Aktorik Sensorik
Labor 2

Anton Kress (S872899), Jan Abel (S876662)

October 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Ziel

Im 2. Labor im Modul Aktorik und Sensorik soll die Ankerinduktiviät L und die Reibungskonstante c_r eines Gleichstrommotors bestimmt werden.

2 Aufgabenstellung und Versuch

2.1 Bestimmung der Ankerinduktivität

Um die Ankeridnuktivität zu bestimmen muss der Motor gebremst sein, damit die induzierte Gegenspannung $U_{ind} = 0$ ist. Dann ergibt sich folgendes Schaltbild.

Abbildung 1: Mess-Schaltung Ankerinduktivität

Diese Schaltung kann durch folgende Maschengleichung beschrieben werden.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_R(t) + u_L(t) \\ u(t) &= R \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \\ u(t) &= (R + R_s) \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \end{aligned} \tag{1}$$

Die Idee zur Bestimmung der Induktivität ist nun folgende. Die Schaltung wird mit einer sinusförmigen Wechselspannung betrieben. Über die Phasenverschiebung der Eingangsspannung und des Stromes kann die Induktivität bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \underline{U} &= A \cdot e^{\jmath 0} \\ \underline{I} &= B \cdot e^{\jmath\varphi} \end{aligned} \tag{2}$$

Der Strom $i(t)$ wird indirekt über den Messwiderstand $R_s = 1\Omega$ bestimmt, da folgendes gilt.

$$i(t) = \frac{u_{Rs}(t)}{R_s} = u_{Rs}(t) \tag{3}$$

Der Phasenwinkel kann über die Impedanz $\underline{Z}$ berechnet werden.

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= (R + R_s) + \jmath\omega L \\ \varphi\{\underline{Z}\} &= \arctan\left(\frac{\omega L}{R + R_s}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

Da nicht der Phasenwinkel φ sondern die Phasenverschiebung Δt gemessen wird, muss dieser noch umgerechnet werden.

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi \\ \varphi &= \omega\Delta t = 2\pi f \Delta t \end{aligned} \tag{5}$$

Nun lässt sich die Induktivität L folgendermaßen berechnen.

$$L = \frac{(R + R_s)}{2\pi f} \cdot \tan(2\pi f \Delta t) \tag{6}$$

Da in der Messung die Phasenverschiebung Δt in Abhängigkeit von der Frequenz f gemessen worden ist, ergibt sich die Funktion $f_1(f)$.

$$\Delta t = f_1(f) = \frac{1}{2\pi f} \arctan\left(\frac{2\pi L}{R + R_s} f\right) \tag{7}$$

Um diese Funktion zu Linearisieren muss diese noch umgestellt werden.

$$\tan(2\pi f \Delta t) = f_2(f) = \frac{2\pi L}{R + R_s} f \tag{8}$$

Nun kann mittels der linearen Regression aus den beiden Vektoren die Steigung m bestimmt werden, aus der sich die Induktivität L berechnen lässt.

$$\begin{aligned} m &= \frac{2\pi L}{R + R_s} \\ L &= \frac{m \cdot (R + R_s)}{2\pi} \simeq 175.462\mu\text{H} \end{aligned} \tag{9}$$

