



Dozent: Dr. Peter Philip

Assistenten: Dr. Sakirudeen Abdulsalaam, Julius Hallmann

Wintersemester 2025/26

30. Oktober 2025

## Analysis (Informatik und Statistik) Hausaufgabenblatt 3

**Aufgabe 9** (10 Punkte) Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  nichtleere Mengen, sowie  $f : A \rightarrow B$  und  $g : B \rightarrow C$  Abbildungen. Betrachten Sie die Komposition  $g \circ f : A \rightarrow C$ .

Beweisen oder widerlegen Sie jeweils die folgenden Aussagen:

- Ist  $f$  injektiv und  $g$  injektiv, so ist  $g \circ f$  injektiv.
- Ist  $f$  surjektiv und  $g$  surjektiv, so ist  $g \circ f$  surjektiv.
- Ist  $f$  nicht surjektiv und  $g$  injektiv, so ist  $g \circ f$  nicht surjektiv.

### **Aufgabe 10** (10 Punkte)

Bestimmen Sie, sofern existent, zwei rechtsinverse Abbildungen von  $h : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $(m, n) \mapsto m + n$  und beweisen Sie Ihr Ergebnis. Ist  $h$  auch linksinvertierbar?

### **Aufgabe 11** (10 Punkte)

Es sei  $f : A \rightarrow B$  eine Abbildung und  $(U_i)_{i \in I}$  eine Familie von Teilmengen von  $B$  (für eine beliebige Indexmenge  $I$ ), d.h. für alle  $i \in I$  ist  $U_i \subseteq B$ .

Zeigen Sie die Gleichung:

$$f^{-1} \left( \bigcap_{i \in I} U_i \right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(U_i).$$

Zeigen Sie weiter, dass der obige Ausdruck im Allgemeinen nicht mehr richtig ist, wenn man in ihm  $f^{-1}$  durch  $f$  ersetzt und  $U_i \subseteq A$ .

Bitte umblättern!

**Aufgabe 12** (10 Punkte)

Es seien  $X$  und  $Y$  nichtleere Mengen mit  $X \cap Y \neq \emptyset$  und

$$F : \mathcal{P}(X \cup Y) \rightarrow \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(Y)$$
$$A \mapsto (A \cap X, Y \setminus (A \cap Y))$$

Zeigen Sie:

- a)  $F$  ist nicht surjektiv.
- b)  $F$  ist injektiv.

**Abgabe bis Montag, 10. November 2025 09:00 Uhr via Moodle als PDF-Dokument.**

---

Bitte begründen Sie alle Antworten und bemühen Sie sich um eine saubere Gliederung sowie eine klare Argumentation. Kennzeichnen Sie z.B. Behauptungen, Annahmen und Folgerungen. Orientieren Sie sich dabei an der Vorlesung und den Beispielen, die in den Übungen diskutiert werden.

---