n <= 1:
        return our_list[0]
    return our_list[0] + find_sum(our_list[1:])
```

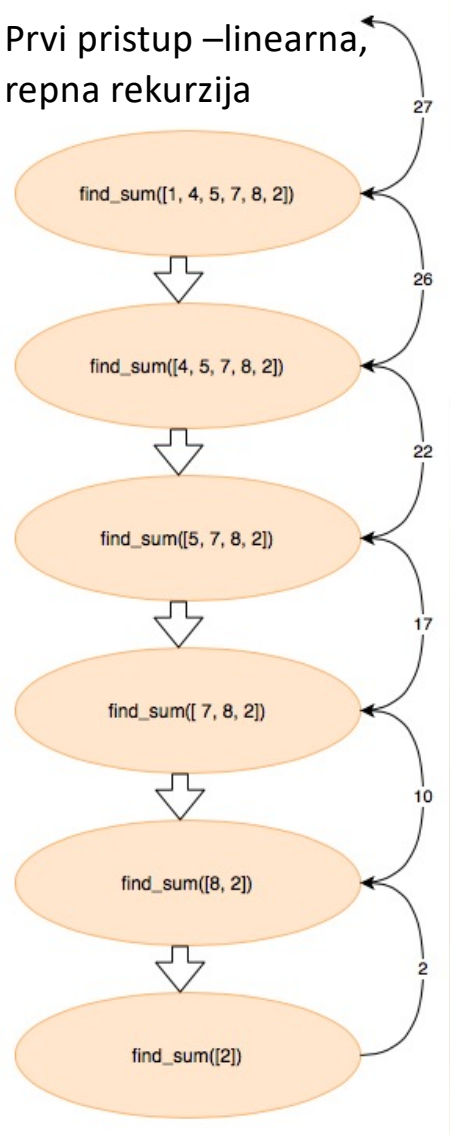
- Ili:

```
def find_sum(our_list):
    n = len(our_list)
    if n <= 1:
        return our_list[0]
    return find_sum(our_list[:n//2]) + find_sum(our_list[n//2:])
```

- Koji od dva pristupa je efikasniji?

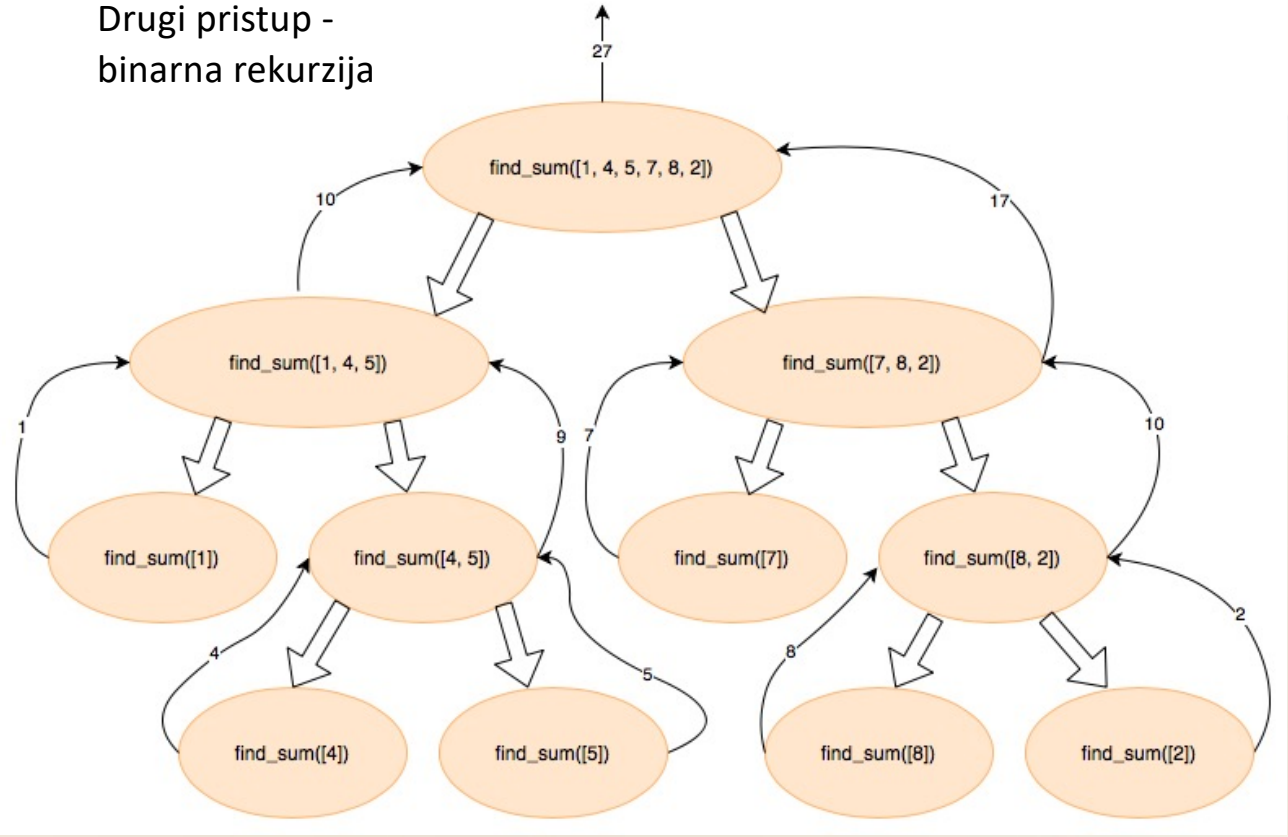
Primer (5/7)

- Poređenje dva pristupa za listu [1, 4, 5, 7, 8, 2]
- Bele strelice reprezentuju rekurzivne pozive
- Crne strelice reprezentuju povratne vrednosti



Primer (6/7)

Drugi pristup -
binarna rekurzija



Primer (7/7)

- Na osnovu skica odrediti:
  - Koji od dva pristupa brže dolazi do rešenja?
  - Koja ja maksimalna dužina liste za koju su pojedinačni pristupi primenljivi?

Saveti za zadatke

- Pokušajte da izbegnete upotrebu globalnih varijabli