# Aktorik Sensorik
# Labor 1

Anton Kress (S872899), Jan Abel (S876662)

October 2020

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Einleitung und Ziel

Um später einen permanent erregten Gleichstrommotor zu modellieren, soll in dieser ersten Laborübung in Aktor und Sensorik die wichtigsten Kennwerte des Systems bestimmt werden. Dieses sind die Momentenkonstante $k_M$, der Ankerwiderstand $R$, die Motorkonstante $k_e$ und der Verstärkungsfaktor $A$ des Messverstärkers.

Um diese Konstanten zu bestimmen wurden jeweils eine Menge an Messwerten aufgenommen. Mit diesen wird mittels der Methode der kleinsten Quadrate Ausgleichsrechnungen durchgeführt. Dadurch erhalten wir eine lineare Funktionen aus denen sich die gesuchten Konstanten bestimmen lassen.

# 2 Grundlagen und Theorie

## 2.1 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate ist ein mathematisches Verfahren, bei dem eine lineare Regression auf der Basis einer Wolke aus Datenpunkten berechnet werden soll. Es soll eine Kurve gefunden werden, die möglichst nah an den Punkten verläuft. Dazu bestimmt man die Parameter dieser Kurve numerisch, indem die Summe der quadratischen Abweichungen der Kurve von den beobachteten Punkten minimiert wird.

Zur Umsetzung der Methode der kleinsten Quadrate in Matlab werden die Funktionen polyfit() und polyval() verwendet. polyfit() erhält beim Aufruf die Werte der Punktwolke sowie den Grad des Polynoms und gibt die entsprechenden Koeffizienten zurück. polyval() ermittelt aus den Koeffizienten und den x-Werten die tatsächlichen Werte, mit welchen die Kurve geplottet werden kann.

## 2.2 Inkrementalgeber

Ein Inkrementalgeber ist ein Messinstrument zur Ermittlung von Lage- oder Winkeländerung (bei rotierenden Objekten). Als verschiedene Arten wird zwischen der photoelektrischen Abtastung (entweder als abbildendes oder interferentielles Messprinzip), der magnetischen Abtastung und per Schleifkontakt unterschieden. Dabei werden zwei um 90 Grad verschobene Signale erzeugt, über die sich Drehgeschwindigkeit, -richtung und -winkel bestimmen lassen. Im Beispielt der photoelektrischen Abtastung wird eine Drehscheibe verwendet, die mit mehreren Schlitzen unterteilt ist und zwischen einer Leuchtdiode und zwei leicht versetzten Photodetektoren angebracht ist. Wenn sich die Scheibe dreht, zählen die Photodetektoren die Impulse, welche von Leuchtdiode und Lichtgitter der Drehscheibe entstehen.

# 3 Aufgabenstellung und Versuch

## 3.1 Messung des Stillstandsdrehmomentes

Im ersten Versuch soll die Momentenkonstante $k_m$ bestimmt werden. Sie hängt folgendermaßen mit dem Drehmoment $M_M$ und dem Motorstrom $i_a(t)$ zusammen.

$$\begin{aligned} M_M(t) &= k_m \cdot i_a(t) \\ k_m &= \frac{M_M(t)}{i_a(t)} \end{aligned} \tag{1}$$

Als Messwerte ist eine Matrix mit den Motorströmen $I_a$ und der Auslenkungskraft $F$ gegeben. Um daraus das Drehmoment $M_M$ zu bestimmen wird der Radius $r$ benötigt, welcher mit 1cm gegeben ist.

$$\begin{aligned} M_M &= r \cdot F \\ k_m &= \frac{r \cdot F(t)}{i_a(t)} \end{aligned} \tag{2}$$

Anschließend kann die Momentenkonstante $k_m$ über die Steigung der geplotteten Gerade bestimmt werden. Hierfür muss gewährleistet werden, dass der Arbeistpunkt linear ist. Deshalb dürfen die letzten drei Messwerte in der linearen Regression nicht betrachtet werden.

