



Dozent: Dr. Peter Philip

Assistenten: Dr. Sakirudeen Abdulsalaam, Julius Hallmann

Wintersemester 2025/26

23. Oktober 2025

Analysis (Informatik und Statistik) Hausaufgabenblatt 2

Aufgabe 5 (10 Punkte)

- Vier Personen – nennen wir sie A, B, C und D – haben sich zum Essen verabredet. Personen C und D bilden ein Duo; sie nehmen nur gemeinsam teil. Derzeit sind alle sehr beschäftigt und so ist es unklar, wer tatsächlich erscheint. In einer möglichen Formalisierung lässt sich die Gruppe als Menge $M = \{A, B, \{C, D\}\}$ darstellen. Welche Bedeutung hat hier die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$? Liefern Sie eine Interpretation und schreiben Sie die Menge $\mathcal{P}(M)$ ohne Verwendung des Potenzmengensymbols, d.h. listen Sie alle Elemente dieser Menge explizit auf.
- Überprüfen Sie, welche der Beziehungen $\in, \subseteq, =$ zwischen den folgenden Paaren von Mengen gelten und welche nicht. Begründen Sie in jedem Fall.
 - \emptyset und $\{\emptyset\}$,
 - $\{\emptyset\}$ und $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
- Bestimmen Sie $\mathcal{P}(\emptyset)$ sowie $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$ und $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Es seien I und J nichtleere Indexmengen. Ferner seien für alle $i \in I$ und $j \in J$ die Mengen A_i und B_j gegeben. Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

- $(\bigcup_{i \in I} A_i) \cap (\bigcup_{j \in J} B_j) = \bigcup_{i \in I} (\bigcup_{j \in J} (A_i \cap B_j))$.
- $(\bigcap_{i \in I} A_i) \cup (\bigcap_{j \in J} B_j) = \bigcap_{i \in I} (\bigcap_{j \in J} (A_i \cup B_j))$.

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Schreiben Sie die Negation der folgenden Aussage ohne Verwendung von Negationszeichen:

$$\forall_{A \subseteq \mathbb{N}} \exists!_{m \in \mathbb{N}} \left[m \in A \wedge \forall_{a \in A} m \leq a \right].$$

(Hilfsweise werden \neq bzw. \notin nicht als Negationszeichen betrachtet.) Erklären Sie die Bedeutung dieses Ausdrucks sowie seiner Negation in jeweils einem einfachen, kurzen Satz. Welcher Ausdruck ist wahr?

Zusatz: Was wäre wahr, die Aussage oder ihre Negation, würde man in obiger Formel beide Instanzen von \mathbb{N} durch \mathbb{R} ersetzen?

Aufgabe 8 (10 Punkte)

a) Bringen Sie den folgenden Ausdruck auf eine möglichst einfache Form:

$$\left(\{(a, b), (b, a)\} \setminus \{(b, a), (a, b)\} \right) \cup \{(c, c), (c, c)\}$$

b) Vereinfachen Sie und schreiben Sie ohne Verwendung des Potenzmengensymbols:

$$\mathcal{P}\left(\left(\{0, 1\} \times \{0, 1\}\right) \setminus \left(\{(0, 1)\} \cup \{(1, 1)\}\right)\right)$$

c) Vereinfachen Sie und schreiben Sie ohne Verwendung des mengentheoretischen Produktzeichens:

$$\left(\mathbb{N}_0 \setminus \{2n - 1 : n \in \mathbb{N}\}\right) \times \left(\mathbb{N} \setminus \{2n : n \in \mathbb{N}_0\}\right)$$

d) Es seien A, B, C beliebige Mengen. Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

$$C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$$

Abgabe bis Montag, 2. November 2025 09:00 Uhr via Moodle als PDF-Dokument.

Bitte begründen Sie alle Antworten und bemühen Sie sich um eine saubere Gliederung sowie eine klare Argumentation. Kennzeichnen Sie z.B. Behauptungen, Annahmen und Folgerungen. Orientieren Sie sich dabei an der Vorlesung und den Beispielen, die in den Übungen diskutiert werden.
