

Implementace algoritmu

Carry Look Ahead Parallel Binary Adder

Autor: Anna Ostroukh (xostro00)

Datum: 02.05.2016

1. Popis algoritmu Carry Look Ahead Parallel Binary Adder

Cílem algoritmu Carry Look Ahead Parallel Binary Adder je sečíst dvě binární čísla v $\log(n)$ krocích a to pomocí předvýpočtu bitů přenosu (carry) $C_{n-1} \dots C_0$, aby bylo možné přímo spočítat $Z = X_i + Y_i + C_i \mid i = 0 \dots n-1$

Výpočet carry bitů se provádí v následujících krocích:

- Výpočet pole D, které bude obsahovat hodnoty stop, generate nebo propagate:
Výpočet se provádí na základě hodnot dvou bitů X a Y:
 - o Jsou – li obě hodnoty 1, $D = g$;
 - o Jsou – li obě 0, $D = p$;
 - o Jinak, $D = s$.
- Výpočet scan pole D na základě binární operace \odot , čímž dostaneme všechny bity přenosů v logaritmickém čase.

Výpočet scan pole D

Výpočet scan pole D se provádí na základě operace prescan na paralelní stromové architektuře, ale s drobnými úpravami, které jsou implementovány v současné práci.

Úpravený algoritmus scan má následující kroky:

- UpSweep algoritmus provede reduce hodnot D (aplikuje pro každý uzel stromu, který má děti, operaci \odot na jich hodnoty) v $\log(n)$ krocích. Každý uzel si bude pamatovat svou vypočítanou hodnotu pro následující krok DownSweep, na rozdíl od obvyklé operace reduce;
- DownSweep přiřadí kořenu neutrální prvek p a v $\log(n)$ krocích počínaje kořenem, směrem k listům procesory paralelně vykonávají následující operaci:
 - o Uzel dá svému levému synovi hodnotu pravého syna \odot svou hodnotu a pravému synovi dá svoji hodnotu.

Teoretická složitost algoritmu

Složitost algoritmu Carry Look Ahead Parallel Binary Adder se skládá ze složitostí jeho jednotlivých částí:

- Výpočet pole D se provede v konstantním čase – $O(n)$
- UpSweep se provede v logaritmickém čase – $O(\log n)$
- DownSweep se provede v logaritmickém čase – $O(\log n)$
- Výpočet Z se provede v konstantním čase – $O(n)$

Výsledná časová složitost $t(n)$ je logaritmická $O(\log n)$.

Počet procesorů $p(n)$, potřebný pro výpočet je $2n - 1$.

Výsledná cena: $c(n) = p(n) \cdot t(n) = O(n \cdot \log n)$.

2. Implementace algoritmu

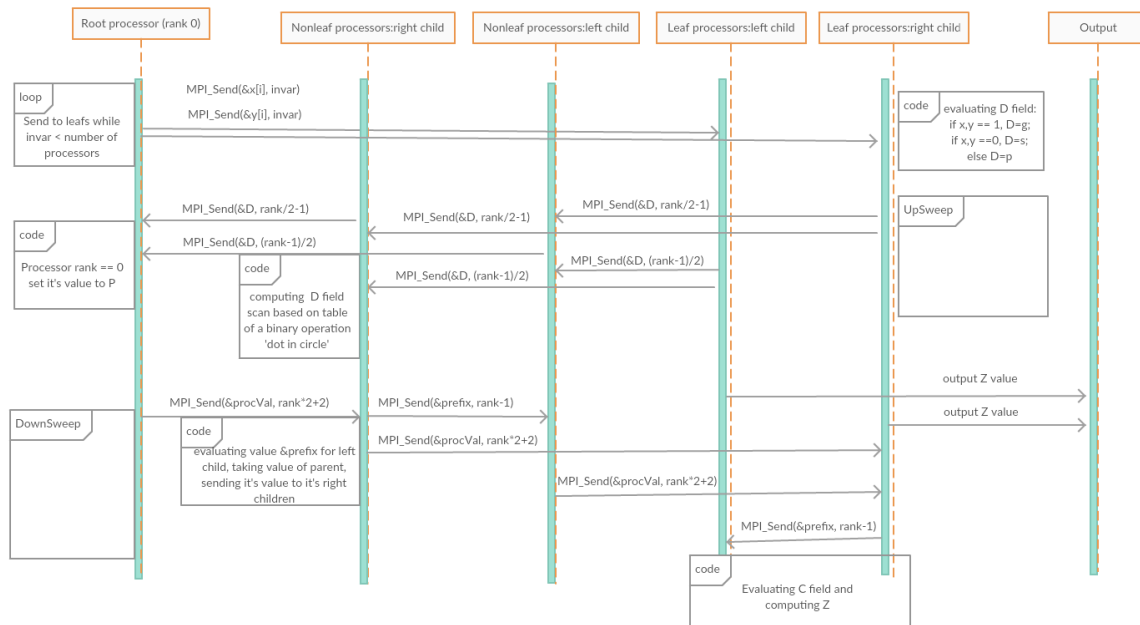
Implementace algoritmu je provedena pomocí jazyka C++ a knihovny pro paralelní programování *Open MPI (Message Passing Interface)*.