$$k_m \simeq 0.022 \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{A}} \tag{3}$$

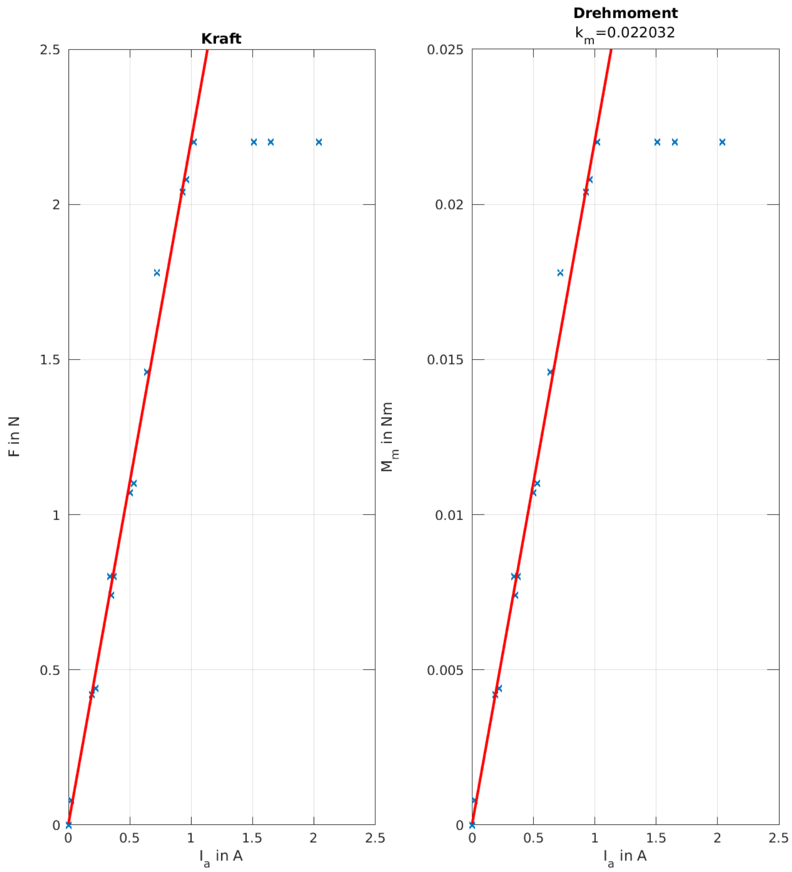


Abbildung 1: Plot der Aufgabe 1

## 3.2 Messung des Ankerwiderstand

Im zweiten Versuch soll der Ankerwiderstand $R$ bestimmt werden. Der Ankerwiderstand kann über das Ohm'sche Gesetz berechnet werden, dafür ist eine Matrix mit den gemessenen Messwerten der Spannungen und Ströme gegeben.

Da mit den Messwerten die Ströme über den Spannungen abgebildet werden ist die Steigung nicht der Widerstand sondern der Leitwert. Deshalb muss zur Ermittlung des Ankerwiderstand noch das Reziproke des Leitwerts berechnet werden.

$$R = \frac{U_a}{I_a} \Leftrightarrow G = \frac{1}{R} = \frac{I_a}{U_a}$$
$$R \simeq 3.26\Omega \tag{4}$$

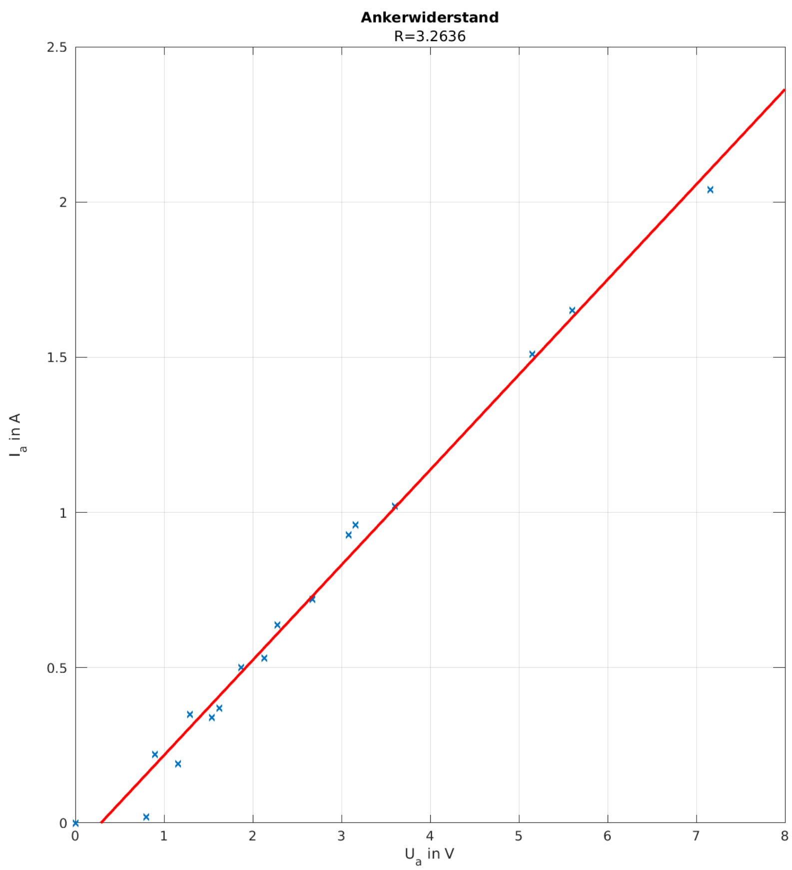


Abbildung 2: Plot der Aufgabe 2

### 3.3 Messung des Stillstandsdrehmomentes

Im dritten Versuch soll die Konstante $k_e$ bestimmt werden. Diese beschreibt als Proportionalfaktor den Zusammengang zwischen der induzierten Spannung $U_i$ und der Winkelgeschwindigkeit $\omega$.

$$u_i(t) = k_e \cdot \omega(t) \tag{5}$$

Gegeben sind in dieser Aufgabe sind die Messwerte in einer Matrix. Diese enthält die Spannungswerten von $U_a = U_i$, welche mit einem Multimeter gemessen worden sind und den Inkrementen pro ms $Y$, ermittelt durch einen Inkrementalgeber und einen Mikrocontroller.

Um $k_e$ zu bestimmen wird neben der direkt gegebenen Spannung $U_a$ auch die Winkelgeschwindigkeit $\omega$ benötigt. Diese ist das Produkt aus $2\pi$ und der Drehzahl $n$. Während die Winkelgeschwindigkeit angibt wie schnell sich ein Winkel mit der Zeit um eine Achse ändert, gibt die Drehzahl die Anzahl der Umdrehungen in einer Zeitspanne an.

$$k_e = \frac{U_a}{\omega} = \frac{U_a}{2\pi n} \tag{6}$$

Die gemessen Inkremente pro Zeit müssen daher umgerechnet werden. Diese wurden mit dem C167 Mikrocontroller mit einer Abtastzeit $T = 1\text{ms}$ aufgenommen. Der Inkrementalgeber besitzt 500 Inkremente pro Umdrehung. Durch eine Vierfachauswertung ergeben sich $P_z = \frac{2000}{2\pi}\frac{\text{INK}}{\text{rad}}$. Dadurch ergibt sich folgender Umrechnungsfaktor $\lambda$.

$$\lambda = \frac{1000}{P_z}\frac{\text{ms}}{\text{s}}\frac{\text{rad}}{\text{INK}} \tag{7}$$

Über diesen Faktor lässt sich die Drehzahl bestimmen, damit die Winkelgeschwindigkeit und abschließend auch $k_e$.

