

Сломанные эксперименты и мера склонности

Георгий Калашнов, Ольга Сучкова

18 марта 2020 г.

План на сегодня

Контрольные переменные, чтобы измежать смещения

- Примеры

- Confounders

- Предположение условной независимости

Propensity score

Table of Contents

Контрольные переменные, чтобы измежать смещения

Примеры

Confounders

Предположение условной независимости

Propensity score

Пример: эффект от обучения на результаты по математике (Barnard и др. 2003)

- ▶ Абитуриентам из бедных семей случайным образом предлагалась грант на обучение в частной школе
- ▶ Предполагалось выдавать грант случайным образом, но
 - ▶ Детям из сильных школ давали грант с большей вероятностью
- ▶ Выполнено ли $(X, Y_1, Y_0) \perp T$?

Схема

Что если оценить вот так?

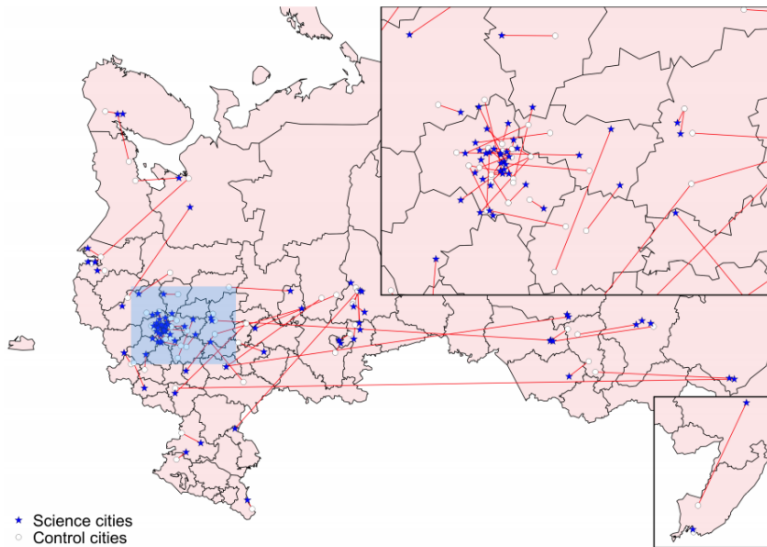
$$\text{ATE} = \frac{N_H}{N} \left(\frac{1}{N_{TH}} \sum_{T=1, S=H} Y - \frac{1}{N_{CH}} \sum_{T=0, S=H} Y \right) + \\ \frac{N_L}{N} \left(\frac{1}{N_{TL}} \sum_{T=1, S=L} Y - \frac{1}{N_{CL}} \sum_{T=0, S=L} Y \right)$$

Проверка баланса ковариатов

Table 2. Design Comparisons in Balance of Background Variables: Single-Child Families. The Numbers Are Z Statistics From Comparing Observed Values of Variables Between Assignments

Variable	Application period 1			Periods 2–5
	Simple random sample	Stratified random sample	PMPD	Randomized block
Applicant's school (low/high)	-.98	0	.11	.21
Grade level	-1.63	.03	-.03	-.39
Pretest read score	-.38	.65	.48	-1.05
Pretest math score	-.51	1.17	.20	-1.37
African-American	1.80	1.68	1.59	1.74
Mother's education	.16	.14	.09	1.67
In special education	.31	1.66	-.17	.22
In gifted program	.42	-1.16	-.13	.75
English main language	-1.06	-.02	-1.03	-.44
AFDC	-.28	.49	.83	-1.57
Food stamps	-1.08	-.27	.94	-1.31
Mother works	-1.26	-.30	-1.18	.40
Educational expectations	.50	1.79	.57	.19
Children in household	-1.01	-1.75	.41	-1.02
Child born in U.S.	.49	.73	-1.40	-.69
Length of residence	.42	.71	.66	-.78
Father's work missing	1.09	.70	0	.16
Catholic religion	-1.84	-.19	-.74	-.80
Male	.88	1.22	.76	.53
Income	-.38	-.62	.74	-1.21
Age as of 4/97	-1.57	.18	-.47	-.87

Пример 2: Долгосрочный эффект от R&D (Schweiger, Stepanov и Zacchia 2018)



Проблема в Confounders

- ▶ Covariates – X , коррелирующие с Y
- ▶ Confounders – X , коррелирующие с Y и с T

Схема

Иллюстрация 1

	Y_1	Y_0	X
Пациент 1	-	37.8	Из Европы
Пациент 2	-	37.6	Из Европы
Пациент 3	-	40	Из Азии
Пациент 4	36.6	-	Из Европы
Пациент 5	38	-	Из Азии
Пациент 6	39.2	-	Из Азии

В чем проблема и что можно сделать?

- ▶ Нет баланса по X !
- ▶ Что с $T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i, X_i)$?
- ▶ Мы можем посчитать эффект отдельно для каждой подгруппы

Иллюстрация 2

	Y_1	Y_0	X
Пациент 1	-	37.8	Эксперимент в 2019 $P = 0.33$
Пациент 2	-	37.6	Эксперимент в 2019 $P = 0.33$
Пациент 4	36.6	-	Эксперимент в 2019 $P = 0.33$
Пациент 3	-	40	Эксперимент в 2020 $P = 0.66$
Пациент 5	38	-	Эксперимент в 2020 $P = 0.66$
Пациент 6	39.2	-	Эксперимент в 2020 $P = 0.66$

- ▶ В экспериментах разные P . По чему теперь нет баланса?
- ▶ Что с $T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i, X_i)$?
- ▶ Для каждой группы отдельно выполнено?