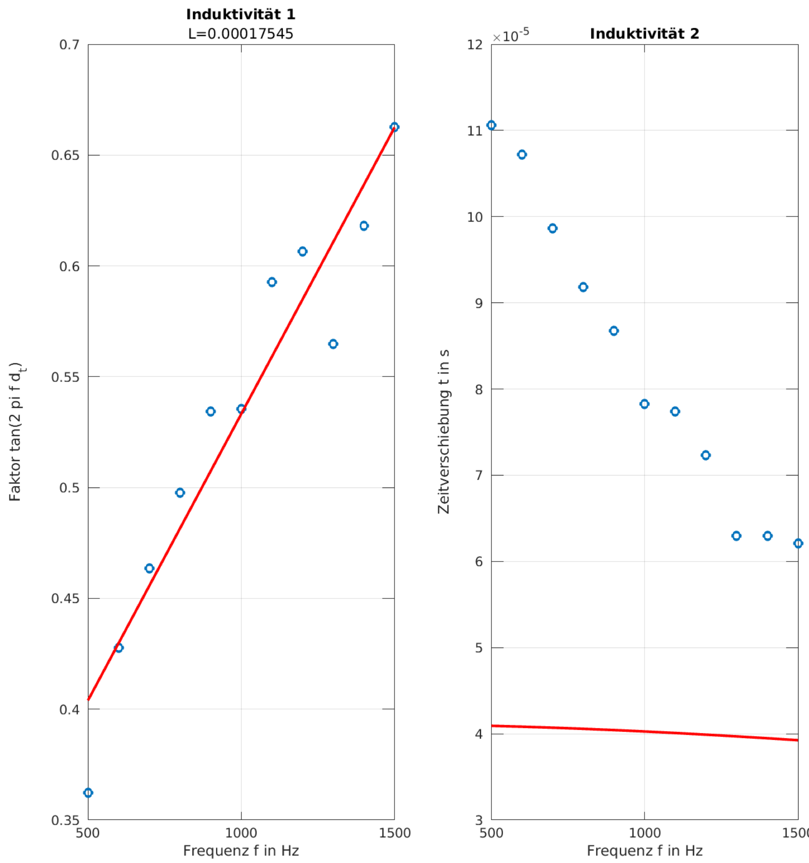

Abbildung 2: Plot der Aufgabe 1

2.2 Bestimmung der Reibungskonstanten

Die Reibungskonstante kann über folgende DGL berechnet werden. Die Summe der Drehmomente ergibt sich aus dem Drehmoment M_m abzüglich des Reibungsdrehmoments M_R und des Lastdrehmoments. Diese sind gleich der zeitlichen Änderung der Winkelgeschwindikeit $\frac{d\omega}{dt}$ multipliziert mit dem Trägheitsmoment J.

$$\begin{aligned} J\frac{d\omega}{dt} &= \sum M = M_m - M_R - M_L \\ J\frac{d\omega}{dt} &= \sum M = k_m \cdot i(t) - c_r\omega(t) - M_L \end{aligned} \tag{10}$$

Um die Reibungskonstante c_r nun zu bestimmen, ist es günstig das System im Leerlauf zu betrachten, da $M_L = 0$ und nach Abklingen des Einschaltvorgangs $\frac{d\omega}{dt} = 0$. Aus der DGL ergibt sich folgende einfache Gleichung.

$$0 = k_m \cdot i(t) - c_r \omega(t) \tag{11}$$

Daraus ergibt sich folgende Funktion.

$$\omega = f_3(i) = \frac{k_m}{c_r} i \tag{12}$$

Nun kann mittels der linearen Regression aus den beiden Vektoren die Steigung m bestimmt werden, aus der sich die Reibungskonstante c_r berechnen lässt.

$$\begin{aligned} m &= \frac{k_m}{c_r} \\ c_r &= \frac{k_m}{m} \simeq 3,24 \cdot 10^{-9} \, \frac{\mathrm{Nms}}{\mathrm{rad}} \end{aligned} \tag{13}$$

