

# **Лабораторная работа № 5**

## **Модель хищник-жертва**

Пиняева Анна Андреевна

## Содержание

Цель работы

4

Задачи

4

Теоретическое введение

4

Задание

5

Выполнение лабораторной работы

5

Построение математической модели. Решение с помощью программ

5

Julia

5

Результаты работы кода на Julia

7

Julia

7

Результаты работы кода на Julia

9

OpenModelica

10

Результаты работы кода на OpenModelica

11

Выводы

13

Список литературы  
13

## Цель работы

Целью данной работы является построение модели хищник-жертва.

## Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

## Теоретическое введение

- Модель Лотки—Вольтерры [1] — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами.

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [2]:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

## Задание

### Вариант 29

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.31x(t) + 0.054x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.32y(t) - 0.055x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 7$ ,  $y_0 = 15$ . Найдите стационарное состояние системы.

*“Вариант 29”*

## Выполнение лабораторной работы

### Построение математической модели. Решение с помощью программ

#### Julia

Код программы для построения графика зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв и график зависимости численности хищников и численности жертв от времени:

```
using DifferentialEquations
using Plots
```

```
x0 = 7
y0 = 15
```

```
a = 0.31
b = 0.054
c = 0.32
d = 0.055
```

```
u0 = [x0, y0]
```

```

time = (0.0, 60.0)

function F!(du, u, p, t)
    du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
    du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
end

prob = ODEProblem(F!, u, time)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)

const xx = []
const yy = []
for u in sol.u
    x, y = u
    push!(xx, x)
    push!(yy, y)
end
T = sol.t

plt =plot(
    layout=(1, 2),
    dpi=150,
    grid=:xy,
    gridcolor=:black,
    gridwidth=1,
    size=(800, 400),
    legend=true,
    plot_title="Модель «хищник-жертва»"
)

plot!(
    plt[1],
    T,
    [xx, yy],
    color=[:red :blue],
    xlabel="t",
    ylabel="x(t), y(t)",
    label=["x(t) — число хищников" "y(t) — число жертв"]
)

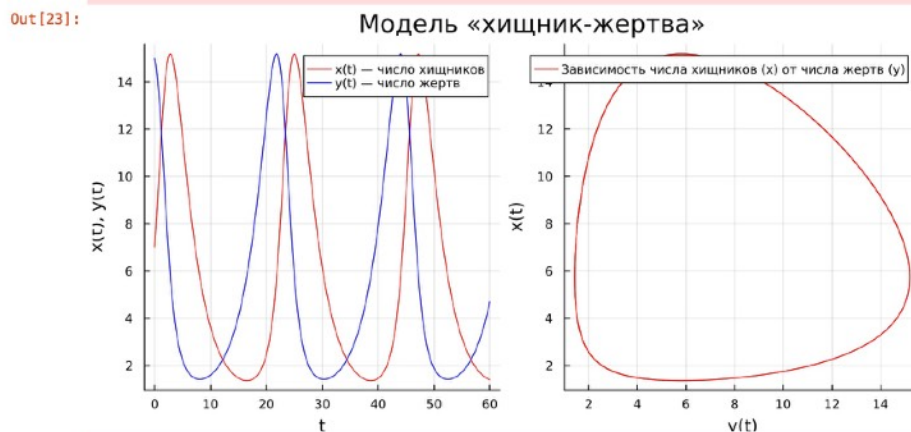
```

)

```
plot!(  
    plt[2],  
    yy,  
    xx,  
    color=:red,  
    xlabel="y(t)",  
    ylabel="x(t)",  
    label="Зависимость числа хищников (x) от числа жертв (y)"  
)
```

### Результаты работы кода на Julia

График зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв и график зависимости численности хищников и численности жертв от времени на языке Julia (рис.1)



“Рис.1 график зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв и график зависимости численности хищников и численности жертв от времени на языке Julia”

### Julia

Код программы для построения графика зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе:

```
using DifferentialEquations  
using Plots
```

```

const a = 0.31
const b = 0.054
const c = 0.32
const d = 0.055
const x0 = a / b
const y0 = c / d

@show x0
@show y0

u0 = [x0, y0]

T = (0.0, 60.0)

function F!(du, u, p, t)
    du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
    du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
end

prob = ODEProblem(F!, u0, T)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)

const xx = []
const yy = []
for u in sol.u
    x, y = u
    push!(xx, x)
    push!(yy, y)
end
time = sol.t

fig = Plots.plot(
    layout=(1, 2),
    dpi=150,
    grid=:xy,
    gridcolor=:black,
    gridwidth=1,
    # aspect_ratio=:equal,

