

**Concorso STEM 2021**  
**Classe A026 – MATEMATICA**

**REGIONE ABRUZZO**

**Traccia n°117**

***Trigonometria: Applicazioni dei  
teoremi sui triangoli rettangoli***

**ANNAMARIA IEZZI**

Martedì 27 luglio, 2021

# Contesto e durata

## Contesto:

Classe terza (**II biennio**) di un Istituto Tecnico settore tecnologico (*Costruzioni, Ambiente e Territorio*) composta da 25 alunni, di cui due appartenenti all'area BES:

- un'alunna con DSA - **discalculia**,
- un alunno con DSA - **dislessia**,

per cui verranno compilati due PDP (L.170/2010, integrata dalla D.M. sui BES del 27/12/2012).

## Durata:

**2 ore** così ripartite:

- **Prima ora:** applicazioni dei teoremi sui triangoli rettangoli (richiami, teoria e esercizi).
- **Seconda ora:** lavoro di gruppo e verifica.

# Obiettivi formativi

In riferimento alle **linee guida degli istituti tecnici settore tecnologico della Direttiva n. 57 del 15 luglio 2010** (Secondo biennio - matematica):

## Conoscenze

- Relazioni tra lati e angoli dei triangoli (trigonometria).

## Abilità

- Applicare la trigonometria alla risoluzione di problemi di varia natura riguardanti i triangoli.

## Competenze

- Utilizzare il linguaggio e i metodi propri della matematica per organizzare e valutare adeguatamente informazioni qualitative e quantitative.

# Prerequisiti e Obiettivi Specifici di Apprendimento

## Prerequisiti

- Circonferenza goniometrica e misura degli angoli in radianti.
- Funzioni goniometriche (seno, coseno, tangente, cotangente).
- Primo e secondo teorema sui triangoli rettangoli.

## Obiettivi Specifici di Apprendimento

### Conoscenze

- Area di un triangolo dati due lati e l'angolo compreso tra essi.
- Teorema della corda.

### Abilità

- Applicare i teoremi sui triangoli rettangoli a problemi teorici e di realtà.

### Competenze

- Applicare i teoremi sui triangoli rettangoli in situazioni pratiche quali la misura delle distanze e delle altezze di oggetti del mondo reale.

# Metodi e sussidi

## Metodologie didattiche (in presenza/a distanza):

- Lezione frontale partecipata;
- Problem solving;
- Cooperative learning (Think-pair-share, lavoro di gruppo, peer education);
- Game-based learning (Kahoot!);
- Didattica personalizzata per gli alunni con BES.

## Sussidi:

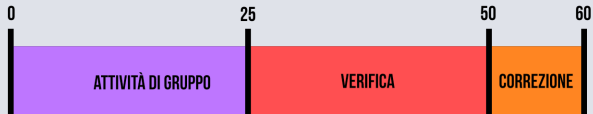
- Libro di testo.
- Piattaforme: Kahoot!, Geogebra.
- **In presenza:** Lavagna LIM.
- **A distanza:** Tablet, piattaforma Zoom, Gradescope.

# Fasi della lezione

- **Prima ora:** applicazioni dei teoremi sui triangoli rettangoli (richiami, teoria e esercizi).



- **Seconda ora:** lavoro di gruppo e verifica.



# Mappa concettuale

(PREREQUISITI)