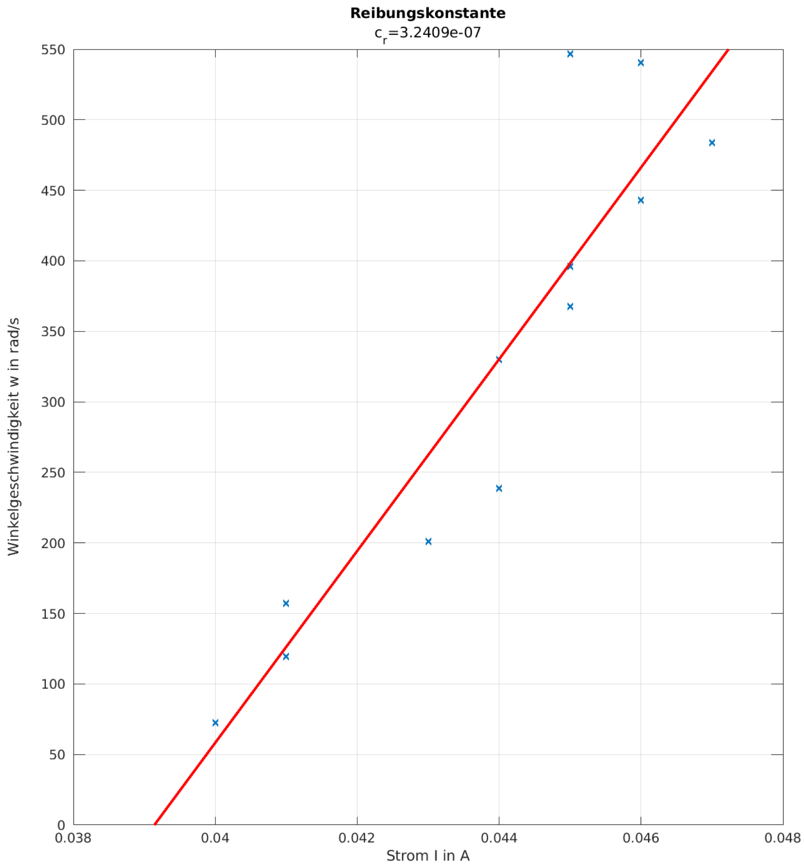

Abbildung 3: Plot der Aufgabe 1

3 Zusammenfassung

Mittels der Messwerte sind wir auf folgende Werte für die Ankerinduktivität L und die Reibungskonstante c_r gekommen.

$$\begin{aligned} L &= 175.462\mu\text{H} \\ c_r &= 3,24 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Nms}}{\text{rad}} \end{aligned} \tag{14}$$

Die Berechnung der Reibungskonstante stellte uns vor keine Herausforderung und ist sowohl Einheitenmäßig als auch Dimensionsmäßig nachvollziehbar.

Die Bestimmung der Ankerinduktivität stellte uns allerdings vor die Herausforderung das System zu liniearisieren (Abbildung 2: Induktivität 1). Nach der Liniearisierung der Funktion und anschließender Regression haben wir den errechneten Wert der Induktivität wieder in die Ursprungsfunktion eingesetzt (Abbildung 2: Induktivität 2). Hier ist zu erkennen, dass die ermittelte Gerade sich nur bedingt in der Nähe der Messpunkte befindet. Wir vermuten, dass entweder eine Ungenauigkeit in unseren Modell vorhanden ist oder es ist einen vielleicht sogar frequenzabhängigen Offset in den Messdaten gibt. Um dieses Verhalten genauer zu untersuchen, haben wir die Funktion und die Messdaten interaktiv in Desmos erstellt.

Wir konnten diese Diskrepanz leider nicht abschließend klären, sind aber zum Entschluss gekommen das unser Ergebnis von 175.462μH ausreichend genau und auch realistisch ist.

4 Anhang

4.1 Aufgabenbeschreibung

2 Termin

2.1 Vorbereitung zur Bestimmung der Ankerinduktivität

Die Ankerinduktivität des Motors soll bestimmt werden. Dazu ist bei gebremstem Motor die Phasenlage des Stromes gegenüber der steuernden Spannung zu messen.

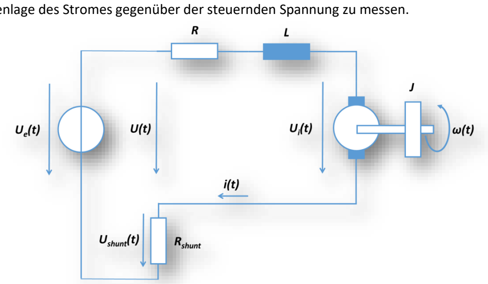

Abb. 2.1: Messung des Motorstromes bzw. Ankerstromes

Beantworten Sie die folgende Frage: Warum wird bei gebremsten Motor gemessen?

2.2 Berechnung der Induktivität

Berechnen Sie entweder mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung oder mit Hilfe der Übertragungsfunktion $U_{shunt}(s) / U_e(s)$ ausgehend von der Abbildung 2.1 den Winkel zwischen den Spannung U_e und U_{shunt}.
Lösen Sie die entstehende Gleichung nach der gesuchten Größe, der Induktivität L, auf.

2.3 Messung des Phasenwinkels

Messen Sie mit dem PicoScope[1], eingestellt auf Betrieb mit zwei Kanälen, den Versatz bzw. den Winkel zwischen U_e und U_R. Benutzen Sie als Signalquelle für das benötigte Sinussignal den in das PicoScope eingebauten Generator bei einer Frequenz von z.B. 1 kHz. Entlasten Sie bitte den Ausgangstreiber des Gerätes und benutzen Sie den vorhandenen Leistungsverstärker. Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus 2.2) die Induktivität L des Motors.

