**角加速度、外加力矩及轉動慣量之關係**

作者：張娟鳴(E94086107)

系別：工科系112

Email:gina25369@yahoo.com.tw

**摘要:**此實驗主要探討角加速度、外加力矩及轉動慣量三者之間的關係，從實驗中，我們可以瞭解理論值與實際值的差異，並得出以下結論：一、定力矩下角加速度為定值。二、角加速度與外加力矩成正比。三、在定力矩作用下，角加速度與轉動慣量成反比。四、平行軸定理為真。五、練習利用Tracker測量角加速度。

**關鍵字：**力矩、轉動慣量、角加速度、平行軸定理。

**介紹**

轉動慣量是一物體對其旋轉運動的慣性大小的量度，與人的生活有極大關係；因此，實驗藉轉盤旋轉、碼表計時，計算轉動體的角位移量以及時間、角加速度，再利用質量和半徑計算轉動慣量、秤盤砝碼來求外加力矩，以此觀察三者的關係。

**理論：**

（一）力矩與角加速度、轉動慣量之關係

當剛體繞固定轉軸時，可將物體細分為許多質點，再把每一質點質量乘上與轉軸的距離平方後，累加起來，稱作此剛體對某一固定轉軸的轉動慣量I，其關係式如下:

對一連續物體，可將其切割成無限多個極小的點，其質量皆為dm，每個質點到固定轉軸的距離為r，則轉動慣量I可表示成積分的形式：

由牛頓第二運動定律，可推出當物體受力矩作用時，滿足式子：τ=Iα

其中，τ為物體所受力矩，α為角加速度。

（二）規則物體轉動慣量、平行軸定理

下列幾種對稱物體之轉動慣量（其固定軸均為中心軸，M均為質量，R為半徑。）

1.質點：I=MR²

2.實心圓盤：I=MR²

3.實心圓柱：I=MR²

4.實心圓柱：通過中心，與長度垂直之軸的轉動慣量為I=MR²+ML² 其中，R為圓柱半徑，L為圓柱長度

5.圓環：I=M(²+²) 其中，為內半徑，為外半徑

6.薄圓環：I=MR²

7.實心球體：I=MR²

8.細棒：對通過中心，與長度垂直之軸的轉動慣量為I=ML² 其中，L為長度

平行軸定理

從剛體相對於質心軸所計算出的轉動慣量，可計算出該物平移至某一轉軸的轉動慣量，其值為

其中，L為兩平行軸之距離。

(三) 不規則物體之轉動慣量

形狀不規則之物體，其轉動慣量不易由切割後的積分求得。因此，我們對物體施固定力矩，使物體繞軸轉動，根據τ=Iα，物體將作等角加速度轉動。測量其從靜止至轉動θ角度所需的時間，再用下列公式求得角加速度α：

θ=αt²

接著測量物體所受力矩，即可求得該物體對轉軸之轉動慣量。

此次實驗中的支架，就屬不規則形狀之物體，在實驗中，我們可經由測量角加速度α，再由下列公式求得支架的轉動慣量：

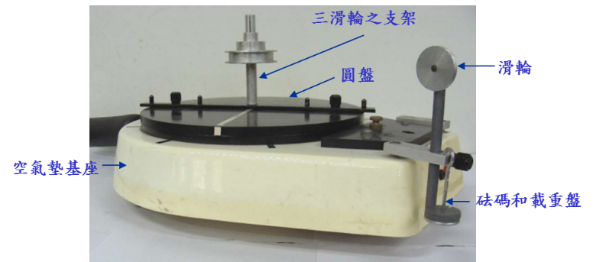
τ=I’α=(I+I支架)α=Fr=(mg-ma)r

其中，I’為總轉動慣量，I為扣除支架的轉動慣量，F為尼龍線所受張力，r為力臂，a=rα

**實驗過程**

（一）儀器

空氣墊基座、送風機、圓盤、圓環、滑輪、三滑輪之支架、碼表、水平儀、砝碼、游標尺、螺絲、載重盤、尼龍線、兩對圓柱體



圖一、實驗裝置圖

（二）步驟

調整空氣墊基座，使其保持水平；放上圓盤並調整，輕推圓盤使其以等角速度轉動，確保圓盤與基座無摩擦力。

（A）在定力矩下測量角加速度

1. 將三滑輪支架用短螺絲鎖在圓盤上
2. 將尼龍線固定在支架上，使一端通過滑輪，掛上載重盤
3. 轉動圓盤使尼龍線環繞支架上轉軸，直至載重盤掛勾接近滑輪下方
4. 使圓盤在載重盤重量所產生的例句作用下，由靜止開始轉動轉，以碼表紀錄轉動時間，重複五次
5. 改變轉動角度，重複步驟4之測量
6. 用游標尺測量力臂r，計算I支架

（B）驗證角加速度與外力矩成正比

1. 在載重盤上分別放上空盤、10g、20g、30g砝碼，使圓盤由靜止轉動一周，計算所需時間
2. 求角加速度後，再以τ為縱軸，α為橫軸作圖

（C）定力矩下，角加速度與轉動慣量之關係並驗證τ=I’α

1. 在載重盤上放砝碼20g
2. 分別使（a）圓盤（b）圓盤加圓環（c）兩個圓盤 從靜止轉動一圈，紀錄轉動時間
3. 計算角加速度，並將實驗（A）所得到的I支架分別與三種情況的轉動慣量相加得I’
4. 以為橫軸，α為縱軸作圖；測量力臂r，計算力矩τ=mgr
5. 驗證τ=I’α是否成立

