

# **Semesterarbeit**

# Sallen-Key Bandpassfilter

Erik Haubrich und Marco Müller





#### 1. Vorwort

In der modernen Elektronik spielt die Filtertechnik eine entscheidende Rolle bei der Verarbeitung und Manipulation von Signalen. Filter werden verwendet, um unerwünschte Frequenzkomponenten zu unterdrücken und gewünschte Frequenzbereiche zu verstärken oder zu isolieren. Diese Werte wurden unter idealisierten Bedingungen berechnet und können in der Praxis abweichen.

Der Sallen-Key Bandpassfilter ist ein aktiver Filter, der sowohl Hoch- als auch Tiefpassfilterstufen kombiniert, um ein bestimmtes Frequenzband durchzulassen und alle anderen Frequenzen zu unterdrücken. Dieses Projekt zielt darauf ab, einen solchen Filter zu entwickeln.

Die folgende Arbeit beschreibt die schrittweise Entwicklung dieses Filters, beginnend mit der theoretischen Bestimmung der Übertragungsfunktionen, über die Dimensionierung und Simulation der Schaltung, bis hin zur praktischen Umsetzung und Vermessung. Ziel ist es, ein tiefgehendes Verständnis für die Funktionsweise und die Herausforderungen bei der Entwicklung von Sallen-Key Bandpassfiltern zu erlangen.



# 2. Inhaltsverzeichnis:

3.1	Вє	Bestimmen der Übertragungsfunktionen f(p)		
3.2	Dimensionieren der Schaltung			
3.3	Darstellen der Übertragungsfunktion			
3.4	Simulation der Schaltung			
3.5	3.5 Stabilität der Schaltung			
3.6	Αι	ufbauen und Ausmessen der Schaltung	2	
3.7	Ei	nschwingverhalten	2	
4.1	Ве	estimmen der Übertragungsfunktionen f(p)	3	
4.′	1.1	Tiefpass 1. und 2. Ordnung	3	
4.′	1.2	Hochpass 1. und 2. Ordnung	4	
4.′	1.3	Filter 3. Ordnung	5	
4.2	Di	mensionieren der Schaltung	5	
4.3	Da	arstellen der Übertragungsfunktion	6	
4.3.1 Tiefpass		Tiefpass	6	
4.3	3.2	Hochpass	6	
4.3	3.3	Bandpass	8	
4.4	Si	mulation der Schaltung	9	
4.5	St	abilität der Schaltung	10	
4.6	Αι	Aufbauen und Ausmessen der Schaltung11		
4.7	Ve	Vergleich der Messung und Simulation1		
4.8	Einschwingverhalten			
4.9	Fazit			
5.1	Ab	Abbildungsverzeichnis		
5.2	Fo	Formelverzeichnis		
5.3	Ve	Verweise1		
5.4	Ve	erwendete Werkzeuge	15	



# 3. Aufgabenstellung

Mit Hilfe der nachfolgend abgebildeten Sallen-Key-Hoch- und Tiefpassfilter 3. Ordnung soll durch eine geeignete Zusammenschaltung ein Bandpassfilter entwickelt werden, welcher eine Grundverstärkung von A0 = 1 aufweist, die Frequenz fg = 50 kHz passieren lässt und alle andern möglichst gut dämpft.

Die Welligkeit des Filters oder die Überhöhung bei der Grenzfrequenz soll 12 dB nicht überschreiten und der Filter soll eine hohe Impedanz-Wandlung aufweisen.

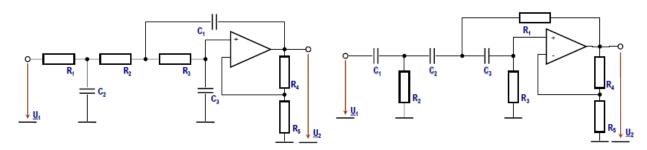


Abbildung 1: Sallen-Key Tiefpass 3. Ordnung

Abbildung 2: Sallen-Key Hochpass 3. Ordnung

## 3.1 Bestimmen der Übertragungsfunktionen f(p)

Für diesen Filter ist die Übertragungsfunktion der sekundärseitig leerlaufenden Schaltung in Abhängigkeit der Kreisfrequenz  $\omega$  und der einzelnen Komponenten zu bestimmen.

$$f(p) = \frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}}\Big|_{I_2=0} = f(R_1 \dots R_5, C_1 \dots C_3, \omega)$$

Formel 1: Übertragungsfunktion mit Abhängigkeiten

## 3.2 Dimensionieren der Schaltung

Anhand der in 3.1 errechneten Übertragungsfunktion soll der Filter nun so dimensioniert werden, dass er bei einer Grenzfrequenz von 50 kHz einen möglichst steil verlaufende Bandpasscharakteristik aufweist, wobei die Welligkeit maximal 6dB betragen soll. Die Grundverstärkung des Filters soll A0 = 1 sein. Es sind mehrere Varianten zu prüfen.

## 3.3 Darstellen der Übertragungsfunktion

Die in 3.1 errechneten Übertragungsfunktionen des in 3.2 dimensionierten Filters soll nach Bode in Amplituden und Phasengang dargestellt werden.

## 3.4 Simulation der Schaltung

Diese Schaltung soll mit einem geeigneten Werkzeug simuliert werden. Allfällige Abweichungen zu den Berechnungen sind zu begründen. Eine tiefere Analyse der Unterschiede zwischen Simulation und praktischen Ergebnissen sollte durchgeführt werden, um die Ursachen der Abweichungen zu identifizieren.



#### 3.5 Stabilität der Schaltung

Anhand der Pol- und Nullstellen soll die Stabilität der Schaltung überprüft werden. Ansätze sind zu begründen.

#### 3.6 Aufbauen und Ausmessen der Schaltung

Die Schaltung soll mit den in der Teilaufgabe 3.2 berechneten Bauteilen aufgebaut und ausgemessen werden. Allfällige Abweichungen zur in 3.3 berechneten Übertragungsfunktion sind zu begründen. Der Messaufbau und die Interpretation der Messresultate sind dahingehend zu konzipieren und zu automatisieren, dass daraus ein Testgerät entwickelt werden könnte.

#### 3.7 Einschwingverhalten

Für den Bandpassfilter soll der Verlauf der Sprungantwort u2(t) berechnet und graphisch dargestellt werden. Zudem ist der Signalverlauf hinsichtlich der gewünschten Filterwirkung zu interpretieren.

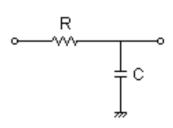


# 4. Lösungsansatz

# 4.1 Bestimmen der Übertragungsfunktionen f(p)

Die in Abbildung 1 und Abbildung 2 gezeigten Schaltungen der 3. Ordnung können jeweils in eine Schaltung der ersten (Abbildung 3 und Abbildung 5) und zweiten (Abbildung 4 und Abbildung 6) Ordnung aufgeteilt werden. Das vereinfacht die Berechnungen und Definition der Bauteile.

#### 4.1.1 Tiefpass 1. und 2. Ordnung



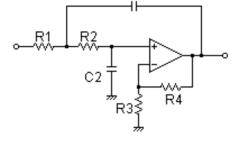


Abbildung 3: RC Tiefpass 1. Ordnung<sup>1</sup>

Abbildung 4: Sallen-Key Tiefpassfilter 2. Ordnung<sup>1</sup>

Die Übertragungsfunktionen für die Tiefpass-Filter sind in Formel 2 und Formel 3 dargestellt. Bei der Filterschaltung der ersten Stufe werden nur ein Widerstand und ein Kondensator verwendet. Für die zweite Stufe sind für das Filterverhalten R1, R2, C1 und C2 verantwortlich. R3 und R4 sind für die Verstärkung G der Operationsverstärkers (OP).

$$f(p) = \frac{\frac{1}{C \cdot R}}{s + \frac{1}{C \cdot R}}$$

Formel 2: RC Tiefpassfilter 1. Ordnung

$$f(p) = \frac{\frac{G}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}{s^2 + s \cdot \frac{1}{C_1 \cdot R_2} + s \cdot \frac{1}{C_2 \cdot R_2} \cdot (1 - G) + \frac{1}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}$$

Formel 3: Sallen-Key Tiefpassfilter 2. Ordnung

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> (http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm, 2024)



Gemäss den Grundgesetzen der Operationsverstärker ist die Verstärkung G in Formel 4 erläutert:

$$G = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

Formel 4: Verstärkungsfaktor G

#### 4.1.2 Hochpass 1. und 2. Ordnung

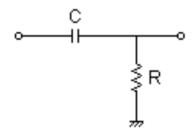


Abbildung 5: RC Hochpassfilter 1. Ordnung<sup>2</sup>

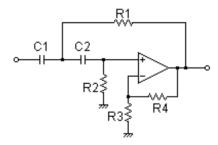


Abbildung 6: Sallen-Key Hochpassfilter 2. Ordnung<sup>2</sup>

Wie auch beim Tiefpass erfüllen die Bauteile hier denselben Zweck. Die Übertragungsfunktionen für die Hochpass-Filter sind in Formel 5 und Formel 6 dargestellt.

$$f(p) = \frac{s}{s + \frac{1}{C \cdot R}}$$

Formel 5: RC Hochpassfilter 1. Ordnung

$$f(p) = \frac{G \cdot s^2}{s^2 + s \cdot \frac{1}{C_1 \cdot R_2} + s \cdot \frac{1}{C_2 \cdot R_2} \cdot + s \cdot \frac{1}{C_1 \cdot R_1} \cdot (1 - G) + \frac{1}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}$$

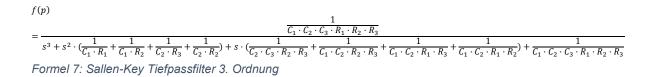
Formel 6: Sallen-Key Hochpassfilter 2. Ordnung

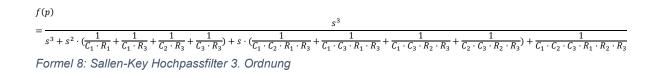
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> (http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm, 2024)



#### 4.1.3 Filter 3. Ordnung

Durch die Multiplikation der Übertragungsfunktionen der ersten und der zweiten Stufe erhalten wir die Übertragungsfunktion der dritten Stufe (Formel 7 und Formel 8). Um die Übertragungsfunktion der gesamten Schaltung zu erhalten, müssen die beiden Übertragungsfunktionen der Filter der dritten Stufe miteinander multipliziert werden. Da diese sehr umfangreicht sind, habe wir sie hier nicht aufgeschrieben.





#### 4.2 Dimensionieren der Schaltung

Durch die Wahl einer Chebyscheff-Charakteristik erhalten wir eine Überhöhung nahe der Grenzfrequenz. Das hat zur Folge, dass der 3dB-Punkt beim Tiefpass nach oben und beim Hochpass nach unten geschoben werden muss. Durch das Verfahren von Trial-and-Error konnten wir die Grenzfrequenzen der Filter bestimmen. Für den Tiefpass ergab sich eine Grenzfrequenz von 58,569 kHz, während für den Hochpass eine Frequenz von 43 kHz ermittelt wurde. Diese Werte sind unter optimalen Bedingungen anzunehmen. Durch die Wahl der Bauteile, unter Berücksichtigung der Wahl der Kondensatoren der E6-Reihe und die Wahl der Widerstände der E12-Reihe, werden diese Werte leicht verändert werden.

Mithilfe des Rechners auf der Seite okawa-denshi.jp<sup>3</sup> haben wir folgende Werte erhalten.

Tiefpass 1. Ordnung (Abbildung 3):  $R = 82\Omega$  und C = 33nF

Tiefpass 2. Ordnung (Abbildung 4):  $R_1 = 820\Omega$ ,  $R_2 = 270\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $R_4 = 6.8\Omega$ ,  $C_1 = 15nF$ und  $C_2 = 2.2nF$ 

Hochpass 1. Ordnung (Abbildung 5):  $R = 47\Omega$  und C = 68nF

Hochpass 2. Ordnung (Abbildung 6):  $R_1 = 220\Omega$ ,  $R_2 = 1k\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $R_4 = 6.8\Omega$ ,  $C_1 = 6.8nF$ und  $C_2 = 6.8nF$ 

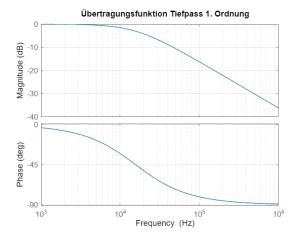
<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> (http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm, 2024)



## 4.3 Darstellen der Übertragungsfunktion

#### 4.3.1 Tiefpass

In Abbildung 7 und Abbildung 8 werden die Amplituden- und Phasengänge der Tiefpassstufen dargestellt. Es sind die zu erwarteten Charakteristika zu erkennen.



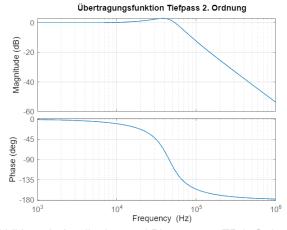


Abbildung 7: Amplituden- und Phasengang TP 1. Ordnung

Abbildung 8: Amplituden- und Phasengang TP 2. Ordnung

Durch die Multiplikation der zwei Tiefpassfilter erhalten wir in Abbildung 9 den Amplituden- und Phasengang der dritten Ordnung, welche eine Chebyscheff-Charakteristik aufweist.

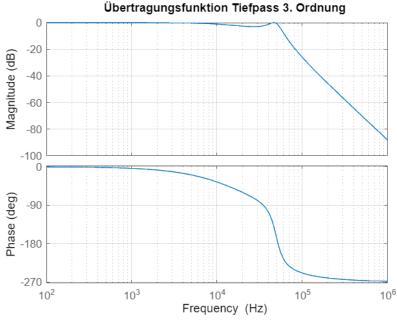
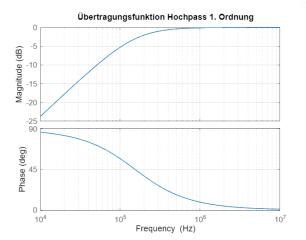


Abbildung 9: Amplituden- und Phasengang TP 3. Ordnung

#### 4.3.2 Hochpass

In Abbildung 7, Abbildung 10 und Abbildung 11 werden die Amplituden- und Phasengänge der Hochpassstufen dargestellt. Es sind auch hier die zu erwarteten Charakteristika zu erkennen.





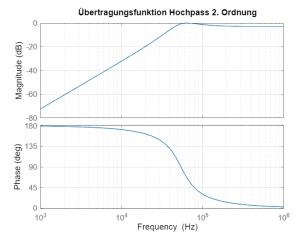


Abbildung 10: Amplituden- und Phasengang HP 1. Ordnung Abbildung 11: Amplituden- und Phasengang HP 2. Ordnung

Durch die Multiplikation der zwei Hochpassfilter erhalten wir in Abbildung 12 den Amplitudenund Phasengang der dritten Ordnung, welche eine Chebyscheff-Charakteristik aufweist.

