

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - CENTRO DE CIÊNCIAS
TECNOLÓGICAS

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DE TRÊS VARIÁVEIS QUE PODEM INFLUENCIAR NO
TEMPO DE VOO DE GIROCÓPTEROS**

Anna Paula Meneghelli de Oliveira
Pedro Martins Bailer

Trabalho Final da Disciplina de Probabilidade e Estatística

Joinville
2019

1 O tamanho da asa exerce influência no tempo do voo?

Para verificar se o tamanho da asa interfere no tempo de voo, realizamos um teste T no RStudio, e consideramos que, a hipótese nula e a hipótese alternativa respectivamente são:
H0: a média do tempo de voo para o tipo de papel 1 é igual a média de voo para o tipo de papel 2, ou seja, o comprimento da asa não interfere no tempo de voo.
H1 é: as média dos tempos de voo para os dois comprimentos de asa são diferentes, ou seja, eles interferem no tempo de voo.

A partir do teste T no RStudio foram obtidos os seguintes resultados:

Two Sample t-test

```
data: girocoptero$Tempo by girocoptero$Asa
t = -9.916, df = 14, p-value = 1.037e-07
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -2.873497 -1.851503
sample estimates:
mean in group Curta mean in group Longa
      5.3350          7.6975
```

O p-valor é de 1,037e-07, menor que o nível de significância adotado, 0,05, então rejeitamos a hipótese nula e concluímos que as médias dos tempos de voo para os dois comprimentos de asa são diferentes.

2 O tipo de papel e o tamanho da asa afeta o tempo de voo?

Para verificar se as variáveis influenciam no tempo de voo, foi feito um teste ANOVA, no RStudio. Neste caso, temos que:

H0: Não existe diferença entre as médias.

H1: Pelo menos uma das medidas difere.

A partir do teste foram obtidos os seguintes resultados:

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
girocoptero\$Asa	1	22.326	22.326	91.38	3.03e-07 ***
girocoptero\$Papel	1	0.002	0.002	0.01	0.921
Residuals	13	3.176	0.244		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Analisando os resultados, temos que o p-valor para o comprimento da asa resultou em $3,03e-07$, o que é muito menor que o valor do nível de significância que é de 0,05, então rejeitamos a hipótese nula, há pelo menos uma média que difere. Podemos supor que o comprimento da asa influencia no tempo de voo, pois já fizemos um teste referente a essa variável.

Para reafirmar esta conclusão e visualizar melhor os resultados, realizamos também o teste Tukey, no RStudio:

Tukey multiple comparisons of means

95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = girocoptero\$Tempo ~ girocoptero\$Asa + girocoptero\$Papel)

\$`girocoptero\$Asa`

	diff	lwr	upr	p adj
Longa-Curta	2.3625	1.828571	2.896429	3e-07

\$`girocoptero\$Papel`

	diff	lwr	upr	p adj
II-I	-0.025	-0.558929	0.508929	0.9209715

Novamente, observando os valores obtidos para o p-valor e comparando-os com o nível de significância, concluímos que para as variáveis, rejeita-se H_0 , e que o comprimento da asa influencia no tempo de voo e o tipo de papel parece não influenciar. Foram construídos dois gráficos a partir destes resultados:

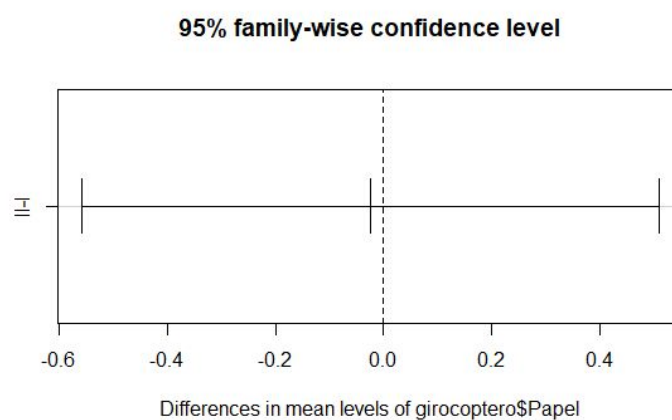


Gráfico 1: Tukey para o tipo de papel.

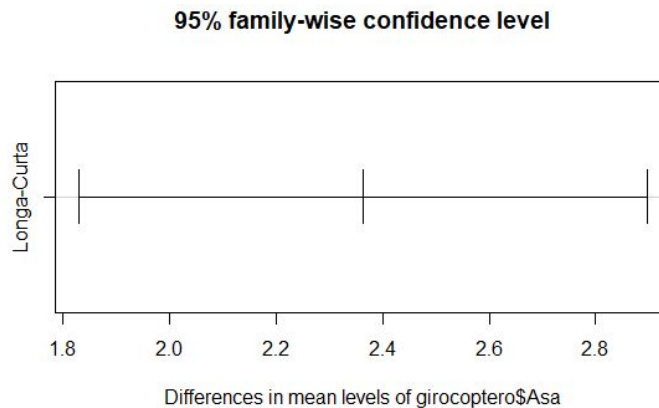


Gráfico 2: Tukey para o comprimento da asa.

3 O tempo de voo está associado com a quantidade de clips na base do girocóptero?

Para ver se o tipo de clips influencia no tempo de voo, realizamos um teste t no RStudio, e comparamos a média do tempo de voo dos giroscópios com clips grande com a média do tempo de voo dos giroscópios com clips pequeno. Temos que:

H0: O tamanho do clips não influencia no tempo de voo.

H1: O tamanho do clips influencia no tempo de voo.

A partir do teste, foram obtidos os seguintes resultados:

Two Sample t-test

data: girocoptero_clip\$Tempo by girocoptero_clip\$clips

t = -2.8211, df = 36, p-value = 0.00774

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-2.5813218 -0.4221226

sample estimates:

mean in group G mean in group P

6.472778 7.974500

Analisando os resultados do teste, vemos que o p-valor é de 0,007, menor que o nível de significância de 0,05, então rejeitamos a hipótese nula e concluímos que o tamanho do clips influencia no tempo de voo

4 O tempo de vôo está associado com a quantidade de clips, tipo de papel e tamanho da asa na base do girocôptero?

Para verificar se os três fatores influenciam no tempo de voo, realizamos um teste ANOVA no RStudio. Neste caso temos que:

H0: Não existe diferença entre as médias.

H1: Pelo menos uma das medidas difere.

A partir do teste foram obtidos os seguintes resultados:

	<i>Df</i>	<i>Sum Sq</i>	<i>Mean Sq</i>	<i>F value</i>	<i>Pr(>F)</i>	
<i>girocoptero_clip\$clips</i>	1	21.36	21.36	31.470	2.77e-06	***
<i>girocoptero_clip\$Papel</i>	1	5.70	5.70	8.394	0.00654	**
<i>girocoptero_clip\$Asa</i>	1	67.86	67.86	99.958	1.17e-11	***
<i>Residuals</i>	34	23.08	0.68			

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Percebemos que todos os p-valores foram menores que o nível de significância 0,05 e rejeitamos a hipótese nula, pois há pelo menos um valor de média que difere. Concluimos que uma ou mais variáveis afetam o tempo de voo, a partir dos testes anteriores, supomos que estas variáveis sejam o comprimento da asa e o tamanho do clips. De acordo com o p-valor do tipo de papel ele também influencia na média, pois é menor que o nível de significância 0,05, porém há como confirmar com este teste.

