Συστήματα Αναμονής

$5^η$ Ομάδα Ασκήσεων

Άννα Κουτσώνη 03120019

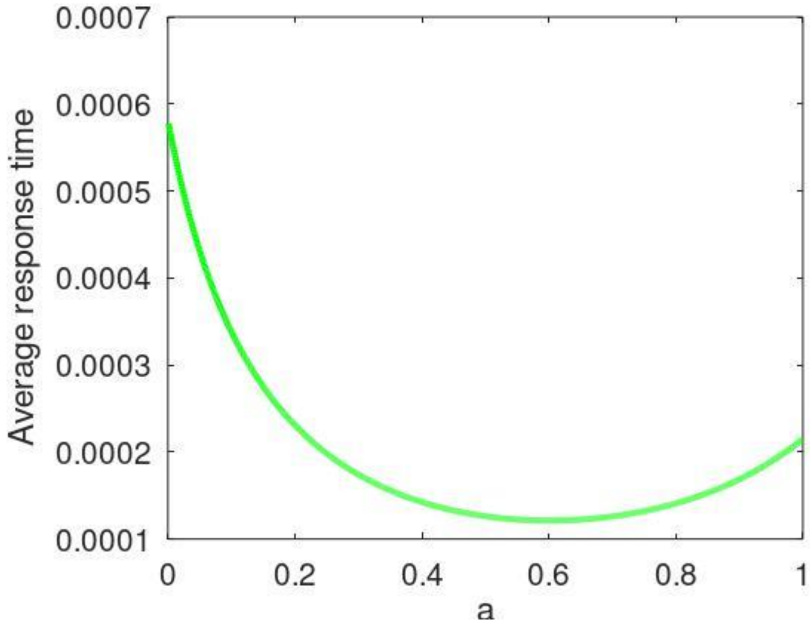
Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

1) Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε οι σύνδεσμοι (γραμμές) να μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν M/M/1 ουρές είναι οι εξής:

- Η εισερχόμενη ροή πελατών είναι διαδικασία Poisson με ροή λ. Η ροή αυτή διασπάται τυχαία και παράγονται διαδικασίες Poisson ρυθμών α · λ και (1 − α) · λ.
- Οι δύο γραμμές 1 και 2 μοντελοποιούνται σαν ουρές M/M/1 με μέσο ρυθμό αφίξεως λ1 και λ2 και με μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης μ1 και μ2 αντίστοιχα.
  Για την γραμμή 1:
  Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης είναι:
  $$\mu_1 = \frac{c_1}{128 * 8bits} = \frac{15 * 10^6 bits/sec}{128 * 8bits} = 14.65 * 10^3 \ packets/sec$$
  Ο μέσος ρυθμός αφίξεων είναι:
  $$\lambda_1 = \alpha * 10$$
  Για την γραμμή 2:
  Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης είναι:
  $$\mu_2 = \frac{c_2}{128 * 8bits} = \frac{12 * 10^6 bits/sec}{128 * 8bits} = 11.72 * 10^3 \ packets/sec$$
  Ο μέσος ρυθμός αφίξεων είναι:
  $$\lambda_2 = (1 - \alpha) * 10$$
  Οι ουρές αυτές θα είναι εργοδικές αν:
  $$\frac{\lambda_1}{\mu_1} < \frac{\lambda}{\mu_1} < 1 \quad \kappa\alpha\iota \quad \frac{\lambda_2}{\mu_2} < \frac{\lambda}{\mu_2} < 1$$

2) Ο μέσος αριθμός πελατών ισούται με:
$$E[n] = E[n_1] + E[n_2]$$
Με βάση τον νόμο του Little ο μέσος χρόνος καθυστέρησης θα ισούται με:
$$E[T] = \frac{E[n]}{\lambda}$$

Διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης E[T] για ένα τυχαίο πακέτο στο σύστημα σε συνάρτηση με το α:



Ο χρόνος καθυστέρησης ελαχιστοποιείται για E[T]=$1.2118*10^{-4}$ sec όταν το α=0.602:

```
Minimun value of E(T)
1.2118e-04
for a=
0.6020
>>
```

Κώδικας octave:

```
clc;
clear all;
close all;
pkg load queueing

#Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

#2 ερώτηση

a = 0.001:0.001:0.999;
l = 10000;
l1 = 10000*a;
m1 = 14650;
l2 = 10000*(1-a);
m2 = 11720;

[U1, R1, Q1, X1, P1] = qsmm1(l1, m1);
[U2, R2, Q2, X2, P2] = qsmm1(l2, m2);

totalClients = Q1 + Q2;
totalTime = totalClients/l;
figure(1);
plot(a, totalTime,"g","linewidth",2);
xlabel("a");
ylabel("Average response time");

[minval, mina] = min(min(totalTime,[],1));
display("Minimun value of E(T)")
disp(minval)
display("for a=")
disp(0.001*(mina+1))
```

Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής

1) Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε το δίκτυο να μπορεί να μελετηθεί ως ένα ανοιχτό δίκτυο με το θεώρημα Jackson είναι οι εξής:

- Η κάθε ουρά αναμονής Qi , i = 1, 2, 3, 4, 5 αποτελεί έναν δικτυακό κόμβο εξυπηρέτησης κορμού με εκθετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης μi , i = 1, 2, 3, 4, 5
- Για τις αφίξεις πελατών (πακέτων) που προέρχονται από εξωτερικές πηγές που είναι άμεσα συνδεδεμένες στους δικτυακούς κόμβους κορμού Q1, Q2, ενώ προσανατολίζονται προς τους εξωτερικούς προορισμούς που είναι άμεσα συνδεδεμένοι στους δικτυακούς κόμβους κορμού Q4, Q5, οι ροές μεταξύ των δικτυακών κόμβων είναι ανεξάρτητες ροές Poisson με μέσο ρυθμό γij , i, j = 1, 2, 3, 4, 5 και η συνολική εξωγενής ροή Poisson στην ουρά Qi είναι ίση με $\gamma_i = \sum_{j=1,j\neq i}^{5} \gamma_{ij}$
- Για την δρομολόγηση των πελατών (πακέτων) μεταξύ σε δύο ουρές Qi, Qj έχουμε ότι θα γίνονται με τυχαίο τρόπο και με πιθανότητα που ισούται με rij . Συγκεκριμένα: $r_{12} = \frac{2}{7}$, $r_{13} = \frac{4}{7}$, $r_{14} = \frac{1}{7}$, $r_{35} = \frac{1}{2}$, $r_{34} = \frac{1}{2}$
- Οι ροές που διαπερνούν τον δικτυακό κόμβο Qi έχουν συνολικό μέσο ρυθμό ίσο με $\lambda_i = \gamma_i + \sum_{j=1,j\neq i}^{5} r_{ij}\lambda_i$
- Οι χρόνοι εξυπηρέτησης των πελατών (πακέτων) στις ουρές έχουν την ιδιότητα της έλλειψης μνήμης και η τιμή τους είναι εξαρτημένη από την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή.

2) Για την ένταση του φορτίου ισχύει $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Για να υπολογίσουμε τις εντάσεις φορτίων θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα Burke, σύμφωνα με το οποίο η έξοδος πελατών (πακέτων) από ουρά Μ/Μ/1 ακολουθεί κατανομή Poisson και ο ρυθμός της είναι ο ρυθμός εισόδου λ. Επομένως για την κάθε ουρά εξυπηρέτησης θα ισχύει:

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2 + r_{12} * \lambda_1}{\mu_2} = \frac{\lambda_2 + \frac{2}{7} * \lambda_1}{\mu_2}$$

$$\rho_3 = \frac{r_{13} * \lambda_1}{\mu_3} = \frac{\frac{4}{7} * \lambda_1}{\mu_3}$$

$$\rho_4 = \frac{r_{34} * r_{13} * \lambda_1 + r_{14} * \lambda_1}{\mu_4} = \frac{\frac{1}{2} * \frac{4}{7} * \lambda_1 + \frac{1}{7} * \lambda_1}{\mu_4} = \frac{\frac{3}{7} * \lambda_1}{\mu_4}$$

$$\rho_5 = \frac{r_{35} * r_{13} * \lambda_1 + \lambda_2 + r_{12} * \lambda_1}{\mu_5} = \frac{\frac{1}{2} * \frac{4}{7} * \lambda_1 + \lambda_2 + \frac{2}{7} * \lambda_1}{\mu_5} = \frac{\frac{4}{7} * \lambda_1 + \lambda_2}{\mu_5}$$