$$\begin{aligned} n &= \lambda \cdot Y \qquad \text{in} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega &= 2\pi\lambda \cdot Y \qquad \text{in} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ k_e &= \frac{U_a}{2\pi\lambda \cdot Y} \qquad \text{in} \frac{\text{Vs}}{\text{rad}} \end{aligned} \tag{8}$$

Dadurch berechnet sich $ke$ nach über das Reziproke der Steigung der Funktion multipliziert mit dem Faktor $\lambda$.

$$k_e = \frac{1}{m \cdot \lambda} \simeq 0.0235 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}} \tag{9}$$

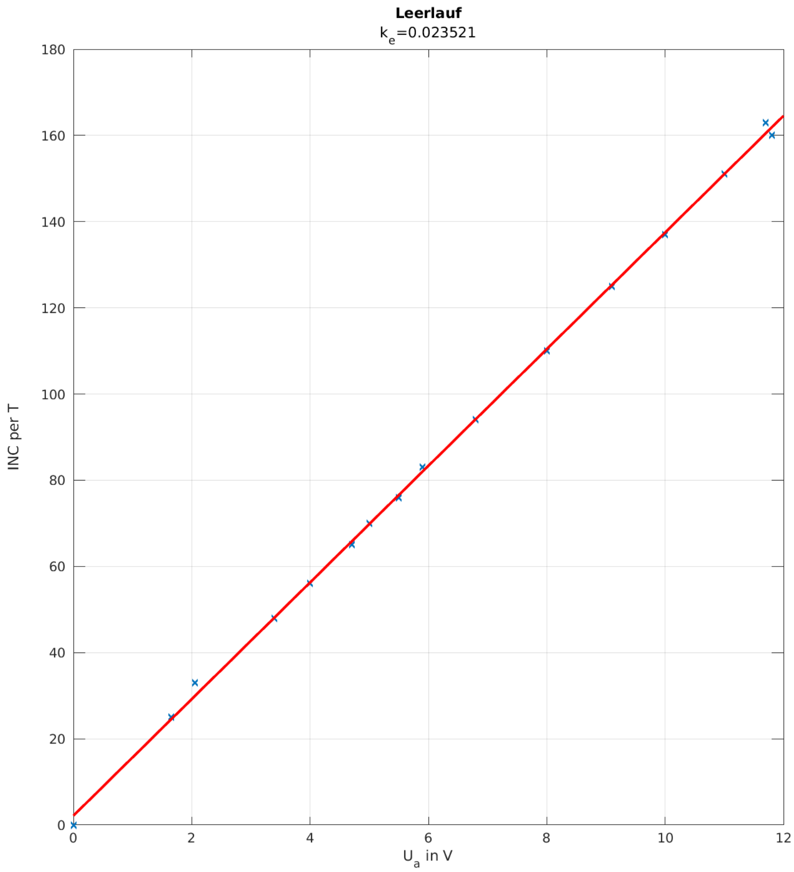


Abbildung 3: Plot der Aufgabe 3

### 3.4 Messung der Kennlinie des Verstärkers

In der letzten Messung soll die Kennlinie des Messverstärkers ermittelt werden und damit der Verstärkungsfaktor $A$ bestimmt werden. Dafür liegt eine Matrix mit den Eingangsspannungen $U_e$ und den Ausgangspannungen $U_a$ vor. Da der Verstärker ausgangsseitig bei etwa $+13.75$V und $-13.06$V in Sättigung geht, werden die jeweils ersten beiden und die letzten beiden Messwerte für die Berechnung der Funktion nicht betrachtet.

