

Задача 9.3

In [22]:

```
import numpy as np
from scipy import optimize
import scipy.stats as sps
from math import sqrt
from numpy.linalg import inv
import pandas as pd
import random
import matplotlib.pyplot as plt
```

In [5]:

```
sample = sps.norm.rvs(size = 100)
gamma = 0.95
alpha = 1 - gamma
```

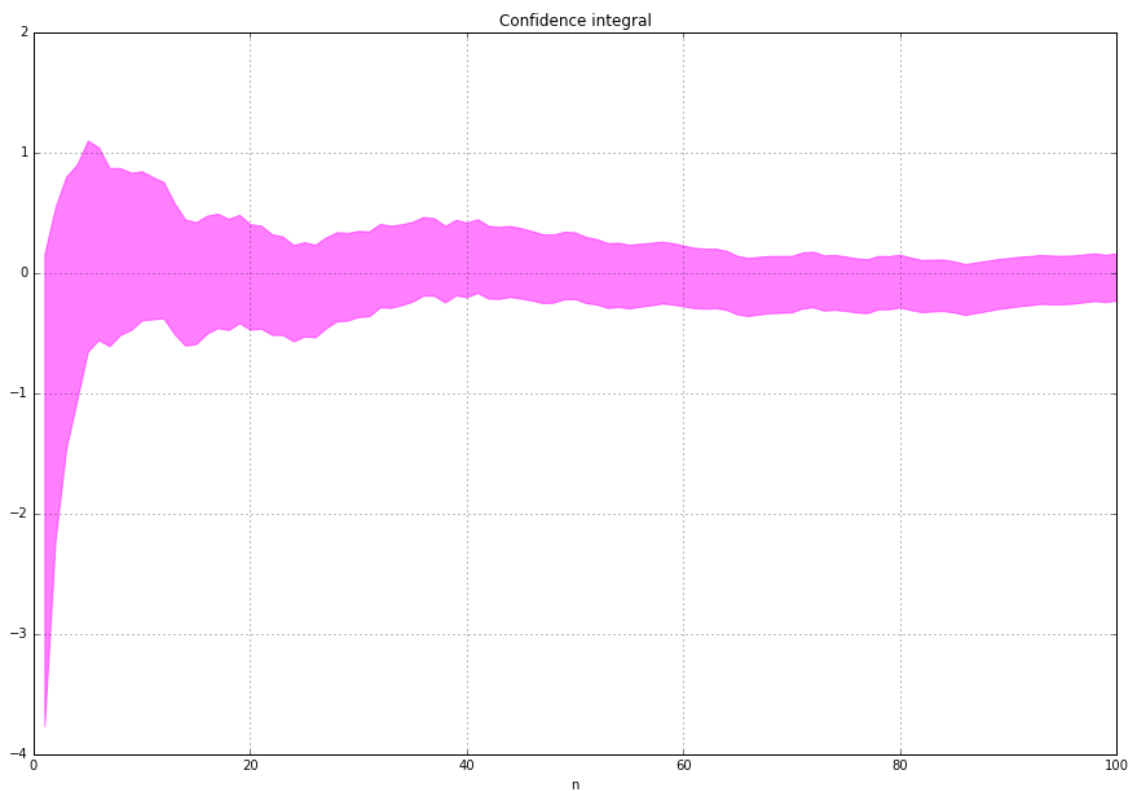
Для a при известном σ^2

$$P\left(\bar{X} - z_{1-\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

z_α - квантили нормального распределения

In [16]:

```
%matplotlib inline
min = list()
max = list()
grid = np.arange(1, 101)
for n in grid:
    min.append(sample[:n].mean()-sps.norm.ppf(1-alpha/2)/sqrt(n))
    max.append(sample[:n].mean()+sps.norm.ppf(1-alpha/2)/sqrt(n))
plt.figure(figsize=(15, 10))
plt.title("Confidence integral")
plt.fill_between(grid, min, max, color='magenta', alpha=0.5)
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()
```



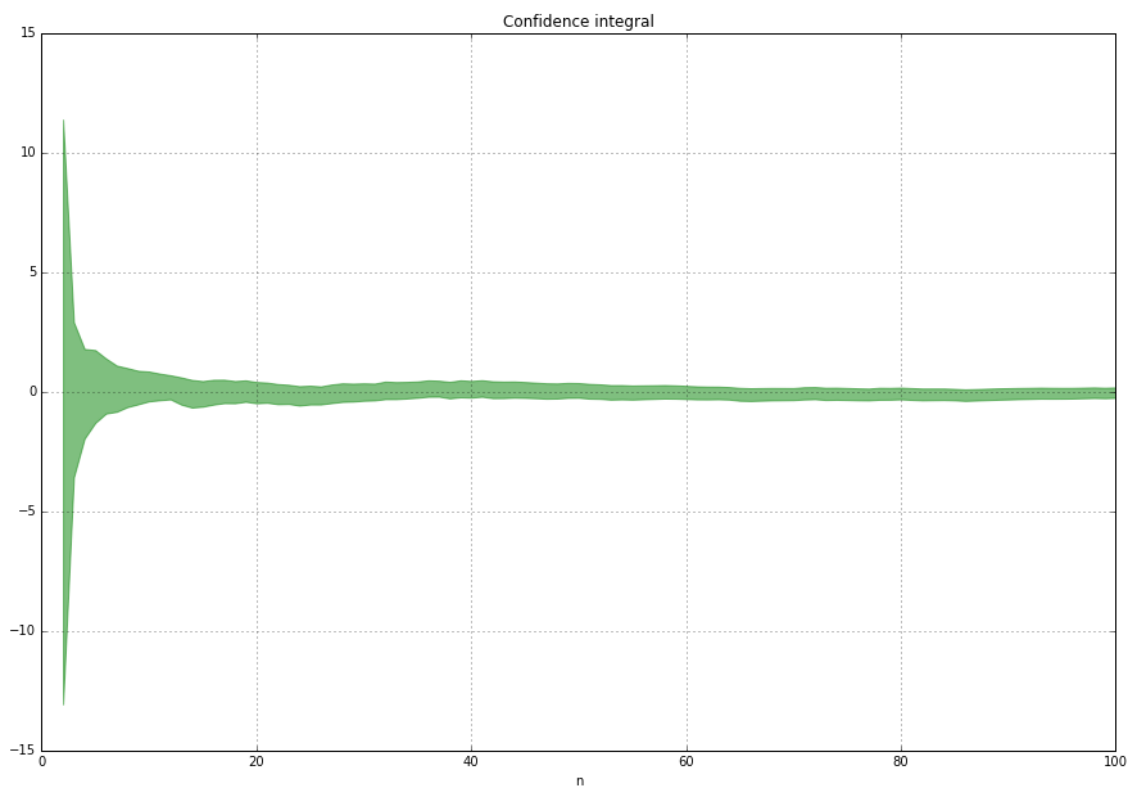
Для a при неизвестном σ^2

$$P(\bar{X} - t_{1-\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{X} + t_{1-\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

S - несмещенное стандартное отклонение $\sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$ $t_{\alpha, n-1}$ - α квантиль распределения Стьюдента

In [23]:

```
min = list()
max = list()
for n in grid:
    min.append(sample[:n].mean()-sps.t.ppf(1-alpha/2, n-1)*sps.tstd(sample[:n])/sqrt(n))
    max.append(sample[:n].mean()+sps.t.ppf(1-alpha/2, n-1)*sps.tstd(sample[:n])/sqrt(n))
plt.figure(figsize=(15, 10))
plt.title("Confidence integral")
plt.fill_between(grid, min, max, color='green', alpha=0.5)
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()
```