Κώδικας octave συνάρτησης intensities:

```
function [r1, r2, r3, r4, r5, e] = intesities(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5)
  r1 = (lambda1/mu1);
  r2 = ((lambda2+(2/7)*lambda1)/mu2);
  r3 = ((4/7)*lambda1/mu3);
  r4 = ((3/7)*lambda1/mu4);
  r5 = (((4/7)*lambda1+lambda2)/mu5);
  if((r1<1) && (r2<1) && (r3<1) && (r4<1) && (r5<1))
    e = 1;
  else
    e = 0;
  endif
  display("r1=")
  disp(r1)
  display("r2=")
  disp(r2)
  display("r3=")
  disp(r3)
  display("r4=")
  disp(r4)
  display("r5=")
  disp(r5)
endfunction
```

3) Κώδικας octave συνάρτησης mean clients:

```
function [r1, r2, r3, r4, r5, e] = intesities_no_display(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5)
  r1 = (lambda1/mu1);
  r2 = ((lambda2+(2/7)*lambda1)/mu2);
  r3 = ((4/7)*lambda1/mu3);
  r4 = ((3/7)*lambda1/mu4);
  r5 = (((4/7)*lambda1+lambda2)/mu5);
  if((r1<1) && (r2<1) && (r3<1) && (r4<1) && (r5<1))
    e = 1;
  else
    e = 0;
  endif
endfunction


function [Q1, Q2, Q3, Q4, Q5] = mean_clients(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5)
  [r1, r2, r3, r4, r5, e] = intesities_no_display(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5);
  Q1 = r1/(1-r1);
  Q2 = r2/(1-r2);
  Q3 = r3/(1-r3);
  Q4 = r4/(1-r4);
  Q5 = r5/(1-r5);
endfunction
```

4) ΄Ενταση του φορτίου που δέχεται η κάθε ουρά και μέσος χρόνος καθυστέρησης ενός πελάτη:

```
r1=
0.6667
r2=
0.4286
r3=
0.2857
r4=
0.2449
r5=
0.5476
E(T)=
0.9370
>>
```

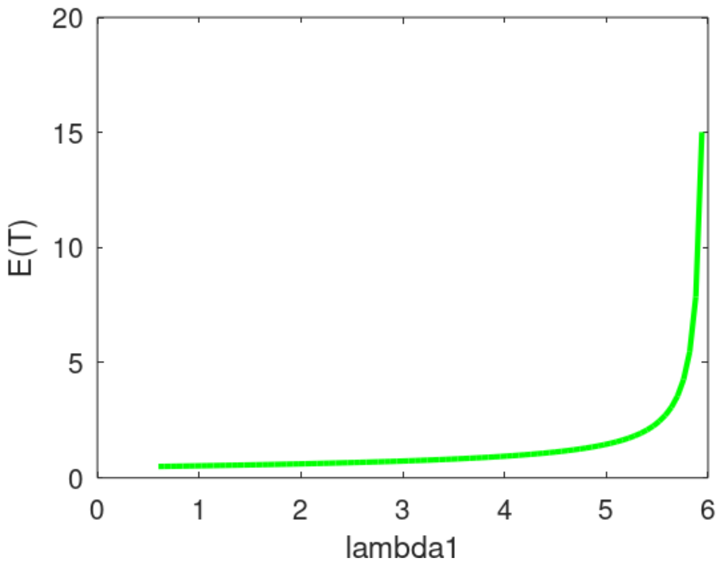
Κώδικας octave:

```
lambda1 = 4;
lambda2 = 1;
mu1 = 6;
mu2 = 5;
mu3 = 8;
mu4 = 7;
mu5 = 6;
[r1,r2,r3,r4,r5,e]=intesities(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5);


[Q1, Q2, Q3, Q4, Q5] = mean_clients(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5);
display("E(T)=")
disp((Q1+Q2+Q3+Q4+Q5)/(lambda1+lambda2))
```

5) Στενωπός του δικτύου είναι η ουρά 1, αφού αυτή έχει την μεγαλύτερη ροή φορτίου. Για να υπολογίσουμε την μέγιστη τιμή του λ1 ώστε το σύστημα να παραμείνει εργοδικό έχουμε: $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = 1 \Rightarrow \lambda_1 = 6$

6) Διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου:



Κώδικας octave:

```
maxlambda1 = 6;
for i = 1:1:90;
  lambda1 = (0.1*maxlambda1)+(i-1)*0.01*maxlambda1;
  [Q1, Q2, Q3, Q4, Q5] = mean_clients(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5);
  E(i)= (Q1+Q2+Q3+Q4+Q5)/(lambda1+lambda2);
endfor

lambda1 = (0.1*maxlambda1):(0.01*maxlambda1):(0.99*maxlambda1);
figure(2);
plot(lambda1, E,"g","linewidth",2);
xlabel("lambda1");
ylabel("E(T)");
```