（D）驗證平行軸定理

1. 在載重盤上放砝碼20g
2. 使（a）圓盤加一對1kg重圓柱體（圓柱體放處，d為圓盤半徑）（b）圓盤加一對250g重圓柱體（圓柱體放d處）由靜止轉動一圈，紀錄時間
3. 以測得時間計算角加速度，並測量力臂r，計算力矩
4. 利用τ=I’α計算I’，再以I’求出I，驗證平行軸定理是否吻合

（E）利用Tracker軟體測量物體角加速度，並將其與原本實驗比較

**結果與討論**

實驗（A）



表一、 定力矩下同一物體轉動不同角度所需的時間

圖二、 t²與2θ的關係圖，斜率為角加速度α。

將α帶回公式τ=(I+I支架)α=Fr=(mg-ma)r，得到I’= 111428.21。

依照講義給的數據，光是圓盤的轉動慣量就已大於I’的112500，如此計算I支架為負值，不合實驗結果。

對此，我推論實驗造成的誤差可能有：（1）鬆手時無意施加的外力（2）視差造成轉盤還沒到定位就停止計時（3）測量時基座移位，轉盤受到摩擦力（4）桌子和尼龍繩造成的摩擦力（5）並未再次確認圓盤的尺寸

第一點和第二點在同學提點後雖然進行修正，嘗試把秒數誤差控制在0.3秒內，但仍無法排除這部分造成的誤差；第三點和第四點是後來想到的，還沒有試著修正。

使用這組數據做後面的實驗，產生的誤差是在可接受範圍內，我猜測或許是I比書上的小，又或者我們還是沒有調整好，以致累積的小失誤造成結果上的錯誤。

實驗（B）

表二、 不同力矩轉動相同圈數所需時間

圖三. 力矩與α的關係圖，得到回歸線y = 94918x + 558.54

由於558.54在以萬為單位的y軸下顯得很小，因此可視其通過原點，角加速度與外加力矩成正比。

在此實驗，我們要注意不能讓尼龍繩與滑輪卡到，也不可讓砝碼碰地（在一開始就要多轉幾圈繩子）；此外，若要增加精準度的話，可以在空氣坐上做記號，讓圓盤是精準地轉過一圈，不多也不少。

實驗（C）



表三.、相同外力矩下，不同轉動慣量轉動相同圈數所需時間

圖四.、與α的關係圖

圖中常數項值極小，我們可將和α視為正比。

首先，在這個實驗內，我們犯了一個錯誤；我們誤以為它是要我們掛20g的物品，因此放在上頭的砝碼只有10g（實際上要20g），因此我們做出來的加速度和時間都會比較長，在回歸直線內的算式y = 23132x - 0.0033，其斜率23132也較接近我們的力矩20055.07，而非書中的30000。

在實驗C，我們起初只放砝碼架就開始做實驗，後來發現圓盤慢到快動不了了才調整掛重（然而還是放錯），掛重不夠重會造成轉動時間過長，圓盤遭受摩擦力也會變大，這可能是造成我們實驗誤差的原因。

實驗（D）

表四. 測量圓盤加上圓柱後轉動一圈的所需時間

我們的實驗D和C一樣是用20g的掛重，我們將算出的I值扣除由實驗A得到的I’（ 111428.21），得到的圓柱I分別是59346.26和56187.03，與理論值60031.25、56531.25相去不遠，驗證平行軸定理成立。

但我們沒有確認圓柱的尺寸和質量，我認為確認能讓我們對數據更有概念。

實驗（E）

此實驗我們是選擇拍攝實驗A作為分析基礎，然而，我們在第一周來不及做完，實驗A的數據有些是第二周測的，造成有幾個地方相差較大。(詳見附錄)

藉由實驗E，我發現在在正常情況下，使用Tracker的數據會比較密集，有助於增加實驗精確度。然而，因為分析和計時的人不同，所取的參考點會有差，造成有的可能轉動許久才開始記錄；這時轉盤已有初速，記錄到的角加速度會變大，可能增加誤差。

但是，因為第一周有的數據可能有施加外力，所以我並不知道究竟是A數據還是E數據比教接近正確值。

**致謝：**謝謝別組同學的建議及教授的提醒和數據檢驗

**參考文獻**

1. [成功大學普通物理實驗室](http://gplab.phys.ncku.edu.tw/course/first/)

2. [維基百科-轉動慣量](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BD%89%E5%8B%95%E6%85%A3%E9%87%8F)

3. [成功大學普物實驗課本](https://moodle.ncku.edu.tw/pluginfile.php/1426276/mod_resource/content/0/EXP_10801%E4%B8%AD%E6%96%87%E8%AC%9B%E7%BE%A9PDF.pdf)

**附錄** [完整數據](https://drive.google.com/open?id=17ppyro9dB_-l_cRSq4EYsiEqxOJSf6CS)