

Nama : Annisa Kemala Sari

NIM : 10219099

PR 02 Simulasi dan Pemodelan Sistem Fisis FI4002

Diberikan sebuah ilustrasi

Sebuah partikel bermuatan  $q$  bergerak dengan kecepatan  $\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$  dalam ruang bermedan magnetic konstan.  $\vec{B} = -\hat{k}B_z$  Tentukan gerak partikel nya

- Tentukan Hukum Newton nya
- Tentukan persamaan diferensial terkopel antara kecepatan pada kedua arah
- Selesaikan kedua persamaan diferensial sehingga dapat diperoleh  $v_x(t)$  ,  $v_y(t)$  ,  $x(t)$  , dan  $y(t)$   
Lakukan secara teori
- Bagaimana solusi numerik nya
- Bandingkan hasil kedua pendekatan teori dan numerik

Jawaban

a.  $\sum F = m \frac{d\vec{v}}{dt}$  (1)

$$q\vec{v} \times \vec{B} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2)$$

Substitusikan persamaan pada soal ke persamaan (2)

$$q(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) \times (-\hat{k}B) = m \frac{d\vec{v}}{dt} (v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) \quad (3)$$

$$Bv_x(\hat{j}) - Bv_y(\hat{i}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (4)$$

$$B(v_x\hat{j} - v_y\hat{i}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (5)$$

$$\frac{B}{m}(v_x\hat{i} - v_y\hat{j})q = \left(\frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j}\right) \quad (7)$$

- b. Untuk sumbu y

$$-\frac{qB}{m}v_y = \frac{dv_x}{dt} \quad (8)$$

Untuk sumbu x

$$\frac{qB}{m}v_x = \frac{dv_y}{dt} \quad (9)$$

- c. Diferensialkan persamaan (8) dan (9)

$$\frac{-qB_z}{m} \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2v_x(t)}{dt^2} \quad (10)$$

$$\frac{qB_z}{m} \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2v_y(t)}{dt^2} \quad (11)$$

Kemudian substitusikan persamaan (9) ke persamaan (10)

$$-\left(\frac{qB_z}{m}\right)^2 v_x(t) = \frac{d^2 v_x(t)}{dt^2} \quad (12)$$

Lalu substitusikan persamaan 8 ke persamaan (11)

$$-\left(\frac{qB_z}{m}\right)^2 v_y(t) = \frac{d^2 v_y(t)}{dt^2} \quad (13)$$

Solusi persamaan diferensial orde 2 adalah

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -a^2 x \quad (14)$$

$$\text{Maka, } x(t) = A_1 \cos(\alpha t) + A_2 \sin(\alpha t) \quad (15)$$

Sehingga memiliki solusi

$$V_x(t) = k_1 \cos\left(\frac{qB_z}{m} t\right) + k_2 \sin\left(\frac{qB_z}{m} t\right) \quad (16)$$

$$V_y(t) = k_3 \cos\left(\frac{qB_z}{m} t\right) + k_4 \sin\left(\frac{qB_z}{m} t\right) \quad (17)$$

Kemudian dapat dituliskan sebagai berikut

$$V_x(t) = A \sin\left(\frac{qB_z}{m} t + \phi\right) \quad (18)$$

$$V_y(t) = -A \cos\left(\frac{qB_z}{m} t + \phi\right) \quad (19)$$

Keterangan

A = amplitude

$\phi$  = beda fasa