

Nella Lezione l'aboiamo definito un vettore geometico (nel piano) come uno. classe di equipollenza di sequenti orientati (del piano) e, fissato un punto OET, abbiano costruito una bierione:

Questa biezione ci permett, in particolare, di rappresentare agni rettore con un segmento orientato of, con PET.

A partire da ora, con un abuso di notatione, Scriveremo

e chiameremo <u>rettori</u> gli elementi di V

Notiano de per agni VEV, ZPETLC.V=08.
Definiano ora de operazioni su V.

OPERAZIONI SU V

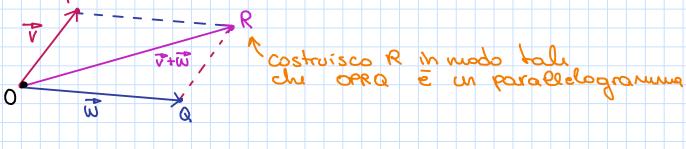
· SOMMA DI VETTORI

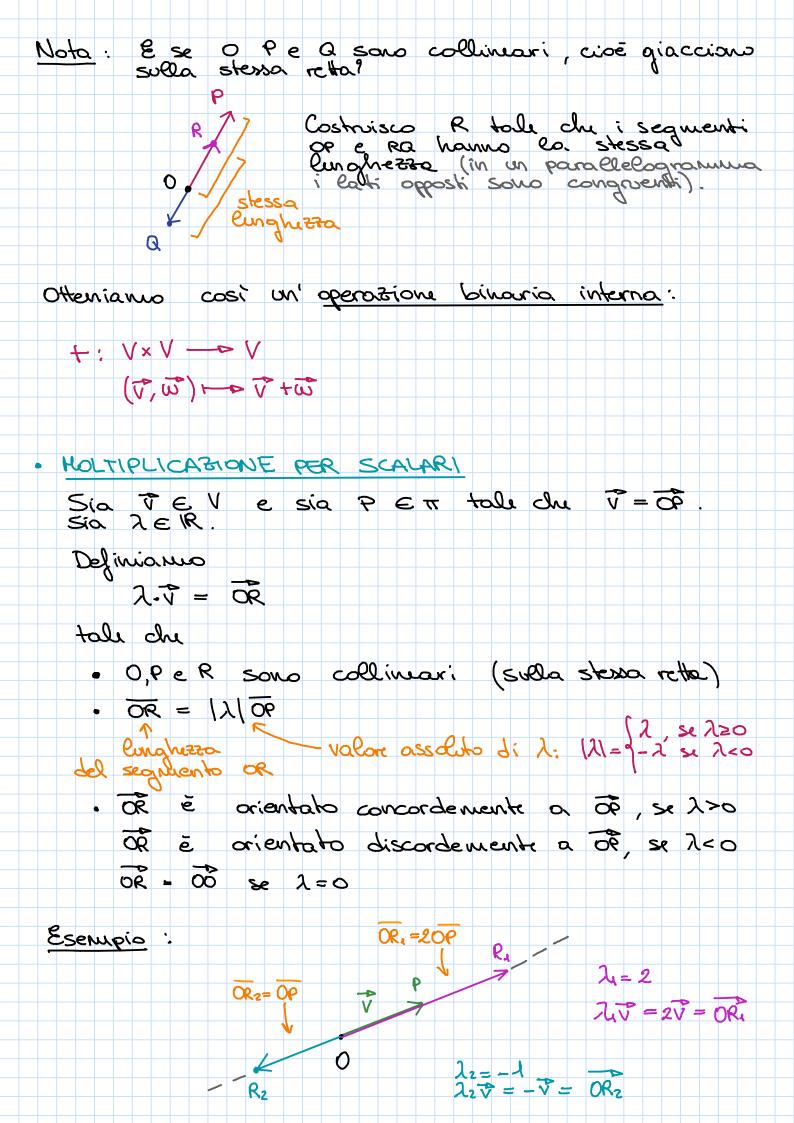
Siano \vec{V} , $\vec{w} \in \vec{V}$ e siano \vec{P} , $\vec{Q} \in \vec{\pi}$ tali che

