

**LAPORAN TUGAS KECIL 3**  
**IF2211 – STRATEGI ALGORITMA**  
**SEMESTER II 2019/2020**

**Penyelesaian Persoalan 15-Puzzle**  
**dengan Algoritma *Branch and Bound***

Disusun oleh:

Anna Elvira Hartoyo

13518045



**PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA**  
**SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA**  
**INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG**  
**2020**

## DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	1
DAFTAR GAMBAR	2
1. Algoritma <i>Branch and Bound</i>	3
2. <i>Screenshot Input-Output</i> Prgram	4
a. Data uji 1 (test1.txt)	4
b. Data uji 2 (test2.txt)	5
c. Data uji 3 (test3.txt)	5
d. Data uji 4 (test4.txt)	6
e. Data uji 5 (test5.txt)	7
3. Lampiran	9
4. Referensi	9

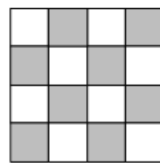
## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1.</b> Posisi sel yang diarsir	1
<b>Gambar 2.</b> Hasil <i>Input</i> dan <i>output</i> untuk data uji 1	4
<b>Gambar 3.</b> Hasil <i>Input</i> dan <i>output</i> untuk data uji 2	5
<b>Gambar 4.</b> Hasil <i>Input</i> dan <i>output</i> untuk data uji 3	6
<b>Gambar 5.</b> Hasil <i>Input</i> dan <i>output</i> untuk data uji 4	7
<b>Gambar 6.</b> Hasil <i>Input</i> dan <i>output</i> untuk data uji 5	8

## 1. Algoritma *Branch and Bound*

Pada persoalan 15-Puzzle ini terdapat  $16!$  susunan ubin yang berbeda, namun hanya setengahnya saja yang dapat dicapai dari sembarang status awal. Sebelum kita menelusuri ruang status untuk mencapai susunan ubin solusi, kita harus memeriksa terlebih dahulu apakah status akhir ubin dapat dicapai dari status awal.

Status tujuan dapat dicapai dari status awal jika  $\sum_{i=1}^{16} Kurang(i) + X$  bernilai genap. Fungsi kurang (i) adalah banyaknya ubin bernomor I sedemikian hingga  $j < i$  dan posisi(j) > posisi(i). Posisi(i) adalah posisi ubin i pada susunan yang diperiksa. Sedangkan nilai X ditentukan berdasarkan posisi awal ubin kosong. Jika ubin kosong berada pada sel yang diarsir, maka nilai  $X = 1$ , sebaliknya jika ubin kosong tidak berada pada sel yang diarsir, nilai  $X = 0$ .



**Gambar 1.** Posisi sel yang diarsir

Setelah mengetahui susunan puzzle merupakan susunan yang solvable, maka kita dapat melanjutkan langkah selanjutnya, yaitu menelusuri ruang status hingga mencapai susunan ubin yang merupakan solusi dengan algoritma *branch and bound*. Ruang status diorganisasikan menjadi pohon. Anak-anak dari setiap simpul P pada pohon menyatakan status yang dapat dicapai dari status P. perpindahan antar simpul dinyatakan sebagai perpindahan ubin kosong ke atas, kanan, bawah, atau kiri. Dengan algoritma B&B, setiap simpul P pada pohon ruang status memiliki sebuah nilai *cost*  $c(P)$  yang menyatakan nilai batas (*bound*) untuk simpul tersebut. *Cost* untuk simpul ini umumnya berupa taksiran

$$\hat{c}(i) = f(i) + \hat{g}(i)$$

$\hat{c}(i)$  = ongkos untuk simpul i

$f(i)$  = ongkos untuk mencapai simpul i dari akar

$\hat{g}(i)$  = ongkos untuk mencapai simpul tujuan (*goal node*) dari simpul i

Untuk persoalan 15-Puzzle secara spesifik untuk simpul P

$f(P)$  = panjang lintasan dari simpul akar ke simpul P

$\hat{g}(P)$  = taksiran Panjang lintasan terpendek dari P ke simpul solusi pada upapohon yang akarnya P, yaitu berupa jumlah ubin tidak kosong yang tidak terdapat pada susunan akhir.

Langkah algoritma B&B untuk menyelesaikan persoalan ini adalah:

- 1) Masukkan simpul akar (*root*) ke dalam antrian Q. Jika simpul akar merupakan simpul solusi (*goal node*), berarti solusi telah ditemukan. Berhenti.
- 2) Jika Q kosong, berarti tidak ada solusi untuk persoalan. Berhenti.