2.4 Berechnung & Messung der Reibungskonstante

Stellen Sie eine Gleichung zur Ermittlung der Reibungskonstante C_r auf.
Hinweise:
1: $\Sigma M = J \cdot d\omega/dt$
2: Wie groß ist M_L im Leerlauf?
3: Wie groß ist $d\omega/dt$ nach Abklingen des Einschaltvorganges?

[1] PicoScope ist ein über die USB Schnittstelle angeschlossenes Gerät mit dessen Hilfe der PC als Oszilloskop fungieren kann.

Messen Sie alle Größen, die Sie zur Bestimmung von $\boldsymbol{C_r}$ benötigen und geben sie den Wert von $\boldsymbol{C_r}$ für den Ihnen vorliegenden Motor an.

Beuth-Hochschule für Technik Berlin	Labor für Automatisierungstechnik	Übungsveranstaltung für Aktorik & Sensorik
Prof. Dr.-Ing. FJ Morales		6 von 10

4.2 Matlab Code

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 2.1-2.3 Berechnung der Induktivität mittels des Phasenwinkels
%
% Datum:    12.11.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662

clear
home
close all

FolderName = "./src/";
```

```
E_Name = "E.mat";
E = fullfile(FolderName, E_Name);
load(E);

R = 3.263586106324851;               % Ankerwiderstand     in [V/A]
Rs = 1;                              % Messwiderstand      in [V/A]
delta_t = E(:,2);                    % Phasenverschiebung  in [s]
f = E(:,1);                          % Frequenzen          in [1/s]
freq=linspace(500,1500);             % Frequenz            in [1/s]

% Linearisierung
y = tan(2*pi*f.*delta_t);            % Y-Achse Faktor - einheitenlos

% Fitting
f1=polyfit(f, y, 1);
m=f1(1,1);

y1=polyval(f1,freq);

L = (m*(R+Rs))/(2*pi)

y2=atan((2*pi*L*f)/(R+Rs))./(2*pi*f);

figure(1)
subplot(1,2,1)
    plot(f,y, 'o', freq,y1,'r','linewidth',2);
    grid on;
    title('Induktivität 1')
    subtitle(['L=' num2str(L)])
    xlabel('Frequenz f in Hz')
    ylabel('Faktor tan(2 pi f d_t)')
subplot(1,2,2)
    plot(E(:,1), E(:,2), 'o', f, y2,'r','linewidth',2);
    grid;
    title('Induktivität 2')
    xlabel('Frequenz f in Hz')
    ylabel('Zeitverschiebung t in s')

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 2.4 Berechnung der Reibungskonstanten
%
% Datum:    12.11.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662

clear
home
close all

FolderName = "./src/";
Leerlauf_Name = "Leerlauf.mat";
Leerlauf = fullfile(FolderName, Leerlauf_Name);
load(Leerlauf);
```

```
Pz = 2000/(2*pi);       % Pulse Inkrementalgeber  in [inc/rad]
lambda = 1000/Pz;       % Umrechnungsfaktor       in [(ms rad)/(s inc)]
I = Leerlauf(:,2);      % Strom I_a               in [A]
INC = Leerlauf(:,3);    % INC per T               in [INC/ms]
w = lambda*INC;         % Winkelgeschwindigkeit   in [rad/s]
km = 0.022031575949394; % Momentenkonstante       in [Nm/A]

% lineares Fitting im Arbeitsbereich
f2 = polyfit(I(2:end), w(2:end), 1);
% Strom Vektor
x2 = linspace(0, 0.05);
% Winkelges. Vektor
y2 = polyval(f2, x2);
% Steigung m hat die Einheit [rad/(A s)]
m = f2(1);
% Reibungskonstante cr in [(Nm s)/rad]
cr = km*1/m

figure(1);
    plot(I,w,'x', x2, y2, 'r', 'linewidth', 2);
    title('Reibungskonstante');
    subtitle(['c_r=' num2str(cr)])
    grid;
    axis([0.038 0.048 0 550]);
    xlabel('Strom I in A');
    ylabel('Winkelgeschwindigkeit w in rad/s');

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```