Vektori

1. Neka su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ takvi da je $|\vec{a}| = 2$, $\left|\vec{b}\right| = 1$ i $\measuredangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\pi}{3}$. Izračunati: $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\left(\vec{a} + 2\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right)$ i $\left(\vec{a} - \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} + \vec{b}\right)$.

2. Naći intenzitet vektora $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, ako je $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = \sqrt{3}$ i $\measuredangle(\vec{p}, \vec{q}) = \dfrac{\pi}{6}$.

3. Odrediti realan parametar α tako da vektori $\vec{p} = \alpha\vec{a} + 17\vec{b}$ i $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ budu uzajamno normalni, ako je $|\vec{a}| = 2$, $\left|\vec{b}\right| = 5$ i $\measuredangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Koji ugao obrazuju jedinični vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ako su vektori $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$ i $\vec{q} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$ uzajamno normalni?

5. Izračunati površinu paralelograma konstruisanog nad vektorima $\vec{p} = 2\vec{b} - \vec{a}$ i $\vec{q} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ ako je $|\vec{a}| = \left|\vec{b}\right| = 5$ i $\measuredangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\pi}{4}$.

6. Za koje vrednosti realnog parametra k će vektori $\vec{p} = k\vec{a} + 5\vec{b}$ i $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ biti kolinearni ako vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ nisu kolinearni?

7. Dati su vektori $\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}$ i $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$, gde je $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 3$ i $\measuredangle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
   (a) Odrediti projekciju vektora $\vec{b}$ na vektor $\vec{a}$.
   (b) Izračunati površinu trougla određenog vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

8. Za vektore $\vec{a} = 8\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ i $\vec{b} = 4\vec{i} - 4\vec{j}$ izračunati: $|\vec{a}|$, $\left|\vec{b}\right|$, $3\vec{a} + \vec{b}$, $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$ i $\measuredangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

9. Dati su vektori $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, 0)$ i $\vec{c} = (1, -1, 0)$. Naći vektor $\vec{x}$ tako da važi $\vec{x} \times \vec{a} = 3$ i $\vec{x} \times \vec{b} = \vec{c}$.

10. Izračunati površinu paralelograma konstruisanog nad vektorima $\vec{p} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{q} = \vec{i} - 4\vec{j}$.

11. Odrediti koordinate temena D paralelograma $ABCD$ i dužinu dijagonale AC ako su data tri uzastopna temena $A(1, -2, 0)$, $B(2, 1, 3)$ i $C(2, 0, 5)$.

12. Izračunati zapreminu paralelopipeda konstruisanog nad vektorima $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ i $\vec{b} = 4\vec{i} - \vec{k}$ i $\vec{c} = -2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$.

13. Date su tačke $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 1)$ i $C(2, 1, 2)$. Izračunati ugao između vektora $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$.

14. Odrediti realan parametar α tako da vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ i $\vec{b} = \alpha\vec{i} + 4\vec{j}$ budu ortoonalni.

15. Odrediti projekciju vektora $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ na vektor $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.

16. Dati su vektori $\vec{a} = (2k - 1, 2, k + 2)$, $\vec{b} = (3, k - 1, -1)$ i $\vec{c} = (p, 1, 3)$, gde su $k \in \mathbb{R}$ i $p \in \mathbb{R}^-$.
   (a) Odrediti vrednost parametara k i p tako da važi $\vec{a} \perp \vec{b}$ i $|\vec{c}| = \sqrt{26}$.
   (b) Za tako određene k i p pokazati da su vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni.

ZA VEŽBU:IZ SKRIPTE
Zadatak 10.12, 10.20, 10.21
Primer: 10.1