

角加速度、外加力矩及轉動慣量之關係

吳佳承(E94084074)

工科系 112

*Email: wujacky1020339@gmail.com

摘要:了解物體運動的另一個加速度(角加速度)，並藉由三滑輪支架、尼龍線合砝碼，測量出不規則物體(三滑輪支架)的轉動慣量。並了解轉動慣量不單單是軸心的物理量，同時也可以是距離軸心的轉動難易程度(平行軸定理)。

關鍵字:空氣墊基座(base)、送風機(blower)、三滑輪之支架(support)、水平儀(level gauge)、尼龍線(nylon string)。

介紹

在牛頓出版<自然哲學的數學原理>後，大家對於物理又更進一步了解，甚至還因此懷疑神的存在!除此之外，在運動方程式 $F(\text{力})=m(\text{質量})a(\text{加速度})$ 中是指物體的移動加速度，而轉動慣量的出現更加完整的敘述物體的運動狀態(自身情形的運動)。

器為：空氣墊基座(base)、送風機(blower)、圓盤(disc)、圓環(ring)、滑輪(pulley)、三滑輪之支架(support)、碼錶(stop watch)、水平儀(level gauge)、砝碼(weights)、游標尺(vernier)、螺絲(screw)、載重盤(suspender)、尼龍線(nylon string)及兩對圓柱(cylinders)。

理論

在直線運動中： $F=ma$ ，但在旋轉運動則是 $\tau(\text{力矩})=I(\text{轉動慣量})\alpha(\text{角加速度})$ 。而除了最基本的定理外，我們還必須用到： $\theta=\alpha t^2/2$ (當初角速度是零時)來計算不規則物體的轉動慣量。除此之外，遠離旋轉軸軸心 L 公尺的旋轉物體，對於旋轉軸的轉動慣量 $I=I_{CM}+ML^2$ (M 為物體總質量)。而在實驗中所提供的力矩 τ ，是載重盤和尼龍線所提供的 mgr (r 為力跟旋轉軸的距離)。**註:**圓柱和圓盤(對中心軸)的轉動慣量為 $I=ML^2/2$ 、圓環的轉動慣量為 $I=M(R_{\text{外徑}}^2+R_{\text{內徑}}^2)/2$ 。本實驗使用 rgs 制(故 $g=981\text{cm/s}^2$)。

實驗過程

在準備進行實驗之前，所需準備的儀

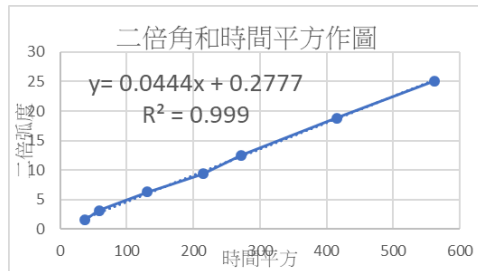
實驗過程:首先，插上插頭，打開電源，把送風機打開到最大，以避免放上圓盤後讓墊基座受到損傷。接下來利用水平儀來調整墊基座的水平，不要使它傾斜過大。再來放上圓盤加上三滑輪支柱(鎖上螺絲的)，選擇一個滑輪作為力臂(本實驗我們使用第一個滑輪，也就是最小的那一圈)。再來調整滑輪位置和把尼龍繩固定在那一圈。再來依據實驗要求進行實驗。

注意事項:1. 尼龍線不要打結、折到，避免增加誤差。2. 要注意被載重物拉直的尼龍線是否有和桌沿或滑輪有摩擦的存在，這也會影響結果。3. 在載重盤給予支架力矩時，要注意載重盤是否有左右搖晃，這是此實驗莫名誤差的主要來源。

我們可以由數據(分別為 9.6g、19.5g

結果與討論

實驗(A):在定力矩下測量角加速度。

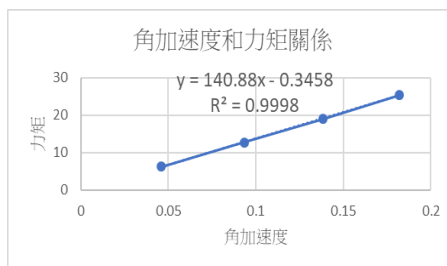


這是七個不同弧度所對應出的時間，而在 y(兩倍弧度)和 x(時間平方作圖)中作圖中，得出斜率為(也就是角加速度 α)0.0444。再利用上述公式 τ (力矩)=I(轉動慣量) α (角加速度)，可以得出整體的轉動慣量為 137870 g/cm²，再來減去圓盤的轉動慣量 (1020*15*15/2=114750 g/cm²)得到三滑輪支架的轉動慣量為 I=23120 g/cm²。而跟別組相比(有詢問其他組的數據來看有小於 5000 的，也有一萬多的)，居然差異頗大。我覺得可能有幾項原因:1. 在載重盤給予支架力矩時，載重盤左右搖晃時，會在滑輪上摩擦，以至於沒有持續施力(導致測量出來的時間加長，角加速度越小，因此得出的轉動慣量變大)2. 本身只有大約 9.6g 的載重盤，對於尼龍線的拉直，本身是很難去一直維持拉直的狀態，所以導致每段時間力矩不一。