```



```

        size=(800, 400),
        legend=:outerbottom,
        plot_title="Модель «хищник-жертва»"
    )

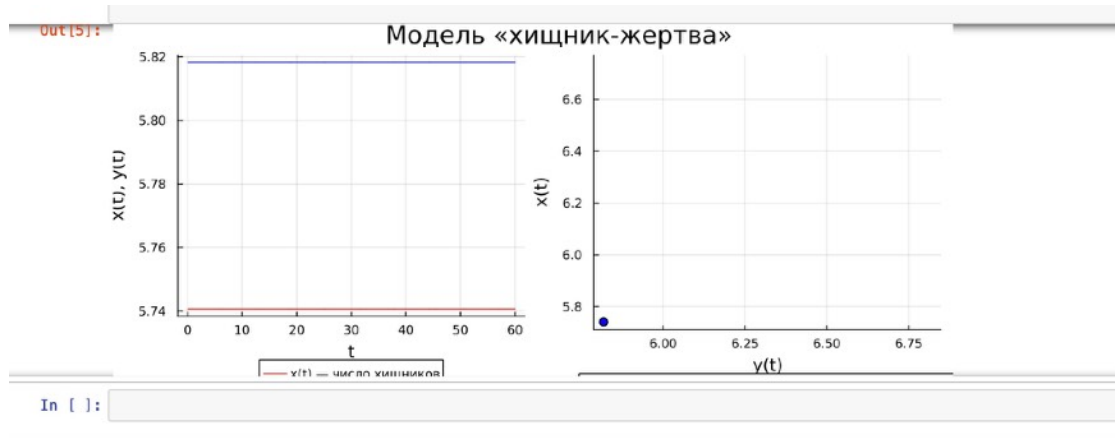
    Plots.plot!(
        fig[1],
        time,
        [xx, yy],
        color=[:red :blue],
        xlabel="t",
        ylabel="x(t), y(t)",
        label=["x(t) — число хищников" "y(t) — число жертв"]
    )

    Plots.scatter!(
        fig[2],
        yy,
        xx,
        color=:blue,
        xlabel="y(t)",
        ylabel="x(t)",
        label="Зависимость числа хищников (x) от числа жертв (y)"
    )

```

### Результаты работы кода на Julia

Результат работы программы для построения графика зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе: (рис.1)



*“Рис.2 графика зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе на языке Julia”*

## OpenModelica

Код программы для построения графика зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв и график зависимости численности хищников и численности жертв от времени:

```
model lab5_1
Real x (start = 7);
Real y (start = 15);
Real a = 0.31;
Real b = 0.054;
Real c = 0.32;
Real d = 0.055;

equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;

end lab5_1;
```

Код программы для построения графика зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе:

```
model lab5_2

Real a = 0.31;
```

```

Real b = 0.054;
Real c = 0.32;
Real d = 0.055;
Real x;
Real y;

initial equation
x = c/d;
y = a/b;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;

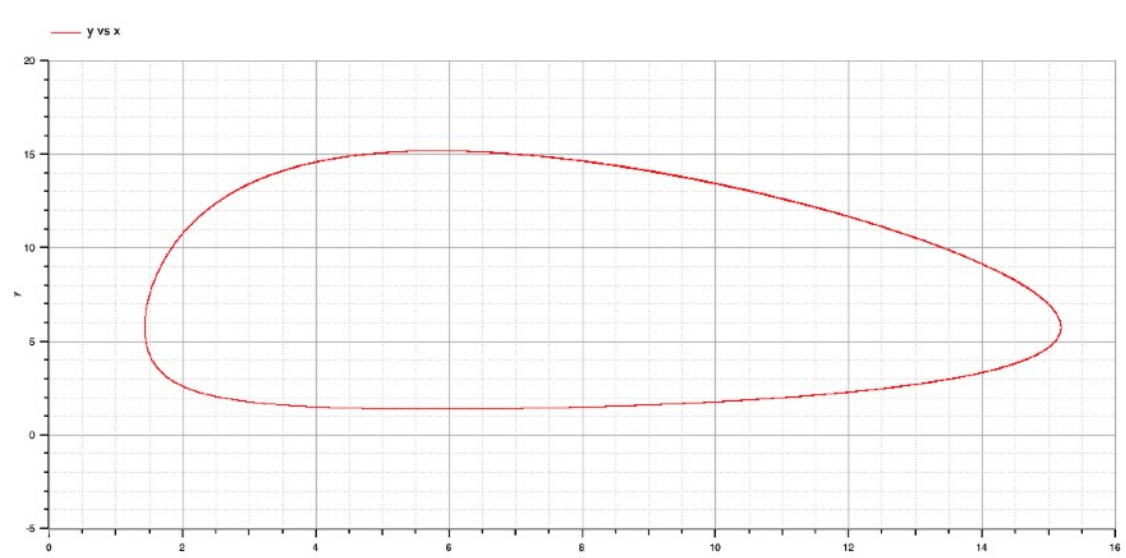
end lab5_2;

