4.3.

$E_B = \min\{P(1|x), P(0|x)\}$ — байесовский классиф.

Ошибка 1NN:

$E_N = P(y \neq y_n) = P(0|x)P(1|x_n) + P(1|x)P(0|x_n)$ *(по независимости принадлежности x и x_n)

при $n \to \infty$ расстояние м/у x и x_n стремится к 0 а так как ф-ции условных вероятностей непрерывны, то $\boxed{P(i|x_n) \xrightarrow[n\to\infty]{} P(i|x), \; i \in \{0,1\}}$

Тогда:

$E_N \xrightarrow[n\to\infty]{} P(0|x)P(1|x) + P(1|x)P(0|x)$

$= 2\underbrace{P(0|x)}_{\leq 1}\underbrace{P(1|x)}_{\leq 1} \leq 2\min\{P(0|x), P(1|x)\}$

$= 2E_B$

Итак, для одного объекта $E_N \leq 2E_B$

$\Rightarrow$ Для выборки р-ра V

$E_N^V = E_N \cdot V \leq 2E_B \cdot V = 2E_B^V$.

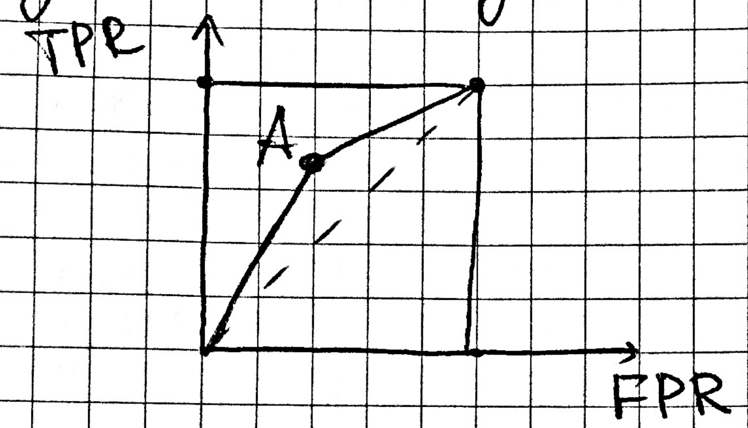
+7 (495) 995-15-80 ГРУППА Ортикон® www.orticongroup.ru

4.2.

$a(x) = 1$ с вер. p

$a(x) = 0$ с вер. $(1-p)$

Пусть c – доля класса 1.



Рассмотрим координаты т. A:

$$TPR = \frac{tp}{tp+fn} \qquad FPR = \frac{fp}{fp+tn}$$

$$tp \approx pc \qquad tn \approx (1-p)(1-c)$$

$$fp \approx p(1-c) \qquad fn \approx (1-p)c$$

$$TPR = \frac{pc}{c} = p$$

$$FPR = \frac{p(1-c)}{(1-c)(p+1-p)} = p$$

$\Rightarrow$ A имеет координаты (p, p) $\Rightarrow$ лежит на диагонали

$\Rightarrow$ в среднем ROC-AUC $= \frac{1}{2}$

ГРУППА Ортикон®
+7 (495) 995-15-80
www.ortic

4.1

$$P(x^{(k)}|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x^{(k)}-\mu_{y_k})^2}{2\sigma^2}}, \quad k = 1, \dots, n$$

В наивном байесовском классификаторе

$$y = \arg\max\{P(y|\vec{x})\} =$$

$$\arg\max\left\{\frac{P(y)}{P(\vec{x})} P(\vec{x}|y)\right\}$$

$P(y)$ - одинаковы для всех классов

$\to \frac{P(y)}{P(\vec{x})}$ - не зав. от y $\Rightarrow$

нужно максимизировать

$$P(\vec{x}|y) =$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^n e^{-\frac{\sum_k (x^{(k)}-\mu_{y_k})^2}{2\sigma^2}}$$

Максимум достигается тогда, когда $\sum_k (x^{(k)}-\mu_{y_k})^2$ достигает min, а это и есть выражение для квадрата расстояния м/у x и μ_y.

ГРУППА