Para reafirmar esta conclusão e visualizar melhor os resultados, realizamos também o teste Tukey, no RStudio:

Tukey multiple comparisons of means

95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = *girocoptero_clip\$Tempo~girocoptero_clip\$clips+girocoptero_clip\$Papel + girocoptero_clip\$Asa*)
\$`girocoptero_clip\$clips`

	<i>diff</i>	<i>lwr</i>	<i>upr</i>	<i>p adj</i>
<i>P-G</i>	1.501722	0.9576961	2.045748	2.8e-06

\$`girocoptero_clip\$Papel`

	<i>diff</i>	<i>lwr</i>	<i>upr</i>	<i>p adj</i>
<i>II-I</i>	-0.7835581	-1.333732	-0.2333845	0.0065911

\$`girocoptero_clip\$Asa`

	<i>diff</i>	<i>lwr</i>	<i>upr</i>	<i>p adj</i>
<i>Longa-Curta</i>	2.679307	2.129134	3.229481	0

Novamente, observando os valores obtidos para o p-valor e comparando-os com o nível de significância, concluímos que para as variáveis, rejeita-se H_0 , e que o comprimento da asa e o tamanho dos clips influenciam no tempo de voo. Foram construídos dois gráficos a partir destes resultados:

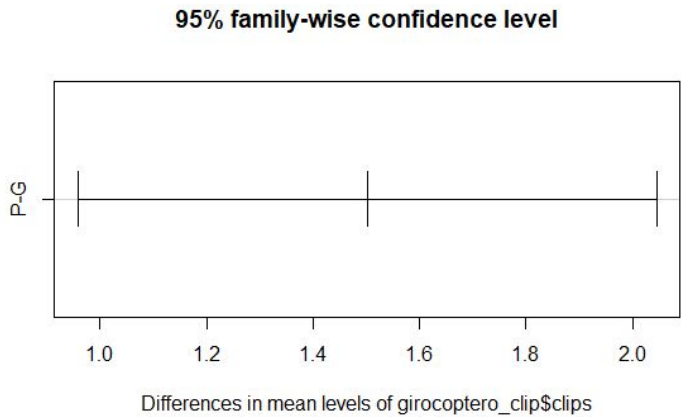


Gráfico 3: Tukey para o tamanho do clips.

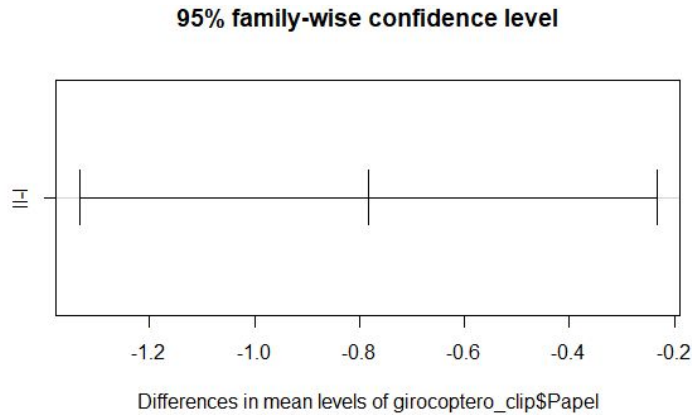


Gráfico 4: Tukey para o tipo de papel.

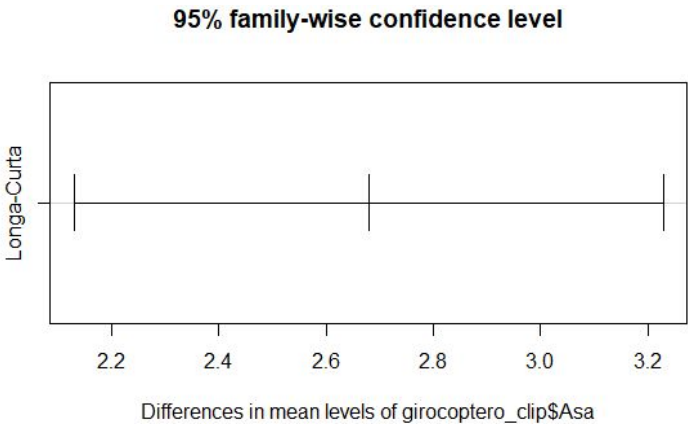


Gráfico 5: Tukey para o comprimento dá asa.