Иллюстрация 3

	Y_1	Y_0	X
Пациент 1	-	37.8	Эксперимент в 2019 $P = 0$
Пациент 2	-	37.6	Эксперимент в 2019 $P = 0$
Пациент 4	-	36.6	Эксперимент в 2019 $P = 0$
Пациент 3	40	-	Эксперимент в 2020 $P = 1$
Пациент 5	38	-	Эксперимент в 2020 $P = 1$
Пациент 6	39.2	-	Эксперимент в 2020 $P = 1$

► Можем что-то сделать?

Unconfoundedness¹ и Overlap

- ▶ $T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i, X_i)$ - идеальный эксперимент
- ▶ Вероятность попасть в тритмент-группу известна и одинакова для всех
- ▶ $T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i) | X_i$ - unconfoundedness (CIA, conditional independence assumption). Если взять людей с одинаковыми характеристиками, то факт, что они в такой-то группе, не зависит от потенциальных исходов
- ▶ $e(X_i) = E(D_i | X_i) \in (0, 1)$ - overlap. Вероятность попадания в тритмент-группу зависит от характеристик и ненулевая для всех значений X

¹Angrist и Pischke 2008, Раздел 3.2.1.

Итого:

$$\text{ATE} = \frac{N_H}{N} \left(\frac{1}{N_{TH}} \sum_{T=1, S=H} Y - \frac{1}{N_{CH}} \sum_{T=0, S=H} Y \right) + \\ \frac{N_L}{N} \left(\frac{1}{N_{TL}} \sum_{T=1, S=L} Y - \frac{1}{N_{CL}} \sum_{T=0, S=L} Y \right)$$

- ▶ Что не так, если не выполнено unconfoundedness?
- ▶ Что не так, если не выполнен overlap?
- ▶ Как получить АТТ?
- ▶ Что делать, если X принимает слишком много разных значений?

Table of Contents

Контрольные переменные, чтобы избежать смещения

Примеры

Confounders

Предположение условной независимости

Propensity score

Balancing score²

- ▶ Достаточная статистика

$$T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i) | X_i \iff T_i \perp (Y(1)_i, Y(0)_i) | e(X_i)$$

- ▶ Propensity score: $e(X_i) = P(T_i = 1 | X_i)$
- ▶ Смысл леммы: чтобы избавиться от смещения в оценке τ , вместо всех ковариат достаточно проконтролировать на меру склонности. Доказательство у Imbens и Rubin (2015, Глава 15) и Rubin (1978)

²Можно почитать у Ениколопов 2009.

²Angrist и Pischke 2008, Раздел 3.3.

Способы применить propensity score

- ▶ Blocking
- ▶ Matching
- ▶ Weighting

Blocking

- ▶ Вычисляем propensity score.
- ▶ Разбиваем наблюдения по блокам: 0.2-0.4, 0.4-0.6, 0.6-0.8
- ▶
$$ATE = \frac{N_H}{N} \left(\frac{1}{N_{TH}} \sum_{T=1, S=H} Y - \frac{1}{N_{CH}} \sum_{T=0, S=H} Y \right) + \frac{N_L}{N} \left(\frac{1}{N_{TL}} \sum_{T=1, S=L} Y - \frac{1}{N_{CL}} \sum_{T=0, S=L} Y \right)$$
- ▶ Что плохого в пропуске данных?

Matching

- ▶ Вычисляем propensity score.
- ▶ Находим наблюдения с самыми близкими значениями propensity score. Остальные выбрасываем
- ▶ Вычисляем обычный ATE

Weighting

- ▶ Вычисляем propensity score.
- ▶ Берем наблюдения из диапазона 10-90
- ▶ $ATE = \frac{1}{N} \sum_{T=1} \frac{1}{e(X)} Y - \frac{1}{N} \sum_{T=0} \frac{1}{1-e(X)} Y$

Почему бы все не взять?




Все это и есть взвешивание

- ▶ Matching – веса 0/1
- ▶ Blocking: $\frac{N_H}{N_{TH}}$ и $\frac{N_L}{N_{CH}}$
- ▶ Weighting: $\frac{1}{e(X)}$ и $\frac{1}{1-e(X)}$




Как получить АТТ?

- ▶ Blocking: $\frac{N_{TH}}{N_T}$ и $\frac{N_{TL}}{N_T}$
- ▶ Weighting: $1, \frac{e(X)}{1-e(X)}$

Литература: книжки

-  Angrist, Joshua D и Jörn-Steffen Pischke (2008). *Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion*. Princeton university press.
-  Imbens, Guido W и Donald B Rubin (2015). *Causal inference in statistics, social, and biomedical sciences*. Cambridge University Press.
-  Ениколопов, Рубен (2009). *Эконометрический ликбез: эффекты воздействия*. URL: <http://quantile.ru/06/06-Literacy1.pdf>.

Литература: статьи

-  Barnard, John и др. (2003). «Principal stratification approach to broken randomized experiments: A case study of school choice vouchers in New York City». в: *Journal of the American Statistical Association* 98.462, с. 299—323.
-  Rubin, Donald B (1978). «Bayesian inference for causal effects: The role of randomization». в: *The Annals of statistics*, с. 34—58.
-  Schweiger, Helena, Alexander Stepanov и Paolo Zacchia (2018). «The long-run effects of R&D place-based policies: evidence from Russian science cities». в: