Отчёт 2

Анна Бондаренко

1 Описание исходной задач

Необходимо решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа

$$\begin{cases} -\Delta u = f, \quad x \in \Omega = (0;1)^2 \\ u|_{\partial\Omega} = g \end{cases} \tag{1}$$

численно с помощью *метода конечных разностей*.

В единичном квадрате вводится равномерная сетка $\{(x_i, y_j)\}$, $i, j = 0, \ldots, N$, где $x_i = ih$, $y_j = jh$, $h = 1/N$ – шаг сетки.

Вводятся дискретные неизвестные $\{u_{ij} \approx u(x_i, y_j)\}$, и для каждого узла составляется дискретное уравнение, приближающее уравнение Лапласа на пятиточечном шаблоне.

Пример с точной функцией

Рассмотрим точную функцию $u(x, y) = \sin(5x)\cos(5y)$. Для этой функции правая часть f и граничные условия g вычисляются следующим образом:

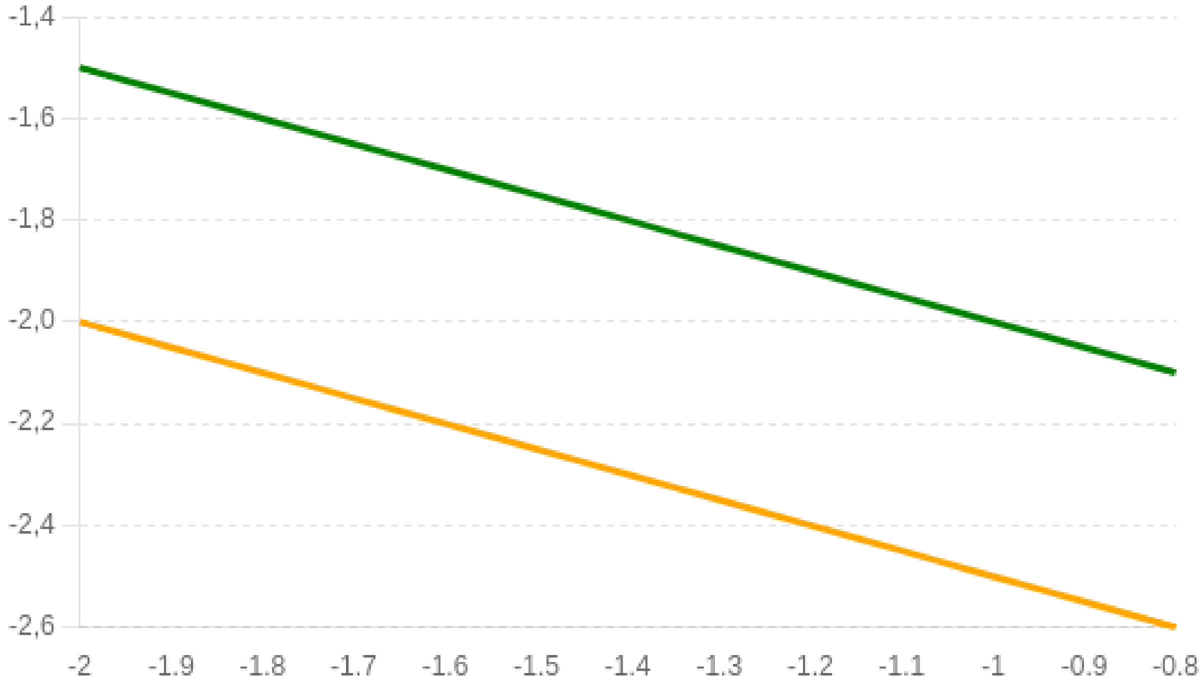
$$f(x, y) = -\Delta u(x, y) = -(-25\sin(5x)\cos(5y)) = 25\sin(5x)\cos(5y) \tag{2}$$

Граничные условия g задаются как значения функции u на границе единичного квадрата.

Численный метод

Для решения полученной системы линейных уравнений используется предобуславливатель `INNER_MPTILU2`. Этот метод относится к классу итерационных методов, использующих предварительное разложение матрицы на блоки и мультигридные техники для ускорения сходимости. Применение этого метода позволяет эффективно решать задачи большого размера, возникающие при дискретизации уравнений в частных производных.

2 Результат


-1,4
-1,6
-1,8
-2,0
-2,2
-2,4
-2,6
-2
-1.9
-1.8
-1.7
-1.6
-1.5
-1.4
-1.3
-1.2
-1.1
-1
-0.9
-0.8