5 Escrever a equação de regressão linear simples para:

5.1 O tempo de vôo como função do tamanho da asa

Tempo = 5.3350 + 2.3625*Asa

Asa(longa) = 1; Asa(curta) = 0

5.2 O tempo de vôo como função do tamanho da asa e do tipo de papel

Tempo = 5.3475 + 2.3625*Asa - 0.0250*Papel

Asa(longa) = 1; Asa(curta) = 0

Papel(II) = 1; Papel(I) = 0

Comentários:

```
> library(readxl)
> girocoptero_1_ <- read_excel("girocoptero (1).xlsx")
> view(girocoptero_1_)
> attach(girocoptero_1_)
> S_1 <- lm(Tempo ~ Asa)
Error: unexpected input in "S_"
> cinco_1 <- lm(Tempo ~ Asa)
> summary(cinco_1)

Call:
lm(formula = Tempo ~ Asa)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.0475 -0.1494  0.0250  0.2750  0.9525

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  5.3350     0.1685   31.668 1.98e-14 ***
AsaLonga     2.3625     0.2383    9.916 1.04e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4765 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8754,    Adjusted R-squared:  0.8665
F-statistic: 98.33 on 1 and 14 DF,  p-value: 1.037e-07

> cinco_2 <- lm(Tempo ~ Asa + Papel)
> summary(cinco_2)

Call:
lm(formula = Tempo ~ Asa + Papel)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.0350 -0.1619  0.0250  0.2625  0.9650

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  5.3475     0.2140   24.984 2.26e-12 ***
AsaLonga     2.3625     0.2472    9.559 3.03e-07 ***
PapelII     -0.0250     0.2472   -0.101  0.921
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4943 on 13 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8755,    Adjusted R-squared:  0.8563
F-statistic: 45.69 on 2 and 13 DF,  p-value: 1.317e-06

>
```

Cálculos do RStudio

Para obtermos a linha que aproxima as funções desejadas utilizamos a função *lm* do R que faz um estudo da regressão linear do evento dados os pontos. O que o *lm* calcula é atribuído a um índice e para vermos as informações gerados pelo *lm* usamos a função *summary* para esse índice.

Dentre o que é mostrado através do *summary* existe aquela pequena tabela produzida que é chamada de *Coefficients*. A primeira coluna dessa tabela mostra os coeficientes que geram a função da linha.

Nos resultados obtivemos coeficientes bem próximos para a Asa nos dois modelos. Podemos visualizar que a asa longa promove um tempo de voo significativamente maior que o que é associado à asa curta.

Para o Papel vimos que a mudança entre os papéis usados no experimento não altera o tempo de voo significativamente. Além disso o valor do coeficiente do Papel é negativo, então o tempo de voo de um girocóptero feito com o papel I deve ter um tempo de voo maior que o feito com o papel II para esse modelo.

6 Utilizando a equação obtida em 5.2 estime o tempo de vôo para o girocóptero que construiu.

A asa do meu era longa, 130mm. O papel era sulfite, não lembro se o sulfite era tipo 1 ou 2. Se formos usar a função da 5.1 então o tempo seria de aproximadamente 7.6975s que realmente é a média dos valores dos tempos para os lançamentos com asa longa. Mesmo não sabendo o tipo de papel, podemos inferir que o resultado obtido pela segunda fórmula seria muito próximo do obtido através da primeira já que o coeficiente da variável Papel é muito pequeno e, portanto, exerce pouca significância para o tempo de voo no experimento estudado.

7 A partir dos resultados anteriores qual seria a melhor combinação (tamanho da asa, tipo de papel e quantidade de clips) para construir um girocóptero de modo a obter o maior tempo de vôo?

Para construir um giroscópio com tempo de voo maior, analisamos todos os testes feitos para as três variáveis. De acordo com alguns testes, o tipo de papel não é fundamental na obtenção de um tempo de voo maior, porém como o item 3 apontou essa possibilidade escolhemos o tipo II. O comprimento da asa seria o longo, que apresentou tempo de voo consideravelmente maior e o tamanho do clips seria o P, que também indicou aumento no tempo de voo. Desta forma, o giroscópio com asa longa, clips tamanho P e papel tipo II seria o que possui maior tempo de voo.