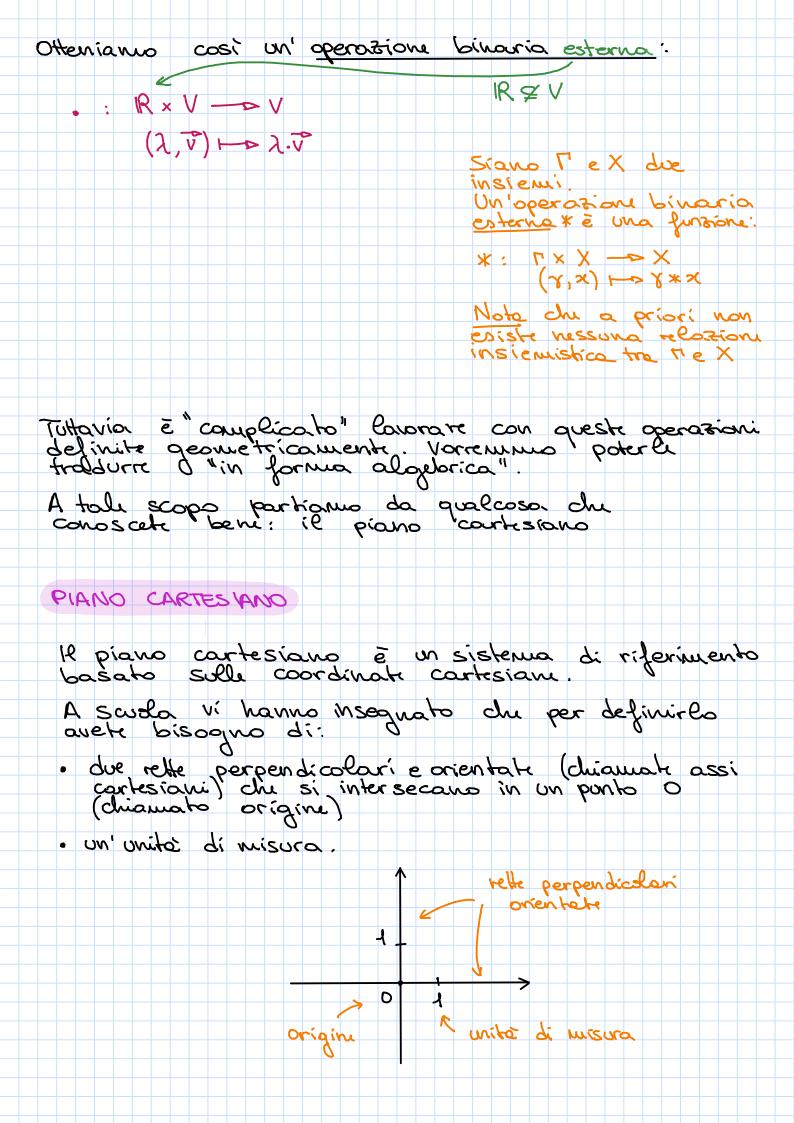
$$V = OP e \omega = OQ$$

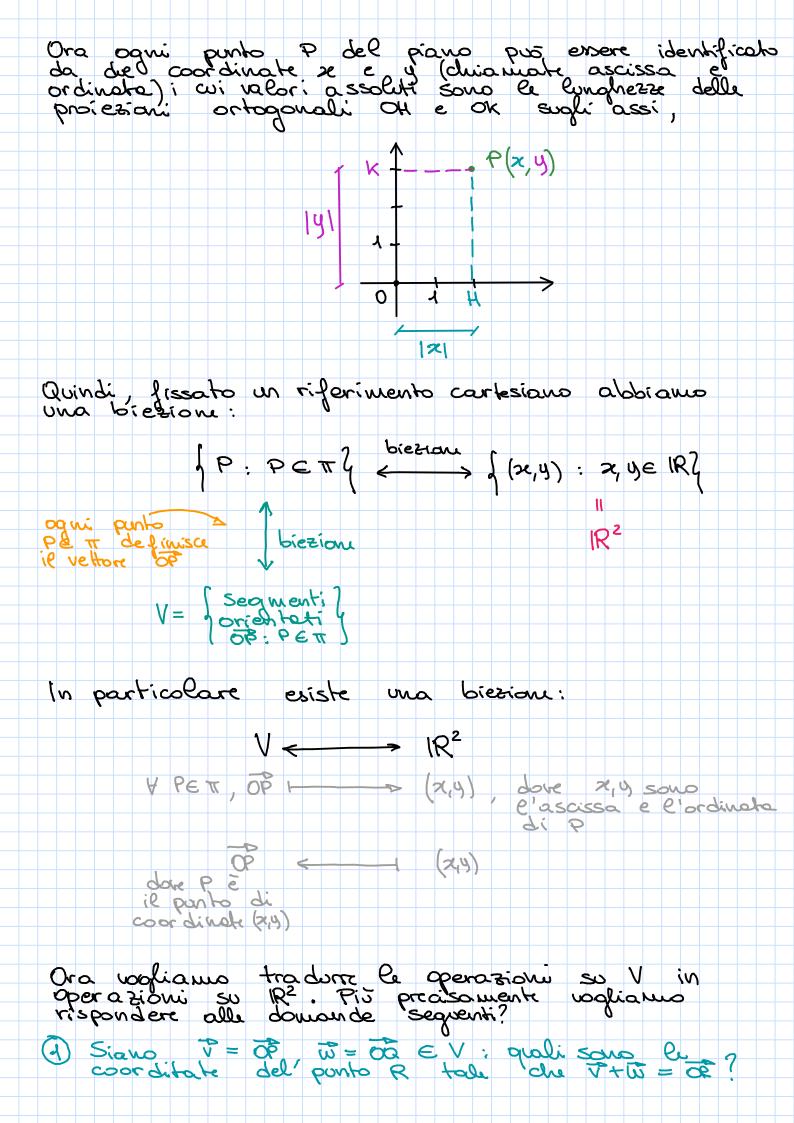
Definiano

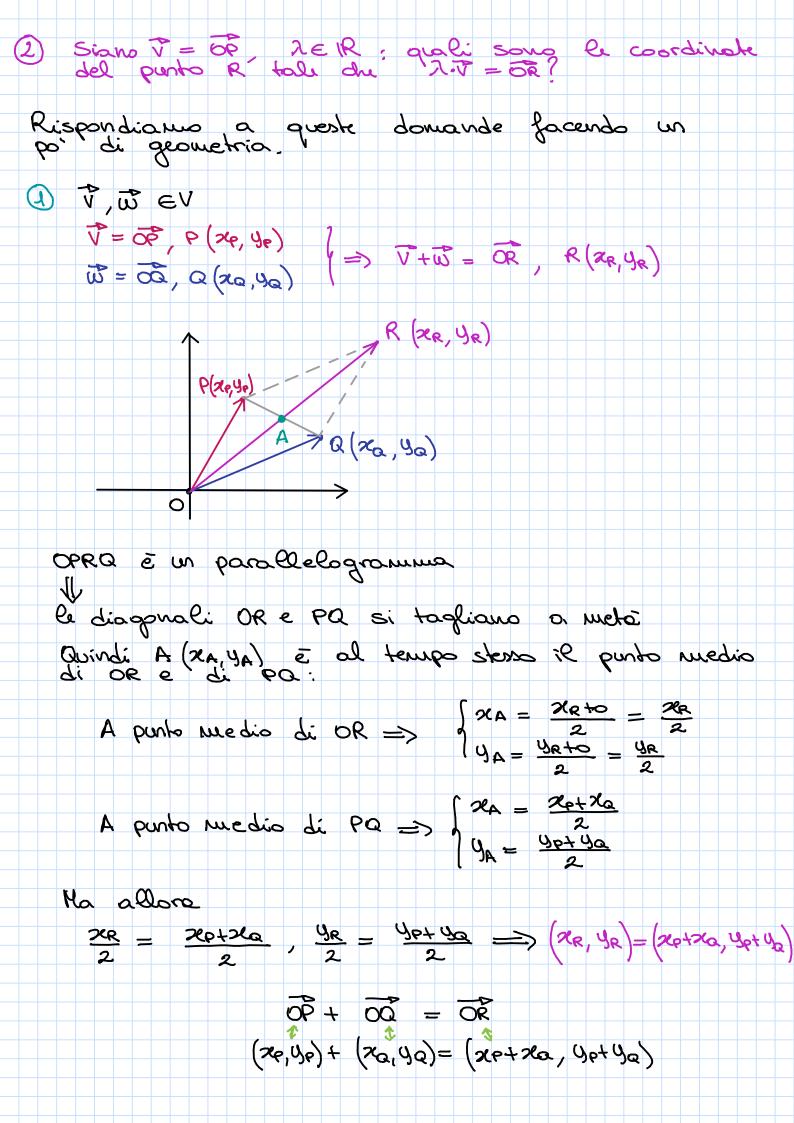
y mano
V+W= & tale che OPRO € un parallelogramma
(REGOLA DEL PARALLELOGRAMMA)











Quindi definiante un'operazione binaria intena. "t' souve in 1R 4: R2 × 1R2 - R2 ((x1, y1), (x2, y2)) + 0 (x1, y1) + (x2, y2) = (x1+x2, y1+y2) esempio: (4,3) + (-1,4) = (4+(-1),3+4) = (0,7)2 VEV, LEIR $\vec{V} = \vec{O}\vec{P}$, $P(x_P, y_P) \implies \lambda \vec{v} = \vec{O}\vec{R}$, $R(x_P, y_P)$ 1 R(xe, ye) (qui vell'exempio) Per costruzione, i trianopoli OPH e ORK sono simili. Inoltre, dalla definizione dell'operazione di