**角加速度、外加力矩及轉動慣量之關係**

**作者****： 許子亮(E94074011)**

**系別：工科111級**

**Email：ivanxu0420@gmail.com**

**摘要：**此次實驗目的是要測量角加速

度外加力矩及轉動慣量三者的關係，因此藉由此次實驗我能更加清楚的了解實驗出來的數據與書本的理論值的差距。我們利用轉盤旋轉，碼錶計時時間，計算轉動的角位移量以及時間，進而計算角加速度，再藉由質量和半徑計算轉動慣量，稱盤法碼來計算外加力矩，利用這三者來觀察三者的關係。

**關鍵字****：**力矩、轉動慣量、角加速

度、角位移、平行軸定理

**介紹：**

由於在轉動動力學當中轉動慣量的地位相當於線性動力學的質量，因此能用此來描述角速度、角動量、力矩等等轉動動力學的現象。藉由此次實驗可更進一步了解何謂轉動慣量，以及tracker、excel等等工具來計算角加速度，進而求得各種形狀之轉動慣量；此外可藉由實驗求得的轉動慣量來驗證課本角加速度、外加力矩和轉動慣量三者的關係和平行軸定理。

**理論**:

(1) 轉動慣量、角加速度、力矩:

一剛體繞著固定轉軸時，可將每一質點質量 乘上距離轉軸 後 累加起來，此結果稱作此剛體對某一固定轉軸的轉動慣量I，其關係 式如下:

若將其切割乘無限多個極小的點，其質量皆為dm，而若每個質點到某一固定轉軸的距離為r，則以積分形式表式如下:

由牛頓2nd運動定律，可推出:

(2) 規則物體轉動慣量:

1. 對中心軸:

* 質點:

* 實心圓盤:
* 實心圓柱:

(與長度平行)

* 實心圓柱:

(與長度垂直)

* 細棒:

(與長度垂直)

* 實心球體:
* 圓環:

( 內徑平方、

外徑平方)

* 矩形面板:

1. 平行軸定理:

先計算此剛體以過其質心的對稱軸之轉動慣量 ，在平移此對稱軸至某一轉軸，而其轉動慣量

(2) 不規則剛體之轉動慣量:

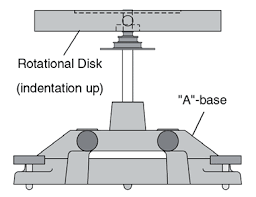
由於不規則的剛體不易由切割後積分計算，因此我們要利用，(a)式計算得知，因此我們必須利用實驗求得角加速度，再利用轉動慣量與加速度及力矩三者關係求得不規則剛體之轉動慣量

1. 角加速度求得方法:
2. 當物體從靜止開始旋轉，測量物體旋轉 角度所需時間，滿足以下式子:
3. 藉由tracker測得稱盤的線性加速度a，利用以下式子求得角加速度α :
4. 力矩與轉動慣量之關係:

我們可用以下式子來求得: m為

稱盤加砝碼重量，r尼龍線繞轉

軸之半徑。



**實驗過程：**

1. 儀器:空氣墊基座、送風機、圓盤、圓環、滑輪、三滑輪之支架、碼表、水平儀、砝碼、游標尺、螺絲、載重盤、尼龍線、兩對圓柱體
2. 步驟:
3. 定力矩下測量角加速度:
4. 將三滑輪之支架用短螺絲鎖在圓盤上
5. 將尼龍線固定在支架及載重盤上
6. 使圓盤從靜止開始旋轉，測量不同角位移量並以碼錶記錄轉動時間
7. 用游標尺測量力臂r
8. 利用(b)、(c)式計算I支架
9. 驗證角加速度與外加力矩成正比:
10. 在載重盤上分別測量10g 20g 30g砝碼時所需時間
11. 利用(b)式求 ，再以τ為縱軸α為橫軸作圖

(C) 分析角加速度與轉動體質量的關係並驗證

1.載重盤放上20g砝碼

2.分別測量(a)圓盤(b)圓盤加圓環(c)兩個圓盤，記錄其轉動時間，再利用

(b)式求得角加速度α

3.利用之前實驗求得支架的轉動慣量

4.利用(c)式驗證 是否成立

(D) 驗證平行軸定理:

1.載重盤放上20g砝碼

2.(a)圓盤加一對1kg重圓柱體(放在d/2處，d為圓盤半徑)(b) 圓盤加一對250g重圓柱體(放在d處)，記錄其選轉一周之時間。

3. 使用游標尺量測旋轉半徑r,利用(c)式算出大圓柱之轉動慣量

4.利用前述理論部分計算(平行軸定理)，比較兩者之百分誤差。

**結果與討論：**詳細數據資料請參閱EXCEL檔

* 實驗(A):

1.我們在定力矩下依次測量轉動不同圈數下的時間，利用位移量與時間，再依公式(b)畫出線性回歸直線如下圖，而斜率為角加速度。 以 為橫軸，α為縱軸作圖，說明兩者關係轉動慣量 以 為橫軸，α為縱軸作圖，說明兩者關係

2.再利用公式(c)計算支架轉動慣量。

3.在(A)部分實驗中我們必須注意力臂的長度要非常精確，因為我發現

只要有一點點的誤差，計算差來的支架轉動慣量值就會影響非常大，此外實驗過程中在重盤與尼龍線千萬不要與桌子滑輪等等有接觸而產生擦力，造成實驗誤差。而另外要特別注意的是放手讓轉盤旋轉要格外小心，不要因為自己造成多餘的外力產生，造成時間變短會加長，而如果量測的時間與前一次有差0.5秒以上就必須重新測量。由於我們特別注重A部分實驗，因為接下來的B、C、D實驗都與A實驗有關，因此我們測量次數用了五次去平均計算，因此我們實驗誤差只有0.3%左右而已。

* 實驗(B):

1. 我們在相同角位移下測量不同外加力矩所需的時間，再依公式(b)，計算出角加速度。

2.計算出不同砝碼下的外加力矩，再由外加力矩和不同外加力矩下的角加速度作圖如下:

3.方程式中常數像極為小因此我們可視為0，因此證明了角加速度與外加力矩成正比。

4.在此實驗中要特別注意尼龍線使否有卡到，只要有卡到就會影響實驗的結果，另外就是要精準的是轉動一圈，不可多轉一點或少轉一點。

* 實驗(C):

1.我們在相同外加力矩下測量不同轉動慣量的剛體，再利用實驗A的支架轉動慣量，證明出轉動慣量與角加速度成反比。如底下附圖。

2.在此實驗我覺得誤差很大有15~25%的百分誤差，而我認為誤差大的可能原因有:圓盤的質量並不是書上寫的1kg和等等類似這樣的原因，而由於在這次的實驗我們都來不太及去量測各個轉動體質量，因此在此部分造成較大的誤差率。

3.經過這次實驗，我希望下次我們這組再接下來實驗能事先預習課本，對實驗更加熟悉，這樣就能避免作實驗來不及的原因，就能盡量去避免一些小細節造成的實驗物差。

* 實驗(D):

1.在這實驗我們要利用之前實驗A的支架轉動慣量來計算對稱軸非轉軸之剛體的轉動慣量，由於此實驗我們做錯了一部分，就是我們把圓柱體都放在d的位置，並不是一對在d/2的位置實驗和另一對放在d的位置實驗，因此我們做出來的結果有部分不是實驗課本要求的。

2.在此實驗物差稍稍大，大約有4~8%左右，而有這些誤差我認為是因為我們一樣沒有時間去量測大圓柱是否真的為1kg或者250g，此外我們手的外力造成的外加力矩都可能是此次實驗的誤差因素。

* 實驗(E):由於我們拍影片錯誤，

因此TRACKER計算出來的加速度值也是錯誤的，因此這部分我們無法比較。

**致謝：**感恩別組同學的建議，以及教授的提醒和數據檢驗

**參考文獻:**

1. http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/05%20Rotational%20Motion/Rotation%20Motion%20(TW)-20141103.pdf

2. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BD%89%E5%8B%95%E6%85%A3%E9%87%8F%E5%88%97%E8%A1%A8>

3. 成功大學普物實驗課本