Der Verstärkungsfaktor $A$ ist der Quotient aus Ausgangs- und Eingangsspannung und somit die Steigung der ermittelten Funktion.

$$A = \frac{U_a}{U_e} \simeq 2\text{V} \tag{10}$$

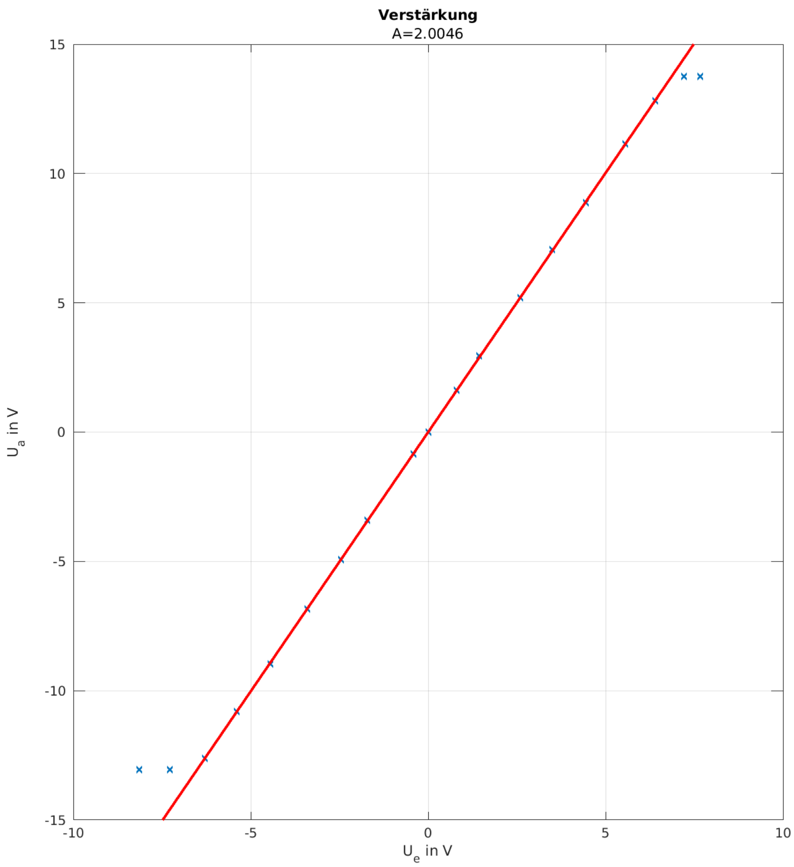


Abbildung 4: Plot der Aufgabe 4

# 4 Anhang

## 4.1 Aufgabenbeschreibung

### 1 Termin

In der ersten Laborübung sollen die Werte der Elemente des Ersatzschaltbildes eines permanent erregten Gleichstrommotors bestimmt werden.

Vorbereitung:
1. Um Parameter richtig identifizieren zu können, muss man viele Messungen durchführen. Nun ist die Frage, wie man einen statistisch relevanten Wert für einen Parameter aus vielen Messungen bekommt …
2. Recherchieren Sie nach der Methode der Kleinsten Quadrate und finden Sie heraus, wie diese Methode funktioniert.
3. Was ist ein Inkrementalgeber? Welche Typen davon gibt es? Wie funktioniert so ein Gereät? Lesen Sie bitte die Wikipedia Seiten dazu: https://en.wikipedia.org/wiki/Incremental_encoder und https://de.wikipedia.org/wiki/Inkrementalgeber ).

#### 1.1 Messung des Stillstandsdrehmomentes

Das vom Motor abgegebene Antriebsmoment ist über die Momentenkonstante $k_M$ mit dem Motorstrom verknüpft. Ziel der ersten Teilaufgabe ist die Bestimmung dieser Konstante $k_M$. Hierzu wird der Motorstrom mit Hilfe unseres Netzteiles von 0 A bis 2 A vorgegeben und das Drehmoment mit Hilfe der Federwaage gemessen. Der Motor wird bei dieser Messung im Stillstand betrieben. Die entstehende Kennlinie, die das Drehmoment über dem Motorstrom darstellt, wird in MATLAB gezeichnet und die Steigung dieser Kennlinie stellt die Konstante $k_M$ dar.

