材料機械性質學

Exam. # 3 （06/10/2021）

1. (10pts)灰鑄鐵承受主應力為:σ_1= 133.1 MPa、σ_2= -93.1 MPa和σ_3= 40 MPa。灰鑄鐵的張極限應力σ_{ut}為214 MPa，壓極限應力σ_{uc}為-770MPa。計算上述的應力對應破壞時的安全因子。

2. (10pts)在平面應力時，Tresca及Mises的屈服法則方程式及屈服軌跡圖。

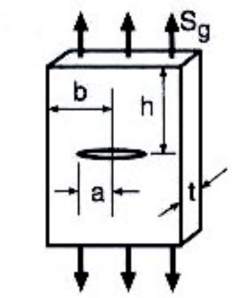
3. (10pts)有一兩端封閉的圓柱狀薄壁容器，內壁受主應力為:σ_1= 704.3 MPa、σ_2= 195.7 MPa和σ_3= -20 MPa。計算上述容器內壁應力對應Tresca及Mises屈服時的安全因子，其中材料的屈服應力為σ_o= 1791 MPa。

4. (10pts)請敘述金屬材料、聚合物及陶瓷材料裂紋尖端行為的差異。

5. (10pts)請敘述三種基本樣式破壞面的位移、為何大部的研究在Mode I?及影響K_{IC}趨勢變化的因素。

6. (10pts)請敘述裂紋尖端塑性區的定義、平面應力與平面應變金屬裂紋尖端的塑性區尺寸、試件斷裂後的裂紋方向。

7. (20pts) 一個中央裂紋平板如下圖，其尺寸為b = 50 mm、t = 5 mm和很大的h。假設力量P為50 kN，計算
   (a) 當裂紋長度a = 10 mm時，應力強度因子K為?
   (b) 當裂紋長度a = 30 mm時，應力強度因子K為?
   (c) 假設材料為2014-T651鋁合金(K_{Ic} $= 24\ MPa\sqrt{m}$，$\sigma_o = 415\ MPa$)，破壞時的裂紋長度a_c為?



$$K = S_g\sqrt{\pi a}$$

$$(a/b \le 0.4)$$

Expressions for any $\alpha = a/b$:

$$F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1-\alpha}}$$

8. (20pts)同上題，計算
   (a) 假設對應破壞韌性的安全因子X_K = 3時，最大允許裂紋長度a為?
   (b) 從(a)的結果中計算對應臨界裂紋長度a_c的安全因子X_a為?
   (c) 計算對應屈服應力σ_o的安全因子X_o為?

1. $\sigma_1 = 133.1\,MPa$, $\sigma_2 = -93.1\,MPa$, $\sigma_3 = 40\,MPa$, $\sigma_{ut} = 214\,MPa$, $\sigma_{uc} = -770\,MPa$

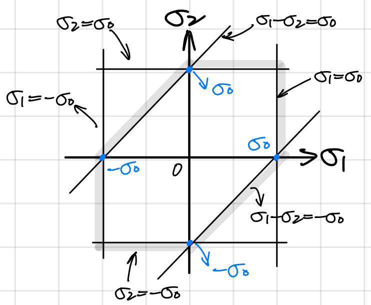
$\Rightarrow$ 對應張力破壞的安全因子：$X_t = \frac{\sigma_{ut}}{\sigma_1} = \frac{214}{133.1} = \underline{1.61}$ #

對應壓力破壞的安全因子：$X_c = \frac{\sigma_{uc}}{\sigma_2} = \frac{-770}{-93.1} = \underline{8.27}$ #

2. (1) Tresca：

$\sigma_0 = MAX(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2|, |\sigma_1|)$,

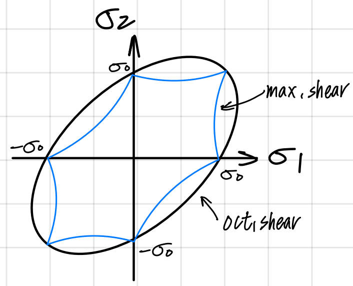
(其邊界為 $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_0$, $\sigma_2 = \pm\sigma_0$, $\sigma_1 = \pm\sigma_0$)



(2) Mises：

$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2}$

$\rightarrow \sigma_0^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2$



3. $\sigma_1 = 704.3\,MPa$, $\sigma_2 = 195.7\,MPa$, $\sigma_3 = -20\,MPa$, $\sigma_0 = 1791\,MPa$

(1) Tresca：$\overline{\sigma_S} = MAX(|\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_2|)$

$= MAX(|195.7 + 20|, |704.3 + 20|, |704.3 - 195.7|) = 724.3\,MPa$

$\therefore X = \frac{\sigma_0}{\sigma_3} = \frac{1791}{724.3} = \underline{2.47}$ #

(2) Mises：$\overline{\sigma_H} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(704.3 - 195.7)^2 + (195.7 + 20)^2 + (-20 - 704.3)^2} = 644.1\,MPa$

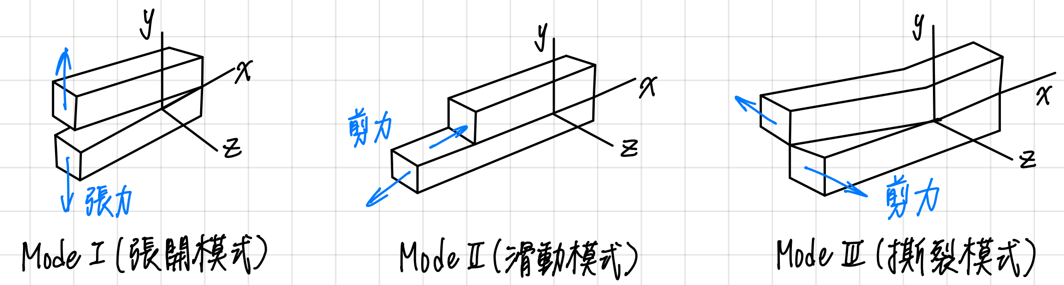
$\therefore X = \frac{\sigma_0}{\overline{\sigma_H}} = \frac{1791}{644.1} = \underline{2.78}$ #

4.

	金屬材料	聚合物	陶瓷材料
相同之處	當負載施加時，尖端的裂紋會出現鈍化現象。		
差異之處	尖端可測得一曲率半徑 ρ 和一個位移量稱為裂紋尖端伸張位移量 δ。且尖端前的塑性區域可由屈服法則求得。	鈍化的裂紋前會出現拉長的孔隙，上下破裂面中有纖維狀的結構相互連接，稱為瘋狂區間。	鈍化裂紋尖端前會出現很多細小的微裂紋，稱為重分配區間。由於陶瓷為脆性材料，因此細小的裂紋會重整，最後會出現一條主裂紋。

聚合物長鏈條狀的分子

5. (1)



(2) ∵ Mode I 對材料的破壞最強 ∴ 大部分的研究都在 Mode I #

△ (3) 影响 K_{IC} 趨勢變化的因素：屈服強度，延展性，溫度，裂紋長度

6. (1) 定義：材料承受張力負載時，會在裂紋尖端附近形成一圓形邊界，其中邊界內即為塑性區域。#

(2) 平面應力：直徑為 $2r_{0\sigma}$ 的圓 $\left(2r_{0\sigma}=\frac{1}{\pi}\left(\frac{K}{\sigma_0}\right)^2\right)$ #

平面應變：直徑為 $2r_{0\varepsilon}$ 的圓 $\left(2r_{0\varepsilon}=\frac{1}{3\pi}\left(\frac{K}{\sigma_0}\right)^2\right)$ #

(3) 斷裂後的裂紋方向：

① 平面應力：在最大剪應力方向 (∵試件厚度較薄)

② 平面應變：先順著最大剪應力的方向，最後轉向最大垂直應力的方向 (主應力的方向) (∵試件厚度較厚)

7. $b=50mm, t=5mm, h=\infty, P=50kN$ (中央裂紋平板)

(1) $S_g=\frac{P}{2bt}=\frac{50\times10^3}{2\times50\times10^{-3}\times5\times10^{-3}}=10^8Pa=100MPa$, $\alpha=\frac{a}{b}=\frac{10}{50}=0.2$

∵ $\alpha\le0.4$ ∴ 在10%誤差內 ⇒ $F=1$

$\rightarrow K=S_g\sqrt{\pi a}=100\times10^6\times\sqrt{\pi\times10\times10^{-3}}=\underline{17.7MPa\sqrt{m}}$ #

(2) $\alpha=\frac{a}{b}=\frac{30}{50}=0.6$ ∵ $\alpha\le0.4$ 不合 ∴ F要代公式求其值 → 不能直接代 $F=1$ (要 $\alpha\le0.4$ 才可)

$\rightarrow F=\frac{1-0.5\alpha+0.326\alpha^2}{\sqrt{1-\alpha}}=\frac{1-0.5\times0.6+0.326\times(0.6)^2}{\sqrt{1-0.6}}=1.292$

∴ $K=FS_g\sqrt{\pi a}=1.292\times100\times10^6\times\sqrt{\pi\times30\times10^{-3}}=\underline{39.66MPa\sqrt{m}}$ #

(3) ($K_{IC}=24MPa\sqrt{m}$, $\sigma_0=415MPa$)

假設其 $\alpha\le0.4\rightarrow F=1$：

$K_{IC}=S_g\sqrt{\pi a_c}\Rightarrow a_c=\frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{IC}}{S_g}\right)^2=\frac{1}{\pi}\left(\frac{24MPa\sqrt{m}}{100MPa}\right)^2=\underline{18.3(mm)}$ #

△check：$\alpha=\frac{a_c}{b}=\frac{18.3}{50}=0.366\le0.4$ (合，故假設正確)

8. $b=50\,mm$, $t=5\,mm$, $h=\infty$, $P=50\,kN$ (中央裂紋平板)

(1) $\because X_K=\frac{K_{IC}}{K}$ $\therefore K=\frac{K_{IC}}{X_K}=\frac{24MPa\sqrt{m}}{3}=8MPa\sqrt{m}$

最大允許裂紋長度 a

$\because K=FS_g\sqrt{\pi a}$ $\therefore a=\frac{1}{\pi}\left(\frac{K}{FS_g}\right)^2=\frac{1}{\pi}\times\left(\frac{8MPa\sqrt{m}}{\cancel{1}\times 100MPa}\right)^2=\underline{2.04\,(mm)}$ #

假設F=1,最後再check

$\triangle$ check: $\alpha=\frac{a}{b}=\frac{2.04}{50}=0.0408\leq 0.4$ (合)

(2) $X_a=\frac{a_c}{a}=\frac{\boxed{18.3}}{2.04}=\underline{8.97}$ #

來自7.的(3)的 a_c ($\because$ 8.為7.的延伸)

(3) $X_0=\frac{\sigma_0}{\sigma}=\frac{415MPa}{100MPa}=\underline{4.15}$ #

* σ為現在所受到的應力,而現在受到的應力為張應力 $S_g=100MPa$

$\Rightarrow \therefore \sigma=S_g=100MPa$!