- 3) Jika Q tidak kosong, pilih dari antrian Q simpul i yang mempunyai nilai  $cost \hat{c}(i)$  paling kecil. Jika terdapat beberapa simpul i yang memenuhi, pilih satu secara sembarang.
- 4) Jika simpul i adalah simpul solusi, berarti solusi sudah ditemukan. Berhenti  
Jika simpul i bukan simpul solusi, bangkitkan semua anak-anaknya.
- 5) Untuk setiap anak j dari simpul i, hitung  $\hat{c}(j)$ , dan masukkan semua anak-anak tersebut ke dalam Q.
- 6) Kembali ke langkah 2.

## 2. Screenshot Input-Output Program

Spesifikasi komputer yang digunakan adalah RAM 8GB dengan prosesor Intel Core i5-10210U CPU @1,60 GHz.

Ubin kosong pada data uji dinyatakan sebagai angka 16

### a. Data uji 1 (test1.txt)

1	3	4	15
2	16	5	12
7	6	11	14
8	9	10	13

```
C:\PRIVATE\ITB\semester 4\stima\tucil 3>python main.py
Masukkan file .txt yang ingin diuji test1.txt
>> Kondisi awal Puzzle:
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 3      | 4      | 15     |
|-----|-----|-----|-----|
| 2      |        | 5      | 12     |
|-----|-----|-----|-----|
| 7      | 6      | 11     | 14     |
|-----|-----|-----|-----|
| 8      | 9      | 10     | 13     |
|-----|-----|-----|-----|
>> Nilai fungsi Kurang untuk tiap ubin :
Ubin 1 = 0
Ubin 2 = 0
Ubin 3 = 1
Ubin 4 = 1
Ubin 5 = 0
Ubin 6 = 0
Ubin 7 = 1
Ubin 8 = 0
Ubin 9 = 0
Ubin 10 = 0
Ubin 11 = 3
Ubin 12 = 6
Ubin 13 = 0
Ubin 14 = 4
Ubin 15 = 11
Ubin 16 = 10
>> Nilai sigma kurang = 37
>> Nilai sigma kurang ditambah X = 37
Puzzle is Unsolvble :(
```

**Gambar 2.** Hasil *Input* dan *output* untuk data uji 1

**b. Data uji 2 (test2.txt)**

```
1 3 15 4
7 6 5 13
2 16 12 14
8 9 10 11
```

```
C:\PRIVATE\ITB\semester 4\stima\tucil 3>python main.py
Masukkan file .txt yang ingin diuji test2.txt
>> Kondisi awal Puzzle:


|   |   |    |    |
|---|---|----|----|
| 1 | 3 | 15 | 4  |
| 7 | 6 | 5  | 13 |
| 2 |   | 12 | 14 |
| 8 | 9 | 10 | 11 |


>> Nilai fungsi Kurang untuk tiap ubin :
Ubin 1 = 0
Ubin 2 = 0
Ubin 3 = 1
Ubin 4 = 1
Ubin 5 = 1
Ubin 6 = 2
Ubin 7 = 3
Ubin 8 = 0
Ubin 9 = 0
Ubin 10 = 0
Ubin 11 = 0
Ubin 12 = 4
Ubin 13 = 6
Ubin 14 = 4
Ubin 15 = 12
Ubin 16 = 6
>> Nilai sigma kurang = 40
>> Nilai sigma kurang ditambah X = 41
Puzzle is Unsolvble :(
```

**Gambar 3.** Hasil *Input* dan *output* untuk data uji 2

**c. Data uji 3 (test3.txt)**

```
1 2 3 4
5 6 16 8
9 10 7 11
13 14 15 12
```

```

Masukkan file .txt yang ingin diuji test3.txt
>> Kondisi awal Puzzle:
|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|
| 5      | 6      |        | 8      |
|-----|
| 9      | 10     | 7      | 11     |
|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|

>> Nilai fungsi Kurang untuk tiap ubin :
Ubin 1 = 0
Ubin 2 = 0
Ubin 3 = 0
Ubin 4 = 0
Ubin 5 = 0
Ubin 6 = 0
Ubin 7 = 0
Ubin 8 = 1
Ubin 9 = 1
Ubin 10 = 1
Ubin 11 = 0
Ubin 12 = 0
Ubin 13 = 1
Ubin 14 = 1
Ubin 15 = 1
Ubin 16 = 9
>> Nilai sigma kurang = 15
>> Nilai sigma kurang ditambah X = 16
Puzzle is Solvable :D

Langkah penyelesaian:
>> down
|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|
| 9      | 10     |        | 11     |
|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|

>> right
|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|
| 9      | 10     | 11     |        |
|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|

>> down
|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|
| 9      | 10     | 11     | 12     |
|-----|
| 13     | 14     | 15     |        |
|-----|

>> Jumlah simpul yang dibangkitkan = 9
>> Waktu eksekusi = 0.035657199999999944 sekon