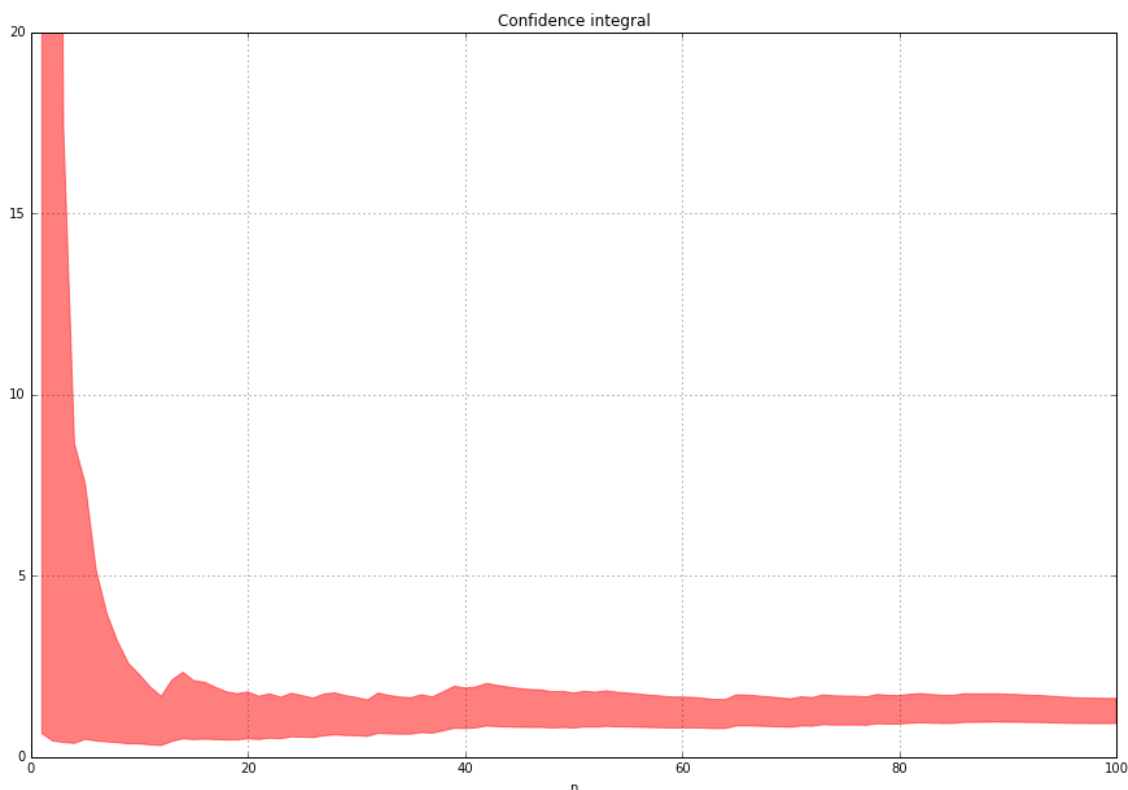
Для σ^2 при известном α

$$P\left(\frac{\sum x_i^2}{\chi_{(1+\alpha)/2,n}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{\sum x_i^2}{\chi_{(1-\alpha)/2,n}^2}\right) = \alpha$$

$\chi_{\alpha,n}^2$ - квантили распределения $\chi^2(n)$

In [34]:

```
alpha=gamma
min = list()
max = list()
for n in grid:
    min.append(sum([i**2 for i in sample[:n]])/sps.chi2.ppf((1+alpha)/2,
n))
    max.append(sum([i**2 for i in sample[:n]])/sps.chi2.ppf((1-alpha)/2,
n))
plt.figure(figsize=(15, 10))
plt.title("Confidence integral")
plt.fill_between(grid, min, max, color='red', alpha=0.5)
plt.xlabel("n")
plt.ylim((0, 20))
plt.grid()
plt.show()
```

