

2023 年牛客多校第四场题解

出题人：南京大学

1 A Bobo String Construction

题意：给定一个 01 字符串 t ，构造一个长度为 n 的 01 串 s ，使得 t 在 $\text{concat}(t, s, t)$ 中仅出现两次。多测， $1 \leq T \leq 10^3$ ， $1 \leq n, |t| \leq 10^3$ 。

解法：结论是全 0 或全 1 串一定可行。

首先如果 t 就是全 0 或全 1，那显然构造全 1 或全 0 串一定可行。

如果 t 是 01 混杂，考虑以下两种情况：

1. 首先 s 串内部肯定不会出现 t 。
2. 考虑 $\text{concat}(t, s)$ 和 $\text{concat}(s, t)$ 部分。显然只需要考虑 t 的 border（最长公共前后缀）和 s 的拼接部分即可。如果 border 部分 01 混杂那显然交叠部分不会出现。如果 border 只有 0，那就构造全 1，反之亦然。则 s 的交叠部分末端（可能出现匹配的首段是 t 的尾端 border）一定无法出现 t 的 border，也就不会出现匹配。

所以枚举到底是全 0 还是全 1，然后使用 KMP 算法计算 $\text{concat}(t + s + t)$ 中 t 是否只出现两次即可。复杂度 $\mathcal{O}(T(n + |t|))$ 。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  // KMP template
4  class KMP
5  {
6      vector<int> nx;
7      string b;
8
9  public:
10     KMP(string b)
11     {
12         this->b = b;
13         int n = b.length();
14         int j = 0;
15         nx.resize(n);
16         for (int i = 1; i < n; i++)
17         {
18             while (j > 0 && b[i] != b[j])
19                 j = nx[j - 1];
20             if (b[i] == b[j])
21                 j++;
22             nx[i] = j;
23         }
24     }
25     int find(string a) // a中出现多少次b
```

```

26     {
27         int n = b.length(), m = a.length();
28         int j = 0;
29         int ans = 0;
30         for (int i = 0; i < m; i++)
31         {
32             while (j > 0 && a[i] != b[j])
33                 j = nx[j - 1];
34             if (a[i] == b[j])
35                 j++;
36             if (j == n)
37             {
38                 ans++;
39                 j = nx[j - 1];
40             }
41         }
42         return ans;
43     }
44 };
45 void Solve()
46 {
47     int n;
48     string t;
49     cin >> n >> t;
50     string s0, s1;
51     for (int i = 0; i < n; i++)
52     {
53         s0 += "0";
54         s1 += "1";
55     }
56     KMP solve(t);
57     if (solve.find(t + s0 + t) == 2)
58         cout << s0 << "\n";
59     else if (solve.find(t + s1 + t) == 2)
60         cout << s1 << "\n";
61     else
62         cout << "-1\n";
63 }
64 int main()
65 {
66     cin.tie(0)->sync_with_stdio(0);
67     cin.exceptions(cin.failbit);
68     cin.tie(NULL);
69     cout.tie(NULL);
70     int t;
71     cin >> t;
72     while (t--)

```

```

73     Solve();
74     return 0;
75 }

```

2 Election of the King

题意：给定长度为 n 的数列 $\{a\}_{i=1}^n$ ，最开始每个数字都存在。持续进行 $n-1$ 轮下述操作：

1. 当前剩下来的每个数，选择距离它最远（绝对值最大）的数进行投票，如果最远距离相等选择大的。
2. 当前被投票数最多的数在本轮删掉，平票则选择最大的数字删掉。

问最后是哪个数字留下来。 $1 \leq n \leq 10^6$, $1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

解法：考虑维护数列的中位数，并观察它的投票情况。因为如果中位数投最大，它左侧也一定投最大；中位数投最小，它右侧也一定投最小。因而哪怕是两侧投票数势均力敌也是由中位数定胜负。因而时刻维持中位数投票情况以决定淘汰的数字是谁，同时同步移动中位数即可。整体复杂度为 $\mathcal{O}(n \log n + n)$ 。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int N = 1000000;
4  pair<int, int> a[N + 5];
5  int main()
6  {
7      int n;
8      scanf("%d", &n);
9      for (int i = 1; i <= n; i++)
10     {
11         scanf("%d", &a[i].first);
12         a[i].second = i;
13     }
14     sort(a + 1, a + n + 1);
15     int l = 1, r = n;
16     // [l, r] 区间表示存活的数字
17     for (int i = n, j = (n + 1) / 2; i >= 2; i--)
18     {
19         int midl = (a[r].first - a[j].first >= a[j].first - a[l].first);
20         if (i % 2 == 0) // 偶数要考虑中位数相邻两个
21         {
22             int midr = (a[r].first - a[j + 1].first >= a[j + 1].first - a[l].first);
23             if (midl || midr) // 票死大的
24                 r--;
25             else
26             {
27                 l++;
28                 j++;
29             }