```

**Gambar 4.** Hasil *Input* dan *output* untuk data uji 3

**d. Data uji 4 (test4.txt)**

1	2	3	4
5	6	8	11
9	10	7	16
13	14	15	12

```
Masukkan file .txt yang ingin diuji test4.txt
>> Kondisi awal Puzzle:
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      | 8      | 11     |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     | 7      |        |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|

>> Nilai fungsi Kurang untuk tiap ubin :
Ubin 1 = 0
Ubin 2 = 0
Ubin 3 = 0
Ubin 4 = 0
Ubin 5 = 0
Ubin 6 = 0
Ubin 7 = 0
Ubin 8 = 1
Ubin 9 = 1
Ubin 10 = 1
Ubin 11 = 3
Ubin 12 = 0
Ubin 13 = 1
Ubin 14 = 1
Ubin 15 = 1
Ubin 16 = 4
>> Nilai sigma kurang = 13
>> Nilai sigma kurang ditambah X = 14

Puzzle is Solvable :D

Langkah penyelesaian:
>> up
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      | 8      |        |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     | 7      | 11     |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|

>> left
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      |        | 8      |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     | 7      | 11     |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|

>> down
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     |        | 11     |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|

>> right
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     | 11     |        |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|

>> down
|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 2      | 3      | 4      |
|-----|-----|-----|-----|
| 5      | 6      | 7      | 8      |
|-----|-----|-----|-----|
| 9      | 10     | 11     | 12     |
|-----|-----|-----|-----|
| 13     | 14     | 15     |        |
|-----|-----|-----|-----|

>> Jumlah simpul yang dibangkitkan = 14
>> Waktu eksekusi = 0.06995120000000021 sekon
```

**Gambar 5.** Hasil input dan output untuk data uji 4

**e. Data uji 5 (test5.txt)**

2	3	4	16
1	5	7	8
9	6	10	12
13	14	11	15



```

Masukkan file .txt yang ingin diuji test5.txt
>> Kondisi awal Puzzle:
|-----|
| 2 | 3 | 4 | |
|-----|
| 1 | 5 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> Nilai fungsi Kurang untuk tiap ubin :
Ubin 1 = 0
Ubin 2 = 1
Ubin 3 = 1
Ubin 4 = 1
Ubin 5 = 0
Ubin 6 = 0
Ubin 7 = 1
Ubin 8 = 1
Ubin 9 = 1
Ubin 10 = 0
Ubin 11 = 0
Ubin 12 = 1
Ubin 13 = 1
Ubin 14 = 1
Ubin 15 = 0
Ubin 16 = 12
>> Nilai sigma kurang = 21
>> Nilai sigma kurang ditambah X = 22

Puzzle is Solvable :D

Langkah penyelesaian:
>> left
|-----|
| 2 | 3 | | 4 |
|-----|
| 1 | 5 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> down
|-----|
| 2 | 3 | 7 | 4 |
|-----|
| 1 | 5 | | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> left
|-----|
| 2 | 3 | 7 | 4 |
|-----|
| 1 | | 5 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> up
|-----|
| 2 | | 7 | 4 |
|-----|
| 1 | 3 | 5 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> right
|-----|
| 2 | 7 | | 4 |
|-----|
| 1 | 3 | 5 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> down
|-----|
| 2 | 7 | 5 | 4 |
|-----|
| 1 | 3 | | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> left
|-----|
| 2 | 7 | 5 | 4 |
|-----|
| 1 | | 3 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> up
|-----|
| 2 | | 5 | 4 |
|-----|
| 1 | 7 | 3 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> right
|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|
| 5 | | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 6 | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> down
|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | | 10 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 11 | 15 |
|-----|

>> right
|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | | 15 |
|-----|

>> down
|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | | 15 |
|-----|

>> right
|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|
| 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|
| 13 | 14 | 15 |
|-----|

>> Jumlah simpul yang dibangkitkan = 326
>> Waktu eksekusi = 0.18254919999999997 sekon

```

Gambar 6. Hasil *Input* dan *output* untuk data uji 5

### 3. Lampiran

Poin	Ya	Tidak
1. Program berhasil dikompilasi	√	
2. Program berhasil <i>running</i>	√	
3. Program dapat menerima input dan menuliskan output	√	
4. Luaran sudah benar untuk semua data uji	√	

### 4. Referensi

Munir, Rinaldi. 2020. *Algortima Branch & Bound*. [http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2017-2018/Algoritma-Branch-&-Bound-\(2018\).pdf](http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2017-2018/Algoritma-Branch-&-Bound-(2018).pdf) diakses tanggal 24 Maret 2020