maltipli-Cazione per scalar su V, sappiama che OR=1210P Ne deduciones che 121 è il fattore di proporzionalità. Considerianno ora due casi. Se 2≥0, OR è concorde a OP e quirdi: [XR = 121 XP = 2xp 1 UR = 12/UP = 17 UP 2>0 Se 200, or e discorde a or e quindi: $\int \chi_R = -|\chi|\chi_R = \chi_R$ 1 ye = - 1x1 ye = 2 ye

In agric caso (per 250 e 20) abbiano che

$$\int x_1 = 3x_2$$
 $g_1 = 2y_2$

Quindi definiana un'operazione binaria coterna

: $(x_1, x_2, y_1) \leftarrow 2$. $(x_1, y_2) = (2x_1, 2y_2)$

undiplicazione

 $(x_1, x_2, y_1) \leftarrow 2$. $(x_1, y_2) = (-2x_1, 2y_2)$

in conclusione abbiano definito de operazioni

so $(x_1^2 + x_2^2 - x_3^2)$
 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \leftarrow (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_2 + y_2)$

: $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \leftarrow (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_2 + y_2)$

: $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \leftarrow (x_1, y_2) = (x_2, x_2)$

Vediano ara quali sono le proprietà di queste

de (x_1, y_1), $(x_2, y_2) \leftarrow (x_2, y_2) \in (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_2, y_2) + (x_1, y_1)$
 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \leftarrow (x_2, y_2) \in (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_2, y_2) + (x_1, y_1)$