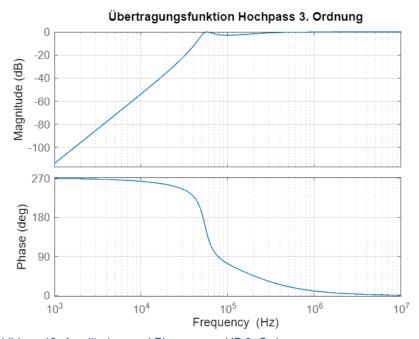


Abbildung 12: Amplituden- und Phasengang HP 3. Ordnung

Abbildung 12 zeigt den Amplituden- und Phasengang des Hochpassfilters 3. Ordnung. Die obere Grafik stellt die Magnitude in Dezibel (dB) dar, während die untere Grafik den Phasengang in Grad (deg) zeigt. Der Frequenzgang verläuft über mehrere Dekaden auf der x-Achse in Hertz (Hz). Der Amplitudengang zeigt eine steil ansteigende Charakteristik, während der Phasengang eine Verschiebung von 270 Grad aufweist. Diese Darstellung bestätigt die erwartete Filtercharakteristik und zeigt, dass der Hochpassfilter Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz effektiv durchlässt und darunter liegende Frequenzen dämpft.



#### 4.3.3 Bandpass

Nachdem wiederum die gesamten Übertragungsfunktionen der Tief- und Hochpassfilter miteinander multipliziert werden, entsteht die Gesamtübertragungsfunktion, deren Amplitudenund Phasengang in Abbildung 13 grafisch dargestellt werden.

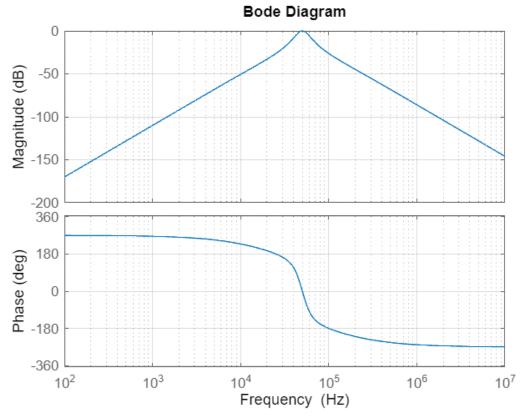


Abbildung 13: Amplituden- und Phasengang BP 6. Ordnung

Abbildung 13 zeigt das Bode-Diagramm des Bandpassfilters 6. Ordnung. Die obere Grafik stellt die Magnitude in Dezibel (dB) dar, während die untere Grafik den Phasengang in Grad (deg) zeigt. Der Frequenzbereich erstreckt sich von 10^2 Hz bis 10^7 Hz. Der Amplitudengang weist eine signifikante Spitze bei der Mittenfrequenz von 50 kHz auf, was die gewünschte Bandpasscharakteristik bestätigt. Der Phasengang zeigt eine kontinuierliche Phasenverschiebung, die typisch für Filter dieser Ordnung ist. Aus dem Graph ist weiter zu erkennen, dass die angestrebte Mittenfrequenz von 50 kHz mit einer Verstärkung von 0 dB eingehalten wird.



## 4.4 Simulation der Schaltung

Anhand des Messaufbaus in der Spice-Software (Abbildung 14) konnten wir die vorhergehenden MATLAB Berechnungen verifizieren. Die Ergebnisse theoretischer Natur sind in Abbildung 15 und Abbildung 16 verglichen und stimmen sehr gut überein.

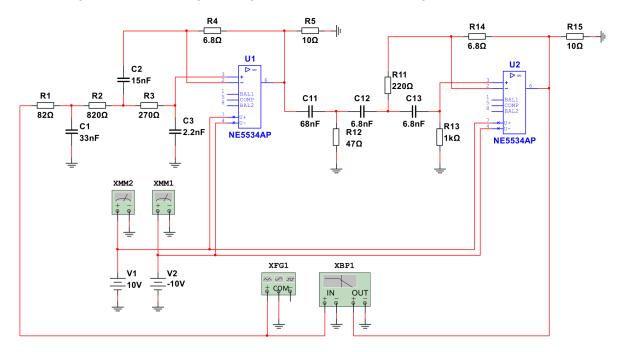