Algoritmus je schopen fungovat na vstupní posloupnosti dvou bitů ze souboru s názvem *numbers*, který je uložen ve složce projektu. Je-li posloupnost čísel jednoho z bitu není rovná mocnině dvojky, program dorovná jej zleva nulami. Algoritmus je implementován tak, že skript *test.sh* na základě určené délky posloupnosti bitů sam výpočítá správný počet procesorů.

Procesor s rankem 0 (kořen stromu) načítá posloupnosti bitů ze souboru, rozdělí na jednotlivá čísla a rozešle hodnoty listovým procesorům.

Nejlevější listový procesor označuje signalizace přetečení klíčovým slovem *overflow*.

3. Komunikační protokol



Obrázek 1 – Sekvenční diagram implementovaného algoritmu

4. Experimenty

Pro měření výsledků použita standardní funkce knihovny MPI *MPI_Wtime()*.

Měření bylo provedeno jen pro samotné sečtení. Čas na načtení hodnot ze souboru *numbers* a rozesílání hodnot ostatním procesorům nezapočítán.

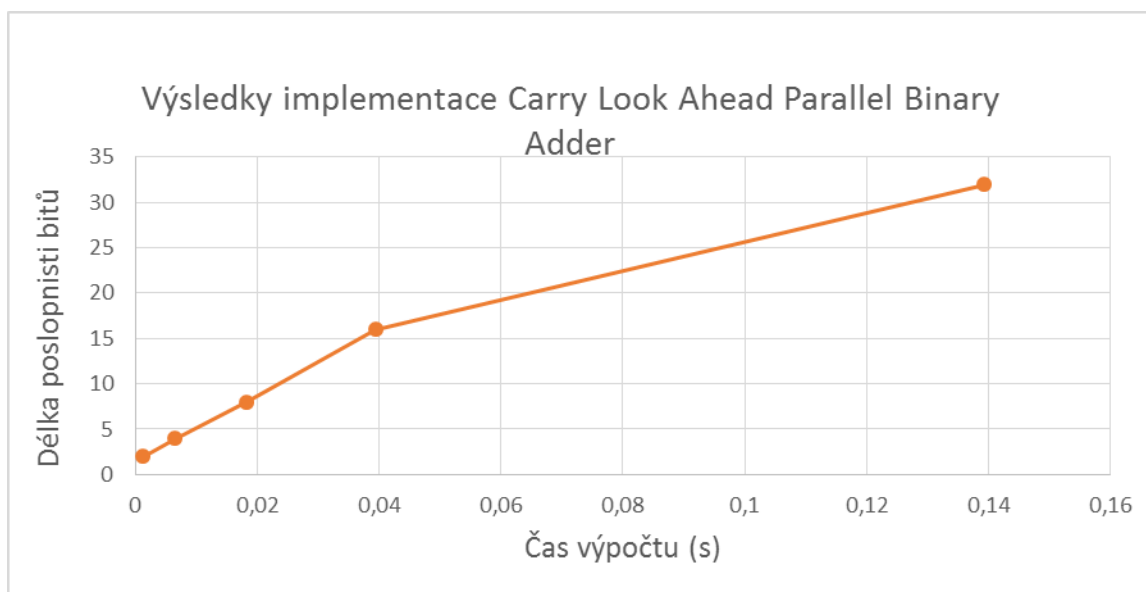
Měření bylo prováděno 10-krát pro každou hodnotu, pak byl najden aritmetický průměr.

V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty času výpočtu algoritmu pro různé délky vstupních bitů.

Délka posloupnosti bitů	Čas výpočtu (s)*
2	0,001314522

4	0,006535095
8	0,018321389
16	0,039377356
32	0,1393549

**Měření probíhalo na virtuálním stroji*



Obrázek 2 – Výsledky měření výpočtu algoritmu sečtení

5. Závěr

Jak víme podle grafu na obrázku 2, graf experimentálních výsledků je obdobný grafu $n \cdot \log n$, co potvrzuje teoretickou složitost.