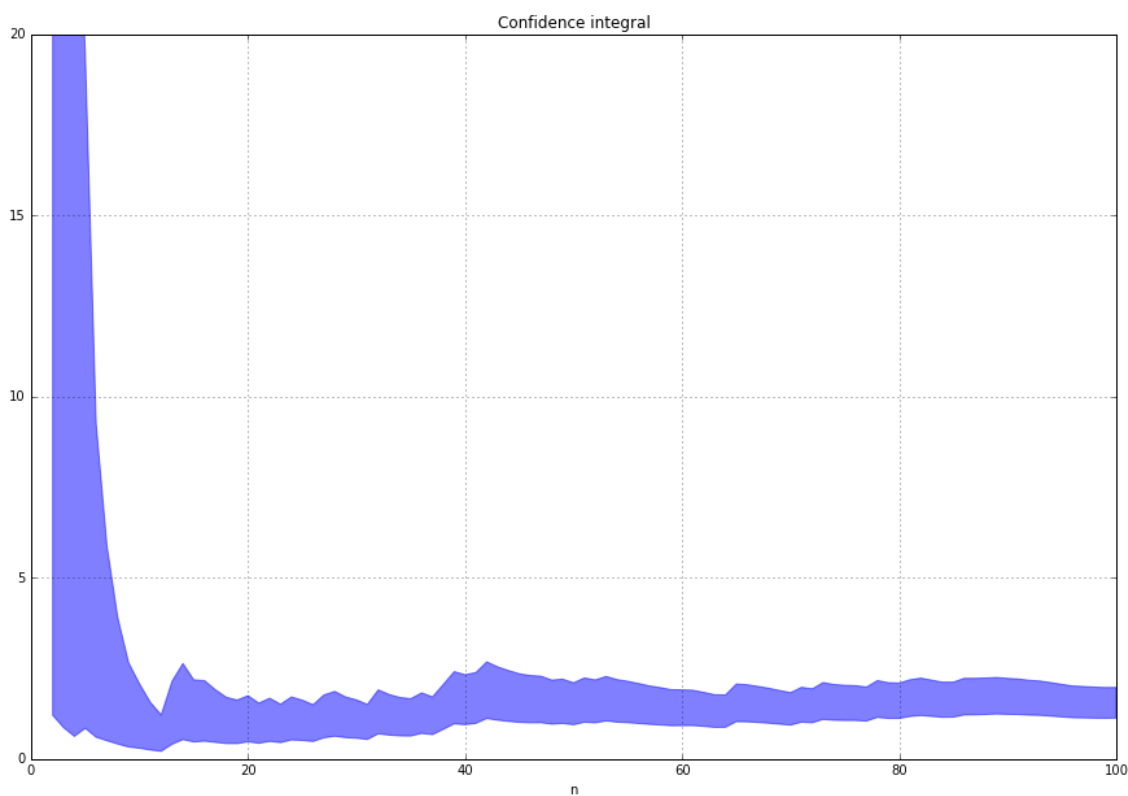


Для σ^2 при неизвестном α

$$P\left(\frac{\sum x_i^2 S^2}{\chi_{(1+\alpha)/2,n-1}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{\sum x_i^2 S^2}{\chi_{(1-\alpha)/2,n-1}^2}\right) = \alpha$$

In [33]:

```
min = list()
max = list()
for n in grid:
    min.append(sum([i ** 2 for i in sample[:n]])*sps.tstd(sample[:n]) ** 2 /
sps.chi2.ppf((1+alpha)/2, n-1))
    max.append(sum([i ** 2 for i in sample[:n]])*sps.tstd(sample[:n]) ** 2 /
sps.chi2.ppf((1-alpha)/2, n-1))
plt.figure(figsize=(15, 10))
plt.title("Confidence integral")
plt.fill_between(grid, min, max, color='blue', alpha=0.5)
plt.xlabel("n")
plt.ylim((0, 20))
plt.grid()
plt.show()
```



Если известен второй параметр распределения, доверительный интервал для первого получается уже.

In []: