

Funkcije – vežbe

1. Dati su skupovi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ i relacije:

$$f_1 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (1, d)\},$$

$$f_2 = \{(1, a), (2, a)\}, \quad (3, ?)$$

$$f_3 = \{(1, d), (2, a), (3, c)\}. \quad (? ,$$

Popuniti tablicu:

f_i	f_1	f_2	f_3
f_i je funkcija			

$$f_i : A \longrightarrow B$$

$$f_i : A \xrightarrow{"1-1"} B$$

$$f_i : A \xrightarrow{"na"} B$$

$$f_i : A \xrightarrow[""]{} B$$

Da li se može definisati surjektivna funkcija skupa A u skup B?

2. Dati su skupovi $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$ i relacije:

$$f_1 = \{(x, 1)\},$$

$$f_2 = \{(x, 1), (y, 1), (z, 1)\},$$

$$f_3 = \{(x, 1), (y, 1), (z, 2)\}.$$

$$f_4 = \{(x, 1), (y, 2), (x, 2)\}.$$

Popuniti tablicu:

f_i	f_1	f_2	f_3	f_4
f_i je funkcija				

$$f_i : A \longrightarrow B$$

$$f_i : \{x\} \longrightarrow B$$

$$f_i : A \xrightarrow{"1-1"} B$$

$$f_i : A \xrightarrow{"na"} B$$

$$f_i : A \xrightarrow[""]{} B$$

Da li se može definisati injektivna funkcija skupa A u skup B?

3. Dati su skupovi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$ i relacije:

$$f_1 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\},$$

$$f_2 = \{(1, a)\},$$

$$f_3 = \{(1, c), (2, b), (3, a)\}.$$

$$f_4 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}.$$

Popuniti tablicu:

f_i f_1 f_2 f_3 f_4
 f_i je funkcija
 $f_i : A \longrightarrow B$
 $f_i : \{1\} \longrightarrow B$
 $f_i : A \xrightarrow{"1-1"} B$
 $f_i : A \xrightarrow{"na"} B$
 $f_i : A \xrightarrow[""]{"1-1"} B$

ZAKLJUČAK: Za dva konačna skupa A i B važi:

$$\text{Card}(A) = \text{Card}(B) \rightarrow \exists f, f_i : A \xrightarrow[""]{"1-1"} B$$

$$\text{Card}(A) \leq \text{Card}(B) \rightarrow \exists f, f_i : A \xrightarrow[""]{"1-1"} B$$

$$\blacktriangleright \text{Card}(A) \geq \text{Card}(B) \iff \exists f, f : A \xrightarrow{"na"} B.$$

4.

Za funkcije $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisane sa

$$f(x) = x^3 + 1 \quad \text{i} \quad g(x) = 2x,$$

odrediti: $f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g, f^{-1}$ i g^{-1} ako postoje.

5.

Za funkcije $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisane sa

$$f(x) = 1 - 3x \quad \text{i} \quad g(x) = \frac{x^2 - 1}{3},$$

odrediti: $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$, f^{-1} i g^{-1} ako postoje.

6.

Neka su f i g funkcije definisane sa $f, g: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}.$$

Odrediti: $f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g, f^{-1}$ i g^{-1} ako postoje.

7.

Neka su f i g funkcije definisane sa $f, g: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Odrediti: $f^{-1}, g^{-1}, f \circ g, (f \circ g)^{-1}, g^{-1} \circ f^{-1}$, ako postoje.

8.

Neka je A najveći podskup skupa \mathbb{R} , a B najmanji podskup skupa \mathbb{R} za koje je dobro definisana funkcija $f: A \rightarrow B$. Za date funkcije f odrediti skupove A i B i ispitati injektivnost, surjektivnost.

8.1 $f(x) = x^2 - x - 2$;

8.2 $f(x) = \frac{1-x}{2x+5};$

8.3 $f(x) = -\sqrt{1-x^2};$

8.4 $f(x) = \ln \frac{1}{1+x^2};$

8.5 $f(x) = 2^{x^2}$.

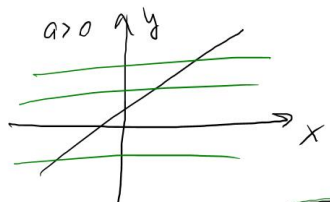
9. Za koje vrednosti realnih parametara a i b formula $f(x) = ax + b$ definiše:

9.1 funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

9.2 injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

9.3 surjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

9.4 bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?



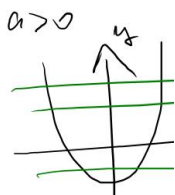
10. Za koje vrednosti realnih parametara a i b formula $f(x) = ax^2 + bx + c$ definiše:

10.1 funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

10.2 injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

10.3 surjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

10.4 bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?



ZA VEŽBU IZ SKRIPTE:

Primer: 2.1

Zadatak 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6