**TEOREMI SUI  
TRIANGOLI RETTANGOLI**

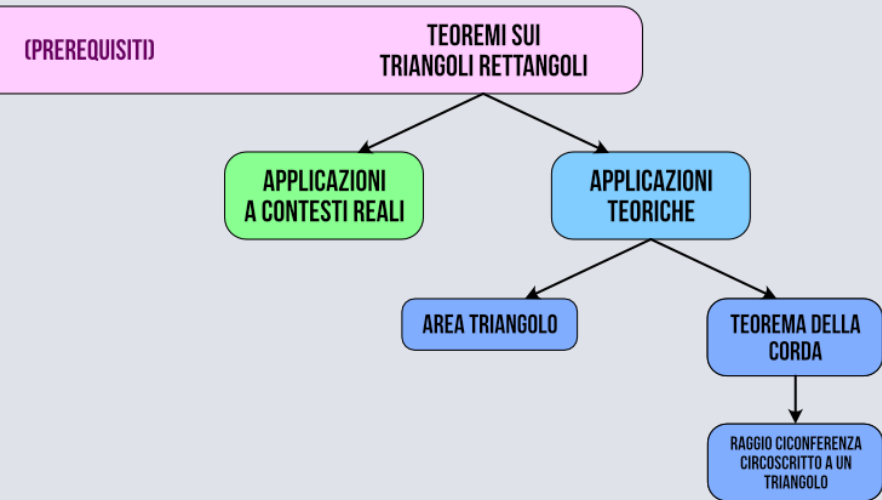
**APPLICAZIONI  
A CONTESTI REALI**

**APPLICAZIONI  
TEORICHE**

**AREA TRIANGOLO**

**TEOREMA DELLA  
CORDA**

**RAGGIO CICONFERENZA  
CIRCOSCRITTO A UN  
TRIANGOLO**



# Verifica dei prerequisiti (10 min)

**Quiz** con 5 domande sulla piattaforma *Kahoot!* per verificare:

- la conoscenza delle funzioni goniometriche;
- i teoremi sui triangoli rettangoli.

Quale delle seguenti uguaglianze è FALSA?

47

Kahoot!

Passer

0  
réponse

▲ $\sin(\pi) = 0$	◆ $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
● $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	■ $\cot\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

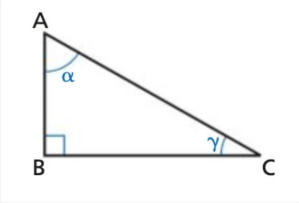


# Verifica dei prerequisiti (10 min)

**Quiz** con 5 domande sulla piattaforma *Kahoot!* per verificare:

- la conoscenza delle funzioni goniometriche;
- i teoremi sui triangoli rettangoli.

Nel triangolo ABC si ha:



4

0 réponse

Passer

▲  $AB = AC \sin(\alpha)$

◆  $BC = AC \sin(\alpha)$

●  $AC = AB \cos(\gamma)$

■  $AB = BC \tan(\alpha)$

# Verifica dei prerequisiti (10 min)

**Quiz** con 5 domande sulla piattaforma *Kahoot!* per verificare:

- la conoscenza delle funzioni goniometriche;
- i teoremi sui triangoli rettangoli.

In un triangolo rettangolo isoscele di ipotenusa  $\sqrt{2}$  quanto misura ciascuno dei cateti?

51

Kahoot!

Passer

0  
réponse

▲  $\frac{1}{2}$

◆  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

● 1

■ 2

# Verifica dei prerequisiti (10 min)

## Richiami

### Teorema (Primo teorema dei triangoli rettangoli)

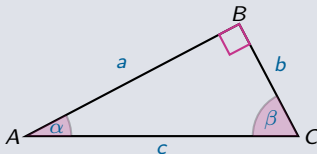
*In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'ipotenusa moltiplicata per il seno dell'angolo opposto al cateto o per il coseno dell'angolo adiacente al cateto.*

### Teorema (Secondo teorema dei triangoli rettangoli)

*In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto moltiplicata per la tangente dell'angolo opposto al primo cateto o per la cotangente dell'angolo adiacente al primo cateto.*

**Primo**

$$\begin{aligned}a &= c \sin(\beta) = c \cos(\alpha) \\ b &= c \sin(\alpha) = c \cos(\beta)\end{aligned}$$