#### 1.2 Messung des Ankerwiderstandes *R*

Ein wesentlicher Teil des Modells der permanent erregten Gleichstrommaschine ist der Ankerwiderstand $R$. Ziel dieser Teilaufgabe ist es, diesen zu bestimmen.
Welcher Teil des technischen Aufbaus des Motors liegt im Stromkreis, wurde aber bisher nicht berücksichtigt? Wenn dieses Bauteil weiter außen vor gelassen wird, welche Konsequenz hat das für die Durchführung der Messung des Ankerwiderstandes $R$?
Schlagen sie nun eine geeignete Messung vor und bestimmen sie nach dieser den Ankerwiderstand $R$.

#### 1.3 Messung der Leerlaufkennlinie

Die induzierte Spannung $u_i$ ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit des Motors $\omega$. Es gilt $u_i(t) = k_e \cdot \omega(t)$. Ziel der zweiten Teilaufgabe ist die Bestimmung der Konstanten $k_e$.
Wir geben mit Hilfe unseres Netzteiles die Motorspannung mit 0 V bis 12 V vor und messen die Drehzahl. Hierbei wird der Motor nicht belastet, d. h. er wird im Leerlauf betrieben. Die entstehende Kennlinie wird Leerlaufkennlinie genannt und wird mit Hilfe von MATLAB dargestellt. Die gesuchte Konstante $k_e$ ist die Steigung dieser Kennlinie.
Zur Messung der Drehzahl verwenden wir einen Inkrementalencoder. Er wird an Timer 3 des Mikrocontrollers C167, der ein Inkrementalenkoder-Interface besitzt, angeschlossen und in Vierfachauswertung betrieben. Wir erhalten so eine Pulszahl von PZ = 2000 Pulsen pro Umdrehung. Die Abtastzeit der Interruptroutine, in der der Inkrementaldekoder ausgewertet wird, beträgt T = 1 ms.
Was ist der Unterschied zwischen Drehzahl und Winkelgeschwindigkeit? Welche Variablen werden für diese beiden Angaben benutzt?

| | | |
|---|---|---|
| Beuth-Hochschule für Technik Berlin | Labor für Automatisierungstechnik | Übungsveranstaltung für Aktorik & Sensorik |
| Prof. Dr.-Ing. FJ Morales | | 3 von 10 |

### 1.4 Messung der Kennlinie des Leistungsverstärkers

Die Eingangsspannung des Leistungsverstärkers wird im Bereich von – 12 V bis + 12 V mit Hilfe des Netzteiles vorgegeben und die Ausgangsspannung mit Hilfe des Multimeters gemessen. Aus der Verstärkerkennlinie, in der mit MATLAB die Ausgangsspannung über der Eingangsspannung dargestellt wird, erhält man die Verstärkung ***A*** des Leistungsverstärkers.

Hinweis: Nehmen Sie genug Messpunkte auf, damit Sie mögliche Nichtlinearitäten der Kennlinie feststellen können



## 4.2 Matlab Code

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 1.1 Messung des Stillstandsdrehmomentes
%
% Datum: 27.10.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662

clear
home
close all

FolderName = "./src/";
```

```
A_Name = "A.mat";
B_Name = "B.mat";

A_test = FolderName + A_Name;
A = fullfile(FolderName, A_Name);
B = fullfile(FolderName, B_Name);

% A = B - 3 letzte Elemente - Arbeitsbereich
load(A);
load(B);
r=0.01;
% Auslesen der Ströme und Drehmomente
A_plot=sortrows(A,2);
B_plot=sortrows(B,2);

% lineares fitting im Arbeitsbereich - Kraft
f1 = polyfit(A_plot(:,2), A_plot(:,3), 1);

% linares fitting im Arbeitsbreich - Drehmoment
f2 = polyfit(A_plot(:,2), A_plot(:,3)*r, 1);
% Momentenkonstante k_m entspricht Steigung der Gerade
k_m=f2(1,1)