註:利用 Tracker 軟體分析出來的角加速度因為有正有負(因為這牽扯到向位的不同)，所以我們只利用 Tracker 來再一次確認碼表的準確性。

實驗(B):驗證角加速度與外加力矩成正比。

、29.3g、39g，而力臂 r 為 0.65cm)得知個別的斜率(力矩除以角加速度)



分別為 135.46、135.96、137.85、139.46。都非常接近上圖(角加速度和力矩關係)的回歸直線斜率 140.88 (誤差都在 2%以內)，可以由此得知，角加速度與外加力矩成正比。

實驗(C):在定力矩的作用下，分析角加速度與轉動慣量之關係。

(a)圓盤:理論轉動慣量值(114750

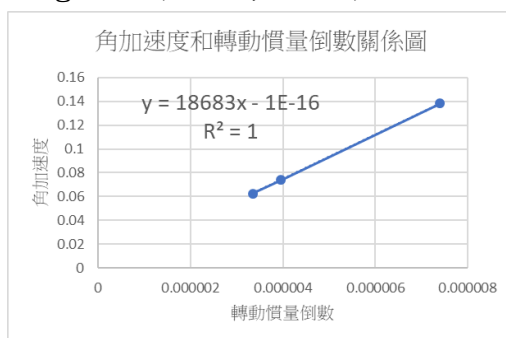
g/cm²)，測量出來為 111920.2 g/cm²(誤差為 2.46%)。

(b)圓盤+圓環:理論轉動慣量值

(303272.1 g/cm²)，測量出來為 276021.6 g/cm²(誤差為 8.97%)

(c)2 個圓盤:理論轉動慣量值(226620

g/cm²)，測量出來為 229430.8 g/cm²(誤差為 1.24%)



由上圖(角加速度和轉動慣量倒數關係圖)(a)、(b)、(c)三者的角加速度去除以轉動慣量倒數得出的結果都和圖中斜率一樣都為 18683。而(b)的誤差居然高達 9%，我們不知道這個誤差的主要原因，但我們從(a)到(c)就都

保持同一個測量方法(即操作完後將尼龍繩捲回去)。

實驗(D):驗證平行軸定理。

(a)圓盤+1 對 1Kg 重圓柱體(距離旋轉軸 7.5cm 處):理論轉動慣量為 $(235736.98 \text{ g/cm}^2)$ ，測量出來為 237479.4 g/cm^2 (誤差為 0.73%)

(b)圓盤+1 對 250g 重圓柱體(距離 15cm 處):理論轉動慣量為 $(228219.52 \text{ g/cm}^2)$ ，測量出來為 225877.03 g/cm^2 (誤差為 1.02%)。

由上述數據看來，平行軸定理的驗證較為輕鬆且準確。

根據實驗(A)~(D)討論出以下幾點:

1. 轉動弧度小對於實驗的誤差比轉動弧度大的誤差來的還要大(由實驗(A)的圖表可觀察出來)，這很有可能是在一開始載重盤藉由尼龍繩拉動時有一些阻力，當拉動一段時間時，就會達到平衡，穩定施力。
2. 當載重盤的重量愈重時，所測出來的效果越加精準(由實驗(B)的相除結果越接近理論值，由輕到重分別為 135.46、135.96、137.85、139.46。(角加速度和力矩關係)的回歸直線斜率 140.88)
3. 除了平行軸定理的驗證外，此實驗也驗證了伸展定理(如果一個物件中的任一質點沿平行於某條軸的方向發生任意位移，該物件對該軸的轉動慣量不變。)

我覺得此實驗的關鍵就是載重盤和滑輪，要是載重盤給予支架力矩時，載重盤有左右搖晃，這是此實驗莫名誤差的主要來源。然後在剛拉動的一開始也會有些抗力去影響力矩的施力，所以我盡量不要讓載重盤去搖晃，我發現這樣子做後又比第一次來的精準許多(第一次誤差大到重作)。

致謝

我要感謝第三組和第六組跟我們互相討論各自誤差的來源(他們有些數據比較大，而我們卻比較小)，還有計算公式的檢查和驗證。

參考文獻

1. [維基百科](#)
2. [成功大學普物實驗室](#)
3. 成功大學普物實驗課本