Y $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_2, y_2) \in (x_1, y_1) + (x_2, y_2) + (x_2, y_2)$
 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_2, y_2) \in (x_1, y_1) + (x_2, y_2) + (x_2, y_2)$

```
3) ESISTENZA ELEMENTO NEUTRO (consequento dell'esistento 10 in (R,+)
           (0,0) = (R2 = tale che (x,4) + (0,0) = (0,0)+(x,4) = (x,4)
            A (x'd) E 165.
 (consequente dell'esistente dell'esi
             ∀ (x,y) ∈ 1R2, ∃ (x',y') ∈ 1R2 tale che (x,y) + (x',y') = (x',y') + (x,y) = (0,0)
             (x' = -x \quad c \quad y' = -y)
                                opposto di ze in 1R rispetto a t
5) PROPRIETA' DISTRIBUTIVA RISPETTO ALLA SONHA DI IRº
          \forall (x_1,y_1), (x_2,y_2) \in \mathbb{R} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}
                                                2. ((X, y,) + (X2, 42)) = 2. (X2, y2) + 2. (x2, 42)
                                                                                       somma in 122
 6) PROPRIETA DISTRIBUTIVA RISPETTO ALLA SONNA DI IR
            \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \forall \lambda, \mu \in \mathbb{R}:
                          (\lambda + \mu) \cdot (x, y) = \lambda \cdot (x, y) + \mu \cdot (x, y)
                                 somma in R
  8) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, 1 \cdot (x,y) = (x,y)
                                                                                                                                 (1 EIR è elemento neutro)
della moltiplicazione
per scalari
                         elemento neutro di la rispetto alla moltiplicazione
 (IR², +·) è il nostro primo esempio di "spazio veltor:ale" su IR
 Più in generale una spazio veltoriale (o spazio
lineare) è una struttura algebrica composta da:
  · un campo K i cui elementi sono detti scalari
(nel nostro esempio K=IR)
  · un insieme V, i cui elementi sono delli vettori
        propriéte, content content que deferminate
```

Def: Sia K un campo Uno spazio vettoriale su K è un insieme V dotato di de operazioni: +: V× V -> V • : K x V -- V che verificano le sequenti proprieto: per differentian da O, elemento 4) COMMUTATIVITÀ: Y v, W E V, v+W = W+V neutro di (K,+) 2) ASSOCIATIVITA: $\forall \cup_{v, \omega} \in V$, $\cup_{t} (v+\omega) = (\cup_{t} v) + \omega$. 3) ESISTENZA ELEMENTO NEUTRO: 3 DEV 1.C. O+v=v+0=v, VvEV (i) ESISTENZA DELL'OPPOSTO: $\forall v \in V : \exists v' \in V : c$. $\forall v \in V : \forall v \in V : \exists v' \in V : c$. 5) PROPRIETA' DISTRIBUTIVA RISPETTO ALLA SONNA DI VETTORI A 2'mer' A yer ' y. (2+m) = y.2+ y.m 6) PROPRIETA' DISTRIBUTIVA RISPETTO ALLA SONNA DI SCALARI $\forall v \in V, \forall \lambda, \mu \in K, (\lambda + \mu) \cdot v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v$ 7) Y vev, Y 2, mex, (2m). v= 2. (m.v). 8) $1 \cdot v = v$, $\forall v \in V$ (done $1 \in \ell'$ elemento neutro di (κ, l)) Chianiano rettori gli elementi di V e scalari gli elementi di K. li elementi K = IR - sportio vettoriale real. K = C - sportio vettoriale complesso. Nella definitione di spazio vettoriale, per non apesantire la notazione, ustavia la stesso simbolo "+" per la somma in V e in K. Tuttavia il contesto ci permetterà di distinguere le de operazioni e non ci sarà confusione. Osservaziani: Sia V un K-spazio veltoriale 1) In V esiste un unico vettore nullo che denotiamo O. Dim: Supportaus che esistono due rettori nulli

O1 e O2. Allora, per definitione, abbiens:

