

Nama : Annisa Charisma Wijayanti  
NIM : 211220122140086  
Mata Kuliah : Metode Numerik – Kelas D  
Jurusan : Teknik Komputer  
Link Github : [https://github.com/annisacharisma/Implementasi-Interpolasi\\_Annisa-Charisma-Wijayanti\\_Metode-Numerik](https://github.com/annisacharisma/Implementasi-Interpolasi_Annisa-Charisma-Wijayanti_Metode-Numerik)

## IMPLEMENTASI INTERPOLASI

Diinginkan aplikasi untuk mencari solusi dari problem pengujian yang memperoleh data terbatas (data terlampir) dengan interpolasi masing-masing menggunakan metode:

1. polinom Langrange
2. polinom Newton

Tugas mahasiswa:

1. Mahasiswa membuat kode sumber dengan bahasa pemrograman yang dikuasai untuk mengimplementasikan solusi di atas
2. Sertakan kode testing untuk menguji kode sumber tersebut untuk menyelesaikan problem dalam gambar. Plot grafik hasil interpolasi dengan  $5 \leq x \leq 40$
3. Mengunggah kode sumber tersebut ke Github dan setel sebagai publik. Berikan deskripsi yang memadai dari project tersebut
4. Buat dokumen docx dan pdf yang menjelaskan alur kode dari (1), analisis hasil, dan penjabarannya.

- Sebuah pengukuran fisika telah dilakukan untuk menentukan hubungan antara tegangan yang diberikan kepada baja tahan-karat dan waktu yang diperlukan hingga baja tersebut patah. Delapan nilai tegangan yang berbeda dicobakan, dan data yang dihasilkan adalah

Tegangan, $x$ (kg/mm <sup>2</sup> )	5	10	15	20	25	30	35	40
Waktu patah, $y$ (jam)	40	30	25	40	18	20	22	15

## 1. Polinom Langrange

Metode Lagrange disukai karena konsepnya sederhana. Namun, secara komputasi metode ini kurang efisien dibanding metode Newton. Secara umum derajat  $\leq n$  untuk  $(n+1)$  titik berbeda, persamaan polinom Lagrange dirumuskan:

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i L_i(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) + \dots + a_n L_n(x)$$

$$\text{dimana } L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \text{ dan } a_i = y_i$$

Source Code:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Lagrange Interpolation
def lagrange_interpolation(x, y, x_val):
    n = len(x)
    result = 0
    for i in range(n):
        term = y[i]
        for j in range(n):
            if j != i:
                term *= (x_val - x[j]) / (x[i] - x[j])
        result += term
    return result

# input data
arr_x = np.array([5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40])
arr_y = np.array([40, 30, 25, 40, 18, 20, 22, 15])

# The x value for which y needs to be interpolated
x_val = 12

# Compute the interpolated value at x_val
y_val = lagrange_interpolation(arr_x, arr_y, x_val)
print(f"Hasilnya adalah: {y_val}")

# Plotting the results
x_vals = np.linspace(min(arr_x), max(arr_x), 100)
y_vals = [lagrange_interpolation(arr_x, arr_y, x) for x in x_vals]

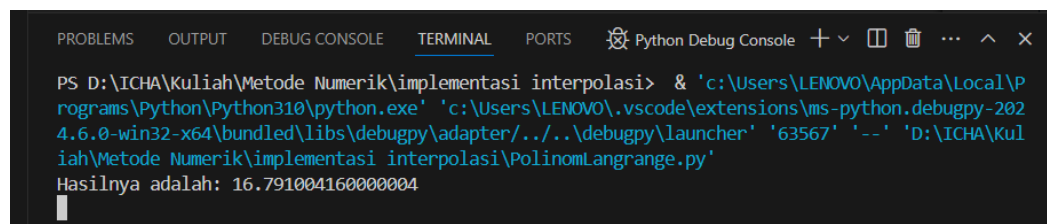
plt.plot(arr_x, arr_y, 'o', label='Data points')
plt.plot(x_vals, y_vals, label='Lagrange interpolation')
plt.axvline(x_val, color='r', linestyle='--',
            label=f'Interpolated x = {x_val}')
plt.axhline(y_val, color='g', linestyle='--',
            label=f'Interpolated y = {y_val:.2f}')
```

```
plt.legend()
plt.xlabel('Tegangan, x (Kg/mm^2)')
plt.ylabel('Waktu patahan, y (jam)')
plt.title('Lagrange Interpolation')
plt.grid(True)
plt.show()
```

#### Penjelasan Source Code:

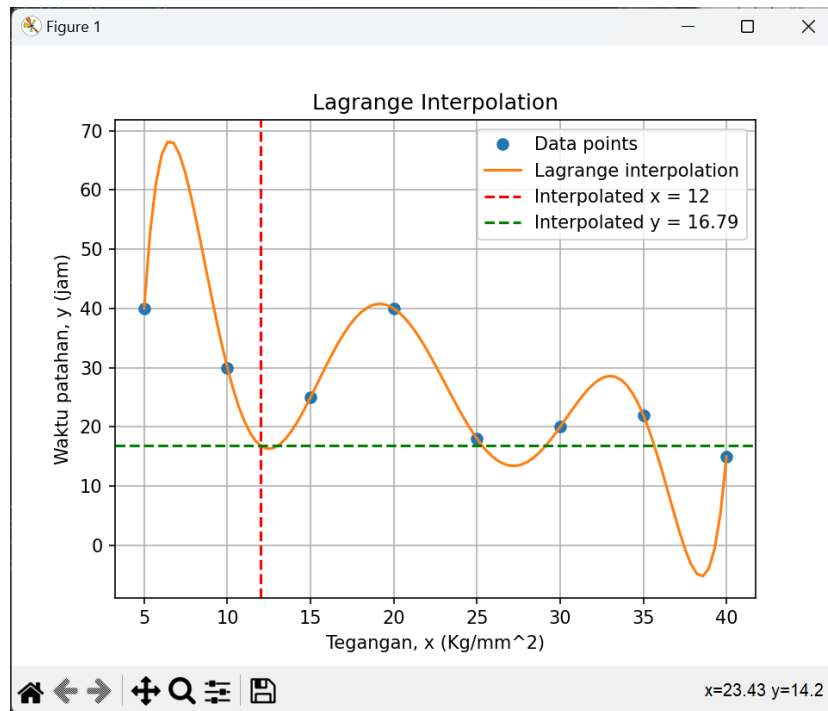
- Fungsi `lagrange_interpolation` menerima tiga parameter, yaitu `x` yang berisi nilai-nilai `x` dari data titik, `y` array dari nilai-nilai `y` yang sesuai, dan `x_val` adalah nilai `x` yang ingin dicari nilai interpolasinya. Fungsi ini menghitung nilai interpolasi dengan membentuk polinom Lagrange. Setiap iterasi dalam fungsi menghitung sebuah polinom basis Lagrange untuk setiap titik data, yang kemudian digunakan untuk membentuk polinom interpolasi akhir.
- Selanjutnya mendefinisikan dua array `arr_x` dan `arr_y` yang berisi data nilai dari input yang diberikan.
- Menentukan nilai `x` pada titik yang ingin dihitung interpolasi nilai `y` nya menggunakan fungsi `x_val`
- Selanjutnya memanggil fungsi `lagrange_interpolation` dengan data titik dan `x_val` untuk menghitung nilai `y` yang diinterpolasi pada `x_val`. Hasil ini disimpan dalam `y_val`.
- Untuk visualisasi, nilai-nilai `x` dalam rentang minimum dan maksimum `arr_x` dibuat dalam array `x_vals` menggunakan `np.linspace`.
- Plot grafik dibuat menggunakan `matplotlib`, yang menampilkan titik-titik data asli, kurva interpolasi Lagrange, serta garis-garis vertikal dan horizontal untuk menunjukkan titik interpolasi `x_val` dan nilai `y` yang diinterpolasi.

#### Hasil:



```
PROBLEMS  OUTPUT  DEBUG CONSOLE  TERMINAL  PORTS  Python Debug Console  + - □ □ □ ... ^ ×

PS D:\ICHA\Kuliah\Metode Numerik\implementasi interpolasi> & 'c:\Users\LENOVO\AppData\Local\Programs\Python\Python310\python.exe' 'c:\Users\LENOVO\.vscode\extensions\ms-python.debugpy-2024.6.0-win32-x64\bundled\libs\debugpy\adapter\..\debugpy\launcher' '63567' '--' 'D:\ICHA\Kuliah\Metode Numerik\implementasi interpolasi\PolinomLagrange.py'
Hasilnya adalah: 16.791004160000004
```



#### Analisis Hasil:

Plot hasil interpolasi menggunakan metode polinom Lagrange memperlihatkan titik data yang ditunjukkan oleh lingkaran biru pada grafik. Kurva interpolasi Lagrange, yang digambarkan dengan garis oranye, melewati atau mendekati setiap titik data. Grafik tersebut menggambarkan bagaimana polinom interpolasi Lagrange mampu mencocokkan titik data yang diberikan. Pada  $x=12$ , nilai  $y$  yang diinterpolasi adalah sekitar 16.79. Sehingga berdasarkan data yang tersedia, waktu patahan yang diperkirakan untuk tegangan 12 Kg/mm<sup>2</sup> adalah sekitar 16.79 jam.

## 2. Polinom Newton

Persamaan polinomial pada Newton memudahkan komputasi karena fungsinya bisa disederhanakan dengan cara faktorisasi. Metode ini menggunakan konsep perbedaan terbagi (divided differences) untuk membangun polinom interpolasi secara iteratif. Interpolasi polinom Newton dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$$

Koefisien  $a_i$  adalah perbedaan terbagi yang dihitung dengan:

- $a_0 = f[x_0]$
- $a_1 = f[x_1, x_0]$
- $\vdots$
- $a_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0]$

Perbedaan terbagi ( $f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0]$ ) dihitung sebagai:

- $f[x_0] = y_0$
- $f[x_1, x_0] = \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0}$
- $f[x_2, x_1, x_0] = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0}$
- $\vdots$

Source Code:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Newton Interpolation
def newton_interpolation(x, y, x_val):
    n = len(y)
    # Create a divided difference table
    coef = np.zeros([n, n])
    coef[:, 0] = y

    for j in range(1, n):
        for i in range(n - j):
            coef[i][j] = (coef[i + 1][j - 1] - coef[i][j - 1]) /
(x[i + j] - x[i])

    # Evaluate the interpolation polynomial at x_val
    result = coef[0, 0]
    product_term = 1
    for i in range(1, n):
        product_term *= (x_val - x[i - 1])
        result += coef[0, i] * product_term

    return result

# input data
arr_x = np.array([5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40])
arr_y = np.array([40, 30, 25, 40, 18, 20, 22, 15])

# The x value for which y needs to be interpolated
x_val = 12

# Compute the interpolated value at x_val
y_val = newton_interpolation(arr_x, arr_y, x_val)
print(f"Hasilnya adalah: {y_val}")

# Plotting the results
x_vals = np.linspace(min(arr_x), max(arr_x), 100)
y_vals = [newton_interpolation(arr_x, arr_y, x) for x in x_vals]

plt.plot(arr_x, arr_y, 'o', label='Data points')
plt.plot(x_vals, y_vals, label='Newton interpolation')
plt.axvline(x_val, color='r', linestyle='--', label=f'Interpolated
x = {x_val}')
plt.axhline(y_val, color='g', linestyle='--', label=f'Interpolated
y = {y_val:.2f}')
```

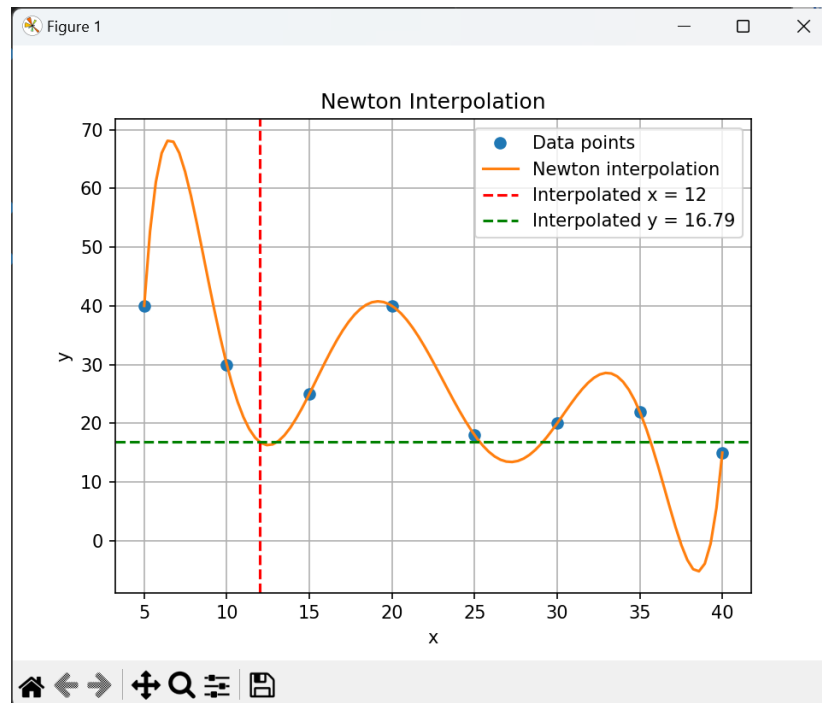
```
plt.legend()
plt.xlabel('Tegangan, x (Kg/mm^2)')
plt.ylabel('Waktu patahan, y (jam)')
plt.title('Newton Interpolation')
plt.grid(True)
plt.show()
```

#### Penjelasan Source Code:

- Fungsi `newton_interpolation` digunakan untuk menghitung nilai interpolasi menggunakan metode Newton. Fungsi tersebut menerima tiga parameter, yaitu `x` : array yang berisi titik-titik `x` (independen), `y` array yang berisi titik-titik `y` (dependen), dan `x_val` adalah nilai `x` yang ingin diinterpolasi.
- Inisialisasi '`n`' adalah panjang array `y`, dan `coef` adalah tabel perbedaan terbagi (divided difference table) yang diinisialisasi sebagai matriks nol dengan ukuran `n x n`.
- Selanjutnya, tabel perbedaan terbagi dihitung melalui loop ganda yang mengisi tabel `coef` dengan perbedaan terbagi.
- Setelah itu, nilai interpolasi di `x_val` dihitung dengan cara menginisialisasi variabel `result` dengan nilai `coef[0, 0]` dan kemudian mengalikan produk dari  $(x\_val - x[i - 1])$  serta menambahkan kontribusi dari setiap koefisien ke dalam `result`. Fungsi ini kemudian mengembalikan nilai interpolasi di `x_val`.
- Lalu mendefinisikan dua array `arr_x` dan `arr_y` yang berisi data nilai dari input yang diberikan
- Menentukan nilai `x` pada titik yang ingin dihitung interpolasi nilai `y` nya menggunakan fungsi `x_val`
- Menggunakan fungsi `newton_interpolation` untuk menghitung nilai interpolasi di `x_val` dan mencetak hasilnya.
- Untuk memvisualisasikan hasil, rentang nilai `x` dibuat dari nilai minimum hingga maksimum `arr_x` menggunakan `np.linspace`. Nilai `y` untuk rentang `x` tersebut dihitung dengan menerapkan fungsi `newton_interpolation` pada setiap nilai dalam `x_vals`. Plot titik-titik data asli dan hasil interpolasi dibuat menggunakan `plt.plot`. Garis vertikal pada `x_val` dan garis horizontal pada `y_val` ditambahkan untuk menandai nilai interpolasi.

Hasil:

```
PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS Python Debug Console + - [ ] [X] ... ^ X
PS D:\ICHA\Kuliah\Metode Numerik\implementasi interpolasi> & 'c:\Users\LENOVO\AppData\Local\Programs\Python\Python310\python.exe' 'c:\Users\LENOVO\.vscode\extensions\ms-python.debugpy-2024.6.0-win32-x64\bundle\libs\debugpy\adapter\..\..\debugpy\launcher' '63525' '--' 'D:\ICHA\Kuliah\Metode Numerik\implementasi interpolasi\PolinomNewton.py'
Hasilnya adalah: 16.79100416
```



#### Analisis Hasil:

Source code tersebut menghasilkan nilai  $y$  yang diinterpolasi pada  $x=12$  sebagai 16.79100416. Gambar yang dihasilkan menunjukkan hasil interpolasi menggunakan metode polinom Newton. Titik-titik data asli ditunjukkan oleh lingkaran biru pada grafik. Kurva hasil interpolasi Newton ditunjukkan oleh garis oranye yang melewati atau mendekati setiap titik data. Grafik ini menggambarkan bagaimana polinom interpolasi Newton cocok dengan titik-titik data yang diberikan. Pada  $x=12$ , nilai  $y$  yang diinterpolasi adalah sekitar 16.79. Berdasarkan data yang diberikan, perkiraan waktu patahan untuk tegangan 12 Kg/mm<sup>2</sup> adalah sekitar 16.79 jam. Hasil yang diberikan hampir sama dengan menggunakan metode polinom lagrange.