**Secondo**

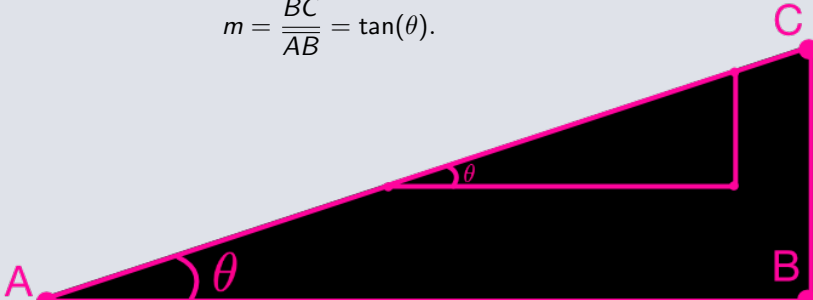
$$\begin{aligned}a &= b \tan(\beta) = c \cot(\alpha) \\ b &= a \tan(\alpha) = c \cot(\beta)\end{aligned}$$

## Problem solving (10 min)



La **pendenza** (media) di una salita è il rapporto tra il dislivello e la proiezione del tratto di salita sul piano dell'orizzonte:

$$m = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \tan(\theta).$$



# Problem solving (10 min)

## Problema

Vogliamo misurare la pendenza di una salita e disponiamo di:

- Un'asta lunga 1 metro
- Una livella torica
- Un metro



Come facciamo?

*(5 min di brainstorming)*

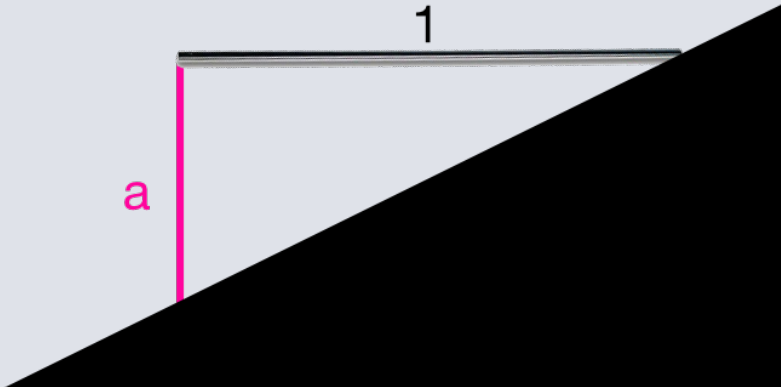
# Problem solving (10 min)



## Problem solving (10 min)



## Problem solving (10 min)

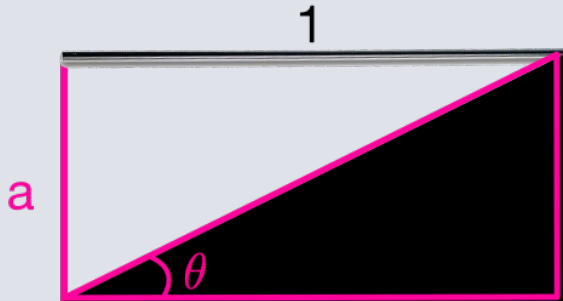




## Problem solving (10 min)

Ricordiamo che la pendenza è

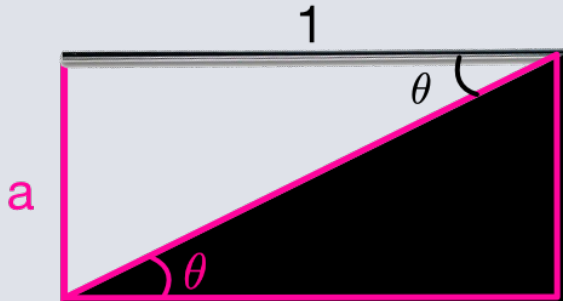
$$m = \tan(\theta)$$



## Problem solving (10 min)

Ricordiamo che la pendenza è

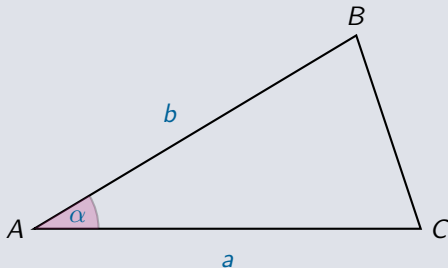
$$m = \tan(\theta) = \frac{a}{1} = a.$$



# Lezione frontale partecipata (25 min)

## Applicazioni teoriche: area di un triangolo

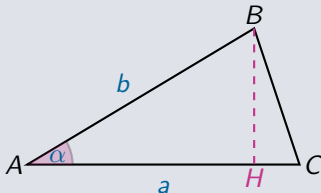
Vogliamo calcolare l'**area di un triangolo** dati due lati e l'angolo compreso fra essi:



Esempi domande guida:

- Cosa ci manca per il calcolo dell'area?
- Come possiamo applicare i teoremi sui triangoli rettangoli?

## Lezione frontale partecipata (25 min)



Dal primo teorema dei triangoli rettangoli otteniamo:

$$\overline{BH} = b \sin(\alpha),$$

e quindi

$$\text{Area}(ABC) = \frac{1}{2} ab \sin(\alpha).$$

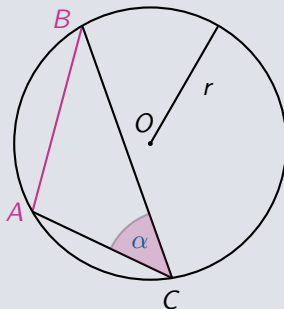
### Teorema (Area di un triangolo )

*La misura dell'area di un triangolo è uguale al semiprodotto delle misure di due lati e del seno dell'angolo compreso fra essi.*

# Lezione frontale partecipata (25 min)

## Applicazioni teoriche: teorema della corda

Vogliamo calcolare la **misura di una corda** di una circonferenza, dati il raggio e la misura di un angolo alla circonferenza che insiste sulla corda:

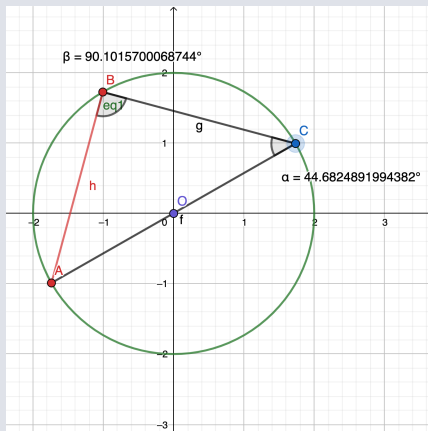
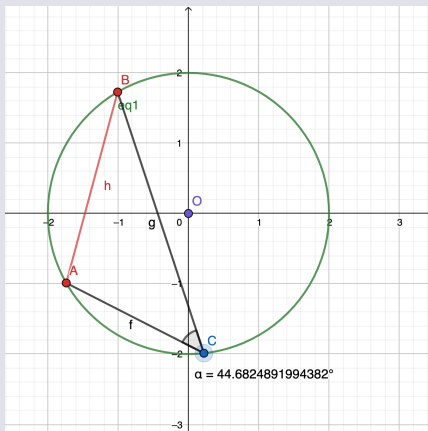


Perché il testo parla di **un** angolo alla circonferenza? Come possiamo utilizzare l'informazione sul raggio?

# Lezione frontale partecipata (25 min)

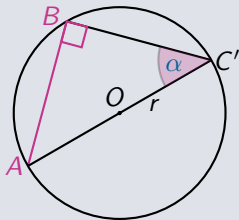
Cerchiamo di capirlo con una semplice animazione su

GeoGebra



## Lezione frontale partecipata (25 min)

Sia  $ABC'$  uno dei due triangoli rettangoli inscritti nella circonferenza di cateto  $AB$ :



Abbiamo che  $\overline{AC'} = 2r$  e dal primo teorema dei triangoli rettangoli otteniamo:

$$\overline{AB} = 2r \sin(\alpha)$$

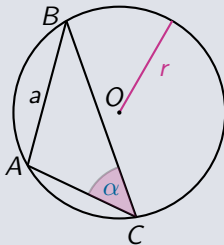
### Teorema (Teorema della corda)

