

Задача 7.3

In [1]:

```
import numpy as np
import math as mth
import scipy.optimize as opt
import scipy.stats as sps
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

Сопряженным распределением для нормального распределение является нормальное.

В данном случае для априорного распределения $a = 0$ и по правилу двух сигм $\sigma^2 = 0.25$

Байесовская оценка - $\frac{a + \sigma^2 \sum X_i}{1 + n\sigma^2}$.

Оценка максимального правдоподобия - \bar{X} .

In [2]:

```
def bayes(sample):
    return (np.sum(sample)*0.25)/(0.25*len(sample) + 1)

def var(sample):
    return np.average(sample**2) - np.average(sample)**2
```

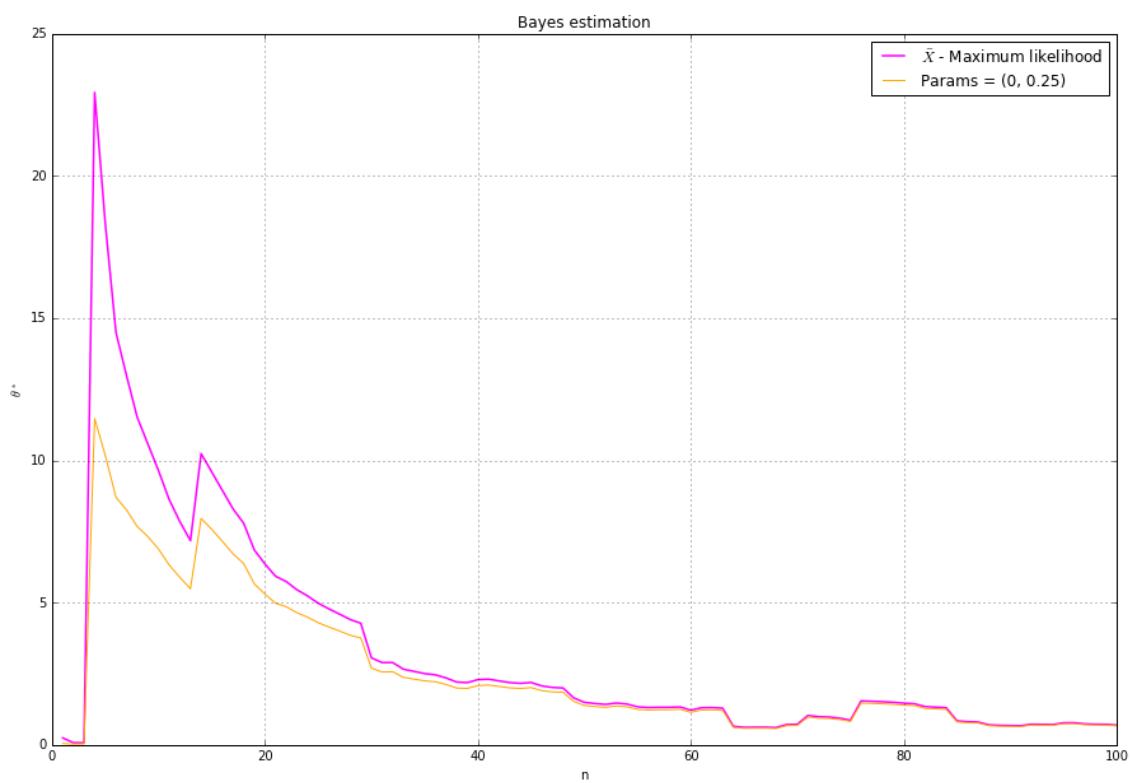
In [3]:

```
sample = np.random.standard_cauchy(size = 100)
```

Построение графиков абсолютного отклонения байесовских оценок с различными параметрами априорного распределения от истинного значения параметра

In [4]:

```
grid = np.arange(1, 101)
plt.figure(figsize = (15,10))
plt.plot(grid, [np.abs(sample[:n].mean()) for n in grid] ,color='magenta',
linewidth=1.5,\label = r'$\bar{x}$ - Maximum likelihood')
plt.plot(grid, [np.abs(bayes(sample[:n])) for n in grid],color='orange', linewidth=1,\label = 'Params = (0, 0.25)')
#plt.ylim(0, 1)
plt.title('Bayes estimation')
plt.legend()
plt.grid()
plt.xlabel("n")
plt.ylabel(r"$\hat{\theta}$")
plt.show()
```



На графике видно, что байесовская оценка ведет себя как оценка максимального правдоподобия, а также что при больших n эти оценки неплохо оценивают параметр, что очень хорошо, так как распределение Коши очень противное(у него нет ни матожидания, ни дисперсии)