```

### Результаты работы кода на OpenModelica

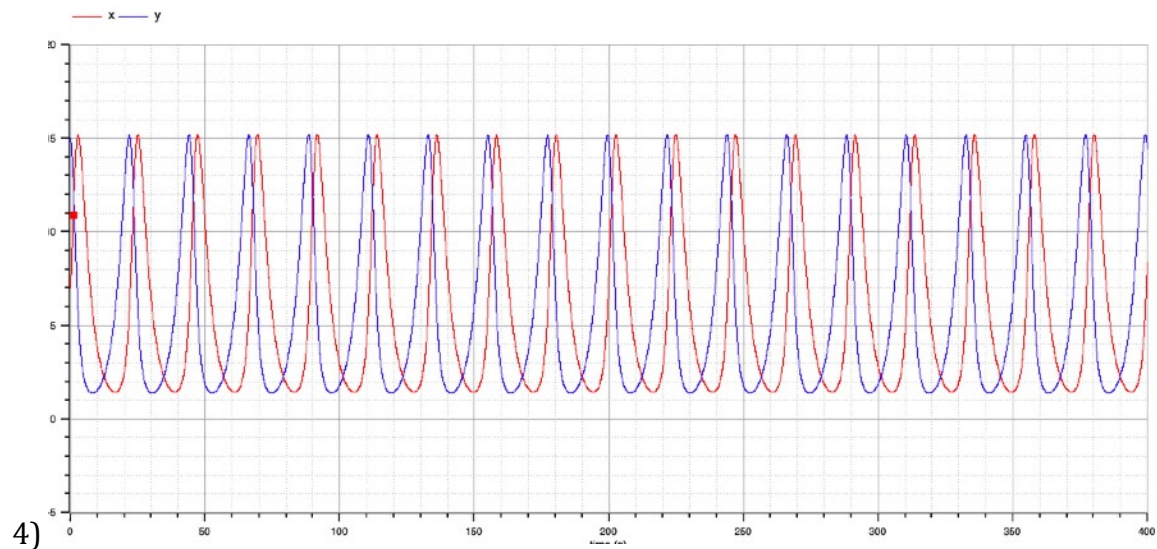
Первый случай:

График зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв (рис.3)



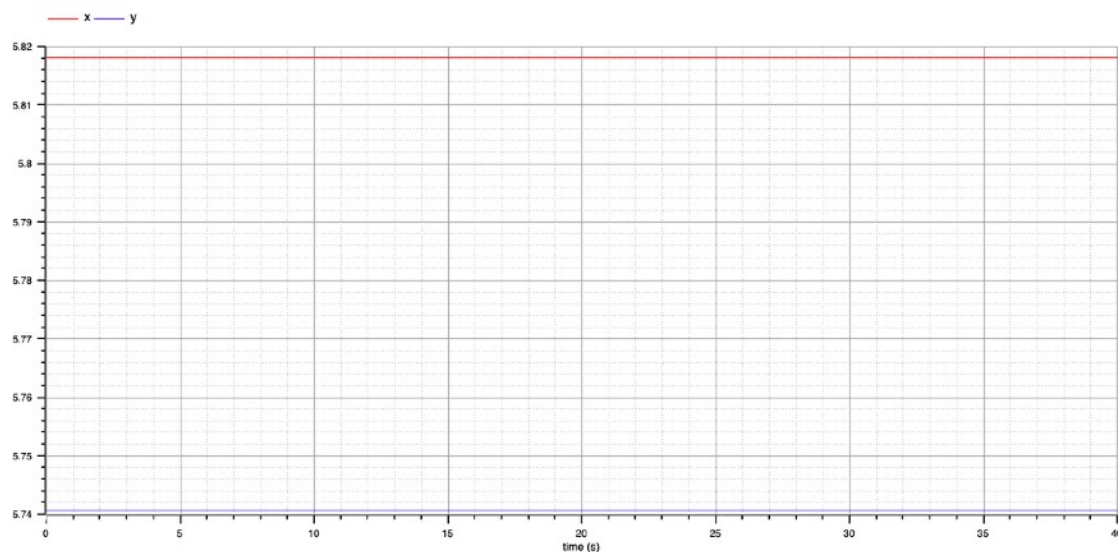
*“Рис.3 Результаты работы кода на OpenModelica”*

График зависимости численности хищников и численности жертв от времени (рис.



Второй случай:

График зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе (рис.5)



*“Рис.5 Результаты работы кода на OpenModelica”*

## Выводы

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica. Построение модели хищник-жертва на языке OpenModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

## Список литературы

[1] Модель Лотки-Вольтерры. Википедия: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C\\_%D0%9B%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%B8\\_%E2%80%94%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D1%8B](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%9B%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%B8_%E2%80%94%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D1%8B)

[2] Руководство к лабораторной работе: [https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971660/mod\\_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%204.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971660/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%204.pdf)