*In una circonferenza la misura di una corda è uguale al prodotto della misura del diametro per il seno di uno degli angoli alla circonferenza che insistono sulla corda.*

# Lezione frontale partecipata (25 min)

## Un corollario del teorema della corda

Vogliamo calcolare il **raggio della circonferenza circoscritta** a un triangolo, di cui conosciamo almeno la misura di un lato e del corrispondente angolo opposto:



Dal teorema della corda sappiamo che  $a = 2r \sin(\alpha)$ , quindi

$$r = \frac{a}{2 \sin(\alpha)}.$$



# Esercizi in classe e per casa (15 min)

## Think-Pair-Share

**Esercizio 1. (Area del triangolo)** In un triangolo due lati sono lunghi 28 cm e 39 cm. L'angolo compreso tra essi ha il coseno uguale a  $\frac{12}{13}$ .  
Determinate l'area del triangolo.

**Esercizio 2. (Teorema della corda)** Utilizzando il teorema della corda, trovate le misure dei lati del triangolo equilatero, del quadrato e dell'esagono regolare inscritti in una circonferenza di raggio  $r$ .

---

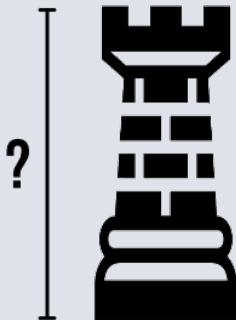
**Fine prima ora di lezione:** assegniamo 3 o 4 esercizi per casa di difficoltà progressiva relativi alle applicazioni teoriche dei teoremi sui triangoli rettangoli.



# Lavoro di gruppo (25 min)

## Compito di realtà da risolvere in piccoli gruppi - I parte

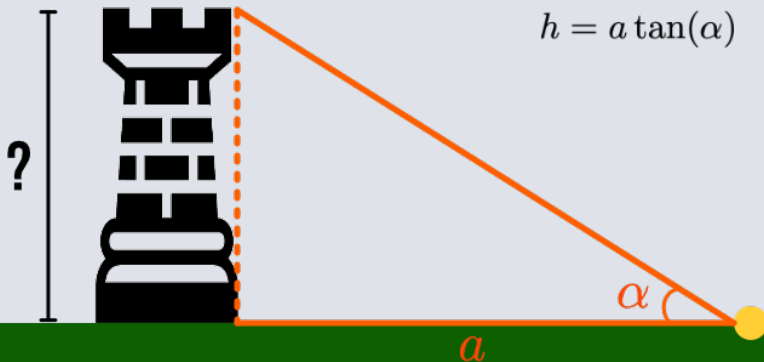
Dovete misurare l'**altezza di una torre** e disponete soltanto di uno strumento topografico in grado di misurare gli angoli e di misurare le distanze di oggetti raggiungibili. Come fate?



# Lavoro di gruppo (25 min)

## Compito di realtà da risolvere in piccoli gruppi - I parte

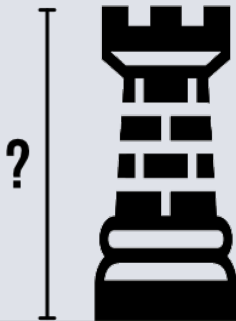
Dovete misurare l'**altezza di una torre** e disponete soltanto di uno strumento topografico in grado di misurare gli angoli e di misurare le distanze di oggetti raggiungibili. Come fate?



# Lavoro di gruppo (25 min)

## Compito di realtà da risolvere in piccoli gruppi - II parte

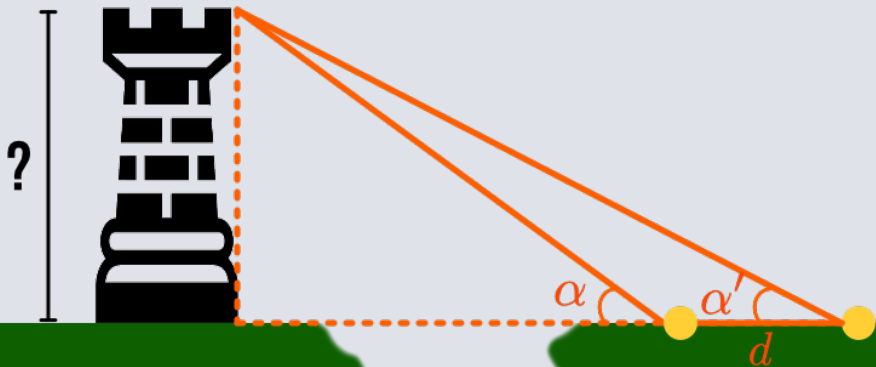
Dovete misurare l'**altezza di una torre** e disponete soltanto di uno strumento topografico in grado di misurare gli angoli e di misurare le distanze di oggetti raggiungibili. Questa volta però c'è un fosso che non permette di raggiungere la torre. E' comunque possibile misurarne l'altezza?



# Lavoro di gruppo (25 min)

## Compito di realtà da risolvere in piccoli gruppi - II parte

Dovete misurare l'**altezza di una torre** e disponete soltanto di uno strumento topografico in grado di misurare gli angoli e di misurare le distanze di oggetti raggiungibili. Questa volta però c'è un fosso che non permette di raggiungere la torre. E' comunque possibile misurarne l'altezza?



# Verifica (25 min) + Correzione (10 min)

Verifica formativa di 20 minuti sui teoremi sui triangoli rettangoli e sulle loro applicazioni:

- **Parte strutturata:** 5 domande a risposta multipla (2 punti ciascuna, totale 10 punti).
- **Parte semistrutturata:** 2 esercizi, uno teorico e uno di realtà (10 punti ciascuno, totale 20 punti).

**Totale:** 30 punti

## Griglia di valutazione

Punti	Voto
da 27 a 30	10
da 24 a 27	9
da 21 a 24	8
da 18 a 21	7
da 15 a 18	6
da 12 a 15	5
⋮	⋮

# Recupero, approfondimento, etc.

## **Attività di recupero**

Individuare le difficoltà, riprendere i contenuti non assimilati e prevedere attività di peer-to-peer tutoring.

## **Attività di approfondimento**

Applicazioni alla fisica:

- lavoro di una forza,
- piano inclinato.

# Competenze chiave

**Competenze chiave** attivate nell'ambito della lezione tra quelle raccomandate dal Consiglio dell'Unione Europea nel 2018:

- **Competenza matematica e competenza in scienze, tecnologie e ingegneria:** collegamenti interdisciplinari della matematica con altre discipline, quali la topografia, la fisica, etc.
- **Competenza digitale:** uso di piattaforme e softwares per l'apprendimento (Kahoot, Geogebra, etc.).
- **Competenza personale, sociale e capacità di imparare a imparare:** attraverso attività di cooperative learning, peer education, problem solving, etc.



# Strumenti compensativi e dispensativi

Alla luce delle **Linee guida per il diritto allo studio degli alunni e degli studenti con disturbi specifici di apprendimento** allegate al D.M. del 12/07/2011, n. 5669:

- l'alunna con DSA - **discalculia**: uso di calcolatrice e formulario personalizzato, riduzione del numero di item nelle verifiche.
- l'alunno con DSA - **dislessia**:
  - durante le lezioni: possibilità di registrare la lezione, per trasformare la lettura in ascolto.
  - verifiche: riduzione del numero di item, formulazione semplificata delle domande.

## **Videoconferenza Zoom:**

- verifica dei prerequisiti: Kahoot;
- problem solving: Slido o Mentimeter (per proporre le proprie idee);
- lezione frontale interattiva: tablet con note-taking app;
- esercizi e lavoro di gruppo: break-out rooms di Zoom;
- verifica degli obiettivi: Gradescope;
- correzione della verifica: tablet con note-taking app.