% Erzeugung der Ausgleichsgerade
x1 = linspace(0, 2.5);
y1 = polyval(f1, x1);
y2 = polyval(f2, x1);


figure(1);
subplot(1,2,1);
plot(B_plot(:,2), B_plot(:,3),'x', x1, y1, 'r','linewidth',2 );
axis([0 2.5 0 2.5])
title('Kraft')
xlabel('I_a in A');
ylabel('F in N');
grid on

subplot(1,2,2);
plot(B_plot(:,2), B_plot(:,3)*r ,'x', x1, y2, 'r','linewidth',2 );
axis([0 2.5 0 0.025])
title('Drehmoment')
subtitle(['k_m=' num2str(k_m)])
xlabel('I_a in A');
ylabel('M_m in Nm');
grid on

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 1.2 Messung des Ankerwiderstandes
%
% Datum:    27.10.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662
```

```
clear
home
close all

FolderName = "./src/";
B_Name = "B.mat";
B = fullfile(FolderName, B_Name);

% Auslesen der Ströme und Spannungen
load(B);
B_plot=sortrows(B,1);

% lineares fitting im Arbeitsbereich
f2 = polyfit(B_plot(:,1), B_plot(:,2), 1);
% Leitwert G entspricht Steigung der Gerade
% R = 1/G
R=1/f2(1,1)
% Erzeugung der Ausgleichsgerade
x1 = linspace(0, 8);
y1 = polyval(f2, x1);

figure(1);
plot(B_plot(:,1), B_plot(:,2),'x', x1, y1, 'r','linewidth',2 );
axis([0 8 0 2.5])
title('Ankerwiderstand')
subtitle(['R=' num2str(R)])
xlabel('U_a in V');
ylabel('I_a in A');
grid on

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 1.3 Messung der Leerlaufkennlinie
%
% Datum:    27.10.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662

clear
home
close all

FolderName = "./src/";
C_Name = "C.mat";
C = fullfile(FolderName, C_Name);

% Auslesen der Winkelgeschwindikeit und Spannungen
load(C);
C_plot=sortrows(C,1);
% Pulse pro Umdrehung in [pulse/rad]
Pz=2000/(2*pi)
% Faktor in [ink/rad]
lambda= 1000/Pz
```

```
% Winkelgeschwindigkeit

% lineares fitting im Arbeitsbereich
f3 = polyfit(C_plot(:,2), C_plot(:,1), 1);
% die Steigung hat die Einheit [Ink/V ms]
% ke hat die Einheit [Vs/rad]
k_e=1/(lambda*f3(1,1));
% Erzeugung der Ausgleichsgerade
x1 = linspace(0, 12);
y1 = polyval(f3, x1);


figure(1);
plot(C_plot(:,2), C_plot(:,1),'x', x1, y1, 'r','linewidth',2 );
axis([0 12 0 180])
title('Leerlauf')
subtitle(['k_e=' num2str(k_e)])
xlabel('U_a in V');
ylabel('INC per T') ;
grid on

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```

```
% Aktorik & Sensorik - WS 2020
%
% 1.4 Messung der Kennlinie des Leistungsverstärkers
%
% Datum:    27.10.2020
% Autoren:  Anton Kress,    S872899
%           Jan Abel,       S876662

clear
home
close all

FolderName = "./src/";
D_Name = "D.mat";
D = fullfile(FolderName, D_Name);

% Auslesen der EIngangs und Ausgangsspannungen
load(D);
D_plot=sortrows(D,1);

% lineares fitting im Arbeitsbereich
f4 = polyfit(D_plot(3:17,1), D_plot(3:17,2), 1);
% Verstärkung A entspricht Steigung der Gerade
A=f4(1,1)
% Erzeugung der Ausgleichsgerade
x1 = linspace(-10, 10);
y1 = polyval(f4, x1);

figure(1);
plot(D_plot(:,1), D_plot(:,2),'x', x1, y1, 'r','linewidth',2 );
axis([-10 10 -15 15])
title('Verstärkung')
subtitle(['A=' num2str(A)])
```

```
xlabel('U_e in V');
ylabel('U_a in V');
grid on

% save current plot to img/-folder
imagePath = fullfile('../img/', mfilename);
print(imagePath,'-dpng');
```