```

```

30     }
31     else
32     {
33         if (!midl) // 票死小的
34             l++;
35         else
36         {
37             r--;
38             j--;
39         }
40     }
41 }
42 printf("%d", a[l].second);
43 return 0;
44 }

```

3 G Famished Felbat

题意：给定长度为 n 的数列 $\{a\}_{i=1}^n$ ，和长度为 m 的数列 $\{b\}_{i=1}^m$ 。第 i 轮从 $\{b\}$ 数列中任意选择一个数字 b_j ，然后执行 $a_i \leftarrow a_i + b_j$ ，然后将 b_j 从 $\{b\}$ 数列中删去。 n 轮操作后求 $\sum_{i=1}^n f(a_i)$ 的期望，其中：

$$f(x) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \left\lceil \frac{x}{i} \right\rceil$$

L 为一已知常数。 $1 \leq n \leq m \leq 10^3$ ， $1 \leq L, a_i, b_j \leq 2 \times 10^9$ 。

解法：首先由期望的线性性，每个 b_i 都会等概率加到每个 a_j 上。同时由 $\left\lceil \frac{x}{i} \right\rceil = \left\lfloor \frac{x+i-1}{i} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x-1}{i} \right\rfloor + 1$ ，将上取整转化到常用的下取整。因而本质是求：

$$n + \frac{1}{mL} \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\lfloor \frac{a_i + b_j - 1}{k} \right\rfloor$$

仅考虑求和部分式子的计算，下面所有的枚举都是建立在 L 充分大的情况，严格的式子都需要对 L 取 \min 。首先最朴素的想法是进行整除分块，对每个 $a_i + b_j$ 进行整除分块，但这样的时间复杂度为 $\mathcal{O}(nm\sqrt{L})$ ，显然不能通过。这时可以注意到一个性质：

$$\left\lfloor \frac{x+y}{i} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{i} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{i} \right\rfloor + [x \bmod i + y \bmod i \geq i]$$

即，两个被加数本身整除的部分，再检查余数之和是否能够再凑一个 i 。那么对于 k 比较小的情况，显然就可以枚举 k ，然后先单独计算完 $m \sum_{k=1}^B \left\lfloor \frac{a_i}{k} \right\rfloor$ 和 $n \sum_{k=1}^B \left\lfloor \frac{b_j}{k} \right\rfloor$ ，以及各自的余数，再通过枚举每个 b_j 的余数，检查 $\{a\}$ 中余数大于等于 $k - b_j \bmod k$ 的个数有多少即可。这样这部分复杂度就是 $\mathcal{O}(B(n+m) + Bm \log n)$ 。

考虑如果当 k 很大会怎么样。这时由于枚举的量太大，显然无法承受。但是结合整除分块的性质——在根号以下，自变量变化小，但值域变化大；在根号以上，自变量变化大，但值域变化小。因而对于 k 大的情况，不难考虑通过枚举整除得到的值有多少自变量区间对应来求解。因而有 k 较大 ($k \geq B$, B 为阈值) 部分的转化求和式：

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{L}{B} \rfloor} \max \left(0, \min \left(\left\lfloor \frac{x}{i} \right\rfloor, L \right) - B \right)$$

其中 i 是枚举的整除值， $-B$ 操作表示挖去自变量较小的部分的贡献，上限对 L 取 \min 以限制分母的范围。

考虑把 \min 函数去掉以快速计算，那么问题转化为 $a_i + b_j \geq iL$ 的二维偏序问题，这个可以用树状数组快速解决。这部分复杂度为 $O\left(\left\lfloor \frac{L}{B} \right\rfloor m \log n\right)$

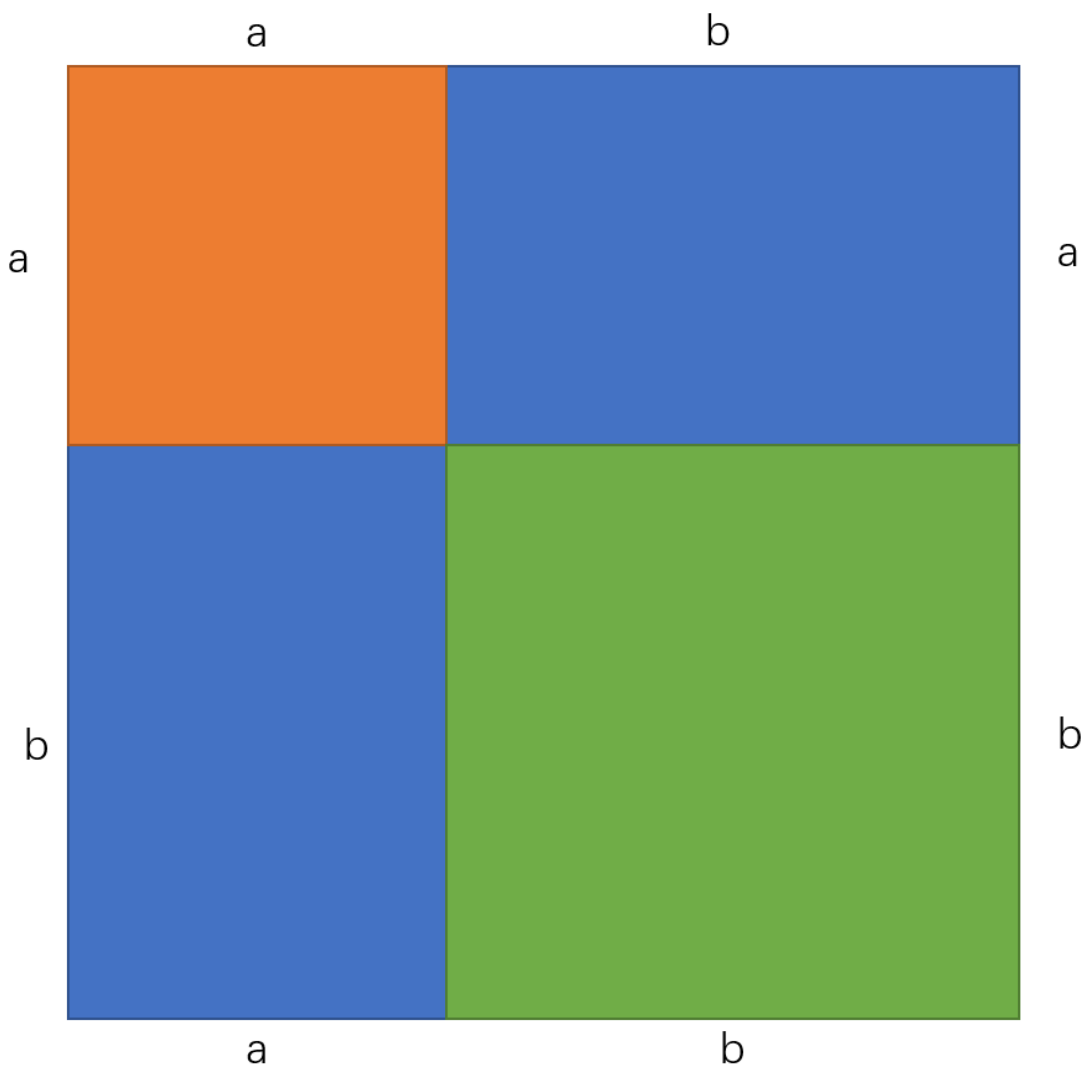
考虑取一个合适的阈值以平衡二者，因而取 $B = \sqrt{L}$ ，最终复杂度为 $O\left(\sqrt{L} m \log n\right)$ 。

4 H Merge the squares!

题意：给定 $n \times n$ 个 1×1 组成的正方形，每次可以合并相邻不超过 50 个正方形变成一个大正方形。问如何通过合并得到一个大的 $n \times n$ 的大正方形，不限次数。 $1 \leq n \leq 10^3$ 。

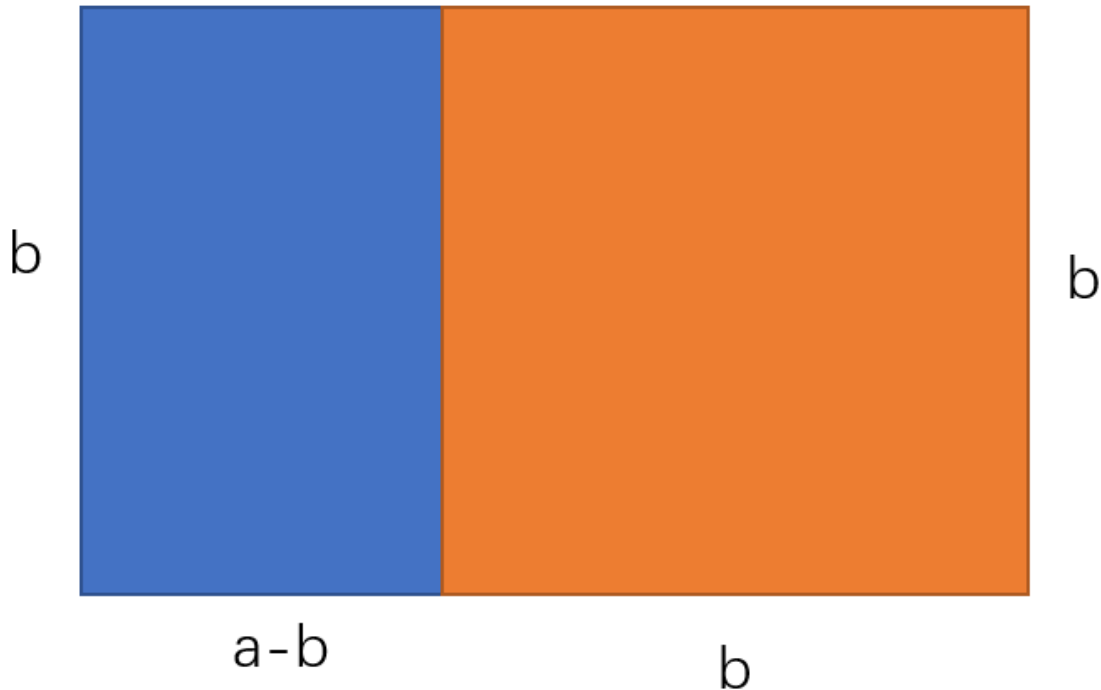
解法：考虑 $7^2 \leq 50$ ，所以如果边长 x 是 $[2, 7]$ 的倍数，可以考虑直接先拆分成 $d \times d$ 个 $\frac{x}{d} \times \frac{x}{d}$ 个正方形求解。

最棘手的问题在于大质数。显然质数不能按照这种乘除法的倍数拆分，因而考虑加减法。注意到完全平方和公式： $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，构造下面的图形：



即 $a \times a$ 和 $b \times b$ 的正方形，和两个 $a \times b$ 的矩形。正方形可以递归下去构造，考虑矩形如何尽可能少的构造。

不妨令 $a > b$ ，一个贪心的想法是，每次构造一个 $b \times b$ 的正方形，然后留下一个 $(a - b, b)$ 的矩形递归下去构造，即类似辗转相减法：



每次我们都找了一个最大的正方形，这样做整体个数不会太劣。考虑它会拆分到多少个正方形： $\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor$ 个 $b \times b$ 的正方形（横向放置），然后再加上 $(a \bmod b, b)$ 的答案。因而可以用欧几里得算法求得它的答案：

```
1 int gcd(int x, int y)
2 {
3     if (x == y)
4         return 1; // 正方形
5     if (x < y)
6         swap(x, y);
7     return x / y + gcd(x % y, y); // 先横向拆分，再递归到子矩形中
8 }
```

因而回到整体大正方形拆分，可以考虑枚举这样的 a ，求出这样拆分的矩形 $(a, x - a)$ 需要包含多少个小正方形，如果不超过 24 个就可以视为一个合法的拆分。这是因为 $24 \times 2 + 2 = 50$ ， $a \times a$ 和 $b \times b$ 的正方形视为一个，剩下的 48 个均分给两个矩形构造。

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define fp(i, a, b) for (int i = a, i##_ = b; i <= i##_; ++i)
3 #define fd(i, a, b) for (int i = a, i##_ = b; i >= i##_; --i)
4
5 using namespace std;
6 using ll = long long;
7 const int N = 1e3 + 5;
```

```

8   int n, f[N];
9   vector<array<int, 3>> ans;
10  int check(int a, int b) {
11      if (!b) return a <= 7;
12      int cnt = 1, c;
13      while (b) {
14          cnt += a / b;
15          c = a % b, a = b, b = c;
16      }
17      return cnt <= 25;
18  }
19  void dfs(int, int, int);
20  void calcC(int, int, int, int);
21  void calcR(int x, int y, int r, int c) { // c = a * r + b
22      if (r <= 1) return;
23      int a = c / r;
24      fp(i, 0, a - 1) dfs(x, y + i * r, r);
25      calcC(x, y + a * r, r, c % r);
26  }
27  void calcC(int x, int y, int r, int c) { // r = a * c + b
28      if (c <= 1) return;
29      int a = r / c;
30      fp(i, 0, a - 1) dfs(x + i * c, y, c);
31      calcR(x + a * c, y, r % c, c);
32  }
33  void dfs(int x, int y, int k) {
34      if (k == 1) return;
35      ans.push_back({x, y, k});
36      // printf("%d %d %d\n", x, y, k);
37      if (!f[k]) return;
38      int a = k - f[k], b = f[k];
39      calcR(x + a, y, b, a), calcC(x, y + a, a, b);
40      dfs(x, y, a), dfs(x + a, y + a, b);
41  }
42  void Solve() {
43      scanf("%d", &n);
44      // freopen("s.out", "w", stdout);
45      // printf("%d\n", n);
46      memset(f, -1, sizeof f);
47      f[1] = 0;
48      fp(i, 2, n) {
49          fp(j, 0, i / 2) {
50              if (check(i - j, j)) {
51                  f[i] = j;
52                  break;
53              }
54          }

```

```

55     }
56     dfs(1, 1, n);
57     printf("%llu\n", ans.size());
58     reverse(ans.begin(), ans.end());
59     for (auto [x, y, k] : ans) printf("%d %d %d\n", x, y, k);
60 }
61 int main() {
62     int t = 1;
63     while (t--) Solve();
64     return 0;
65 }
66

```

5 I Portal 3

题意： n 个点的有向图，给定其邻接矩阵 G 。现在沿着一条长度为 k 的路径 $\{v\}_{i=1}^k$ （给定 k 个路径点依次到达），并可以合并两个点 u, v ($G_{u,v} = G_{v,u} = 0$)，问合并后最短路径长。 $1 \leq n \leq 500$, $0 \leq G_{i,j} \leq 10^9$, $1 \leq k \leq 10^6$ 。

解法：首先 Floyd 跑出任意两点之间的最短路 $\{d\}_{(i,j)=(1,1)}^{(n,n)}$ 。然后路径本身可以转化到统计经过两点 (s, t) 的次数 $c(s, t)$ 。考虑合并 u, v 两个点会发生什么：显然有些 (s, t) 会考虑绕道 (u, v) 以拉近最短路。由于不指定 u, v 顺序，因而可以认为一定是 $s \rightarrow u \rightarrow v \rightarrow t$ 。则绕道后会节省（贡献） $d(s, t) - d(s, u) - d(v, t)$ 。因而一个简易的暴力算法流程如下：

```

1  long long maxSaved = 0;
2  for (int u = 1; u <= n; u++)
3      for (int v = 1; v <= n; v++)
4      {
5          long long curSaved = 0;
6          for (int s = 1; s <= n; s++)
7              for (int t = 1; t <= n; t++)
8                  curSaved += max(0ll, c[s][t] * (d[s][t] - d[s][u] - d[v][t]));
9          maxSaved = max(maxSaved, curSaved);
10 }

```

即固定枚举是合并哪两个点，然后考虑路径上每一对 (s, t) 对这一对 (u, v) 的贡献。但是这样计算复杂度是 $O(n^4)$ 。下面给出两种做法：

5.1 $O(n^3 \log n)$

考虑首先枚举 u, t ，这时可以首先枚举所有的 s ，固定 $d(s, t) - d(s, u)$ 。对 s 按 $d(s, t) - d(s, u)$ 项排序。当按排序后 s 的顺序枚举时， $d(s, t) - d(s, u)$ 项单增，这时如果 v 按 $d(v, t)$ 单增的顺序排列，就可以考虑双指针去快速找到每个 s 下贡献最大的 v 是什么。复杂度 $O(n^3 \log n + n^3 + n^2 \log n + k)$ 。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define fp(i, a, b) for (int i = a, i##_ = b; i <= i##_; ++i)
3
4  using namespace std;

```



```

5 using ll = long long;
6 const int N = 505;
7 int n, k, d[N][N], c[N][N];
8 ll ans, len, w[N][N];
9 vector<pair<int, int>> val, nv[N];
10 void Solve() {
11     scanf("%d%d", &n, &k);
12     fp(i, 1, n) fp(j, 1, n) scanf("%d", d[i] + j);
13     fp(k, 1, n) fp(i, 1, n) fp(j, 1, n)
14         d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
15     {
16         int u, v;
17         scanf("%d", &u);
18         for (k--; k--;) scanf("%d", &v), ++c[u][v], len += d[u][v], u = v;
19     }
20     fp(t, 1, n) {
21         fp(v, 1, n) nv[t].push_back({d[v][t], v});
22         sort(nv[t].begin(), nv[t].end());
23     }
24     fp(u, 1, n) fp(t, 1, n) {
25         val.clear();
26         fp(s, 1, n) if (c[s][t] && d[s][t] > d[s][u])
27             val.push_back({d[s][t] - d[s][u], c[s][t]});
28         sort(val.begin(), val.end());
29         ll tot = 0, cnt = 0, i = 0;
30         for (auto [d, c] : val) tot += (ll)d * c, cnt += c;
31         for (auto [d, v] : nv[t]) {
32             while (i < val.size() && d >= val[i].first)
33                 tot -= (ll)val[i].first * val[i].second, cnt -= val[i].second, ++i;
34             w[u][v] += tot - cnt * d;
35         }
36     }
37     ans = len;
38     fp(u, 1, n) fp(v, u, n) ans = min(ans, len - w[u][v] - w[v][u]);
39     printf("%lld\n", ans);
40 }
41 int main() {
42     int t = 1;
43     while (t--) Solve();
44     return 0;
45 }
46

```

5.2 $O(n^3)$

转变维护思路。考虑维护一个 v 数组，其中第 i 项表示当前要合并的点是 $(i, j), j \in [1, v]$ 时整个经过路径最大缩短量。因而这个时候可以考虑枚举每一对 (s, t) ，考虑这一对 (s, t) 会对这个数组产生什么影响。下面固定 (s, t) 。

观察 $d(s, t) - d(s, u) - d(v, t)$ ，这时第一项已经固定。再枚举 u ，不难注意到 $d(s, t) - d(s, u)$ 都已经确定，这时满足 $d(v, t) \leq d(s, t) - d(s, u)$ 都会更新。因而可以考虑将所有的 v 按 $d(v, t)$ 顺序排列，这时按 $d(s, u)$ 递增的顺序枚举 u 的时候，更新的 v 就是连续的一段，可以考虑差分和前缀和维护。等到 u 一轮更新完，再对 v 恢复顺序。这样复杂度为 $O(n^3 + 2n^2 \log n + k)$ 。

6 J Qu'est-ce Que C'est?

题意：给定长度为 n 的数列 $\{a\}_{i=1}^n$ ，要求每个数都在 $[-m, m]$ 范围，且任意长度大于等于 2 的区间和都大于等于 0，问方案数。 $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^3$ 。

解法：下面给出两种 dp 状态设计。

6.1 法一

考虑 $f_{i,j}$ 表示填了 i 个数字，当前最小后缀和为 j 的方案数。显然 $j \in [-m, m]$ 。

维护转移：

1. 填入正数，此时 $j \geq 0$ 。 $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=-j}^m f_{i-1,k}$ ，即填入一个数字使得这一位和上一位加起来得大于等于 0。
2. 填入一个负数。枚举填了什么数字 j ，这时上一位必须满足最小后缀和得大于等于 $-j$ ，否则拼接起来会小于 0。因而 $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=-j}^m f_{i-1,k}$ 。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  #define fp(i, a, b) for (int i = a, i##_ = b; i <= i##_; ++i)
3  #define fd(i, a, b) for (int i = a, i##_ = b; i >= i##_; --i)
4
5  using namespace std;
6  using ll = long long;
7  const int N = 5e3 + 5, P = 998244353;
8  int n, m, f[2][2 * N], suf[2 * N];
9  void Solve() {
10     scanf("%d%d", &n, &m);
11     int q = 0, ans = 0;
12     fp(i, -m, m) f[0][N + i] = 1;
13     fp(i, 2, n) {
14         q ^= 1;
15         fd(x, N + m, N - m) suf[x] = (suf[x + 1] + f[q ^ 1][x]) % P;
16         fp(x, 0, m) f[q][N + x] = suf[N - m + x];
17         fp(x, 1, m) f[q][N - x] = suf[N + x];
18     }
19     fp(i, -m, m) ans = (ans + f[q][N + i]) % P;
20     printf("%d\n", ans);
```

```

21 }
22 int main() {
23     int t = 1;
24     while (t--) Solve();
25     return 0;
26 }

```

整体复杂度 $\mathcal{O}(n^2)$ 。

6.2 法二

除了最后一个数字，其余的负数一定是可以和非负数绑定的。例如，考虑如下的正负数列可以被划分为：

负正/正/正/负正/负正/正/正/正/负正/

将负数和后面紧邻的正数绑定成为一个完整块，一起填充。考虑 $f_{i,j}$ 表示前 i 个数，填的一个完整块的和为 j 的方案数。考虑如下几种情况的转移：

- 当前填非负数。 $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^m f_{i-1,k}$
- 当前准备带负数的完整块。 $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^m \sum_{l=-k}^{-1} [1 \leq j-l \leq m] f_{i-2,k}$ ，即 l 枚举负数范围为 $[-k, -1]$ ，正数需要和满足 j 条件下，仍然在 $[0, m]$ 范围。因而有转移 $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^m \min(k, j-m) f_{i-2,k}$ 。

基于这些转移，可以写出这样的暴力代码：

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int N = 5000, P = 998244353;
4  int f[N + 5][N + 5], g[N + 5][N + 5];
5  int main()
6  {
7      int n, m;
8      scanf("%d%d", &n, &m);
9      f[0][0] = 1;
10     for (int i = 0; i <= m; i++)
11         f[1][i] = 1;
12     for (int i = 0; i <= m; i++)
13     {
14         for (int j = 0; j <= m; j++)
15             f[2][i] = (f[2][i] + f[1][j]) % P;
16         for (int k = -m; k <= -1; k++)
17         {
18             int res = i - k;
19             if (res <= m && res >= 0)
20                 f[2][i] = (f[2][i] + 1) % P;
21         }
22     }
23     for (int i = 3; i <= n; i++)

```

```

24     {
25         for (int j = 0; j <= m; j++)
26         {
27             for (int k = 0; k <= m; k++)
28                 f[i][j] = (f[i][j] + f[i - 1][k]) % P;
29             for (int k = 0; k <= m; k++)
30                 for (int l = -k; l <= -1; l++) // 枚举负数
31                 {
32                     int res = j - l;
33                     if (res <= m)
34                         f[i][j] = (f[i][j] + f[i - 2][k]) % P;
35                 }
36         }
37     }
38     int ans = 0;
39     // 最后一个数字可以填负数，需要单独考虑
40     for (int i = 0; i <= m; i++)
41         ans = (ans + f[n][i] + (long long)f[n - 1][i] * i) % P;
42     printf("%d", ans);
43     return 0;
44 }

```

不难发现只需要维护 $f_{i,j}$ 的前缀和和 $jf_{i,j}$ 的前缀和即可快速计算。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int N = 5000, P = 998244353;
4  int f[N + 5][N + 5], g[N + 5][N + 5];
5  // f表示直接的前缀和, g表示i*f的前缀和
6  int main()
7  {
8      int n, m;
9      scanf("%d%d", &n, &m);
10     if (n == 1)
11     {
12         printf("%d", 2 * m + 1);
13         return 0;
14     }
15     f[0][0] = 1;
16     for (int i = 0; i <= m; i++)
17     {
18         f[1][i] = i + 1;
19         if (i)
20             g[1][i] = (g[1][i - 1] + i) % P;
21     }
22     for (int i = 0; i <= m; i++)
23     {

```

```

24     f[2][i] = 2 * m - i + 1;
25     if (i)
26     {
27         g[2][i] = (g[2][i - 1] + (long long)f[2][i] * i) % P;
28         f[2][i] = (f[2][i - 1] + f[2][i]) % P;
29     }
30 }
31 for (int i = 3; i <= n; i++)
32 {
33     for (int j = 0; j <= m; j++)
34         f[i][j] = (f[i - 1][m] + g[i - 2][m - j] + (long long)(m - j) * (f[i - 2][m]
- f[i - 2][m - j] + P) % P) % P;
35     for (int j = 1; j <= m; j++)
36     {
37         g[i][j] = (g[i][j - 1] + (long long)f[i][j] * j) % P;
38         f[i][j] = (f[i][j - 1] + f[i][j]) % P;
39     }
40 }
41 // 最后一位特判
42 long long ans = (f[n][m] + g[n - 1][m]) % P;
43 printf("%lld", ans);
44 return 0;
45 }

```

整体复杂度 $\mathcal{O}(n^2)$ 。

7 L We are the Lights

题意： $n \times m$ 的灯阵，初始全灭。一次操作可以执行：第 i 行或列全灭或全亮。问执行完全部 q 条操作亮着的灯有多少。 $1 \leq n, m, q \leq 10^6$ 。

解法：首先为了防止后面的操作对前面有影响，显然是倒序执行所有的操作。对于一次行操作，只需要维护列中在后续操作中确定会灭或亮的灯数（确定亮的灯在之前行操作中已经计数过了），列同理。因而使用四个变量维护行、列中确定亮、灭的个数即可。整体复杂度 $\mathcal{O}(q)$ 。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int N = 1000000;
4  int st[2][N + 5], cnt[2][2];
5  struct node
6  {
7      int dir;
8      int id;
9      int op;
10     node(int _dir, int _id, int _op) : dir(_dir), id(_id), op(_op) {}
11 };

```

```

12 char s[50], t[50];
13 int main()
14 {
15     memset(st, -1, sizeof(st));
16     int n[2], q, x;
17     long long ans = 0;
18     scanf("%d%d%d", &n[0], &n[1], &q);
19     vector<node> que;
20     while (q--)
21     {
22         scanf("%s%d%s", s, &x, t);
23         int dir = (s[0] == 'c'), op = (t[1] == 'n');
24         que.emplace_back(dir, x, op);
25     }
26     reverse(que.begin(), que.end());
27     for (auto [dir, x, op] : que)
28     {
29         if (st[dir][x] != -1)
30             continue;
31         if (op)
32             ans += n[dir ^ 1] - cnt[dir ^ 1][0] - cnt[dir ^ 1][1];
33         st[dir][x] = op;
34         cnt[dir][op]++;
35     }
36     printf("%lld", ans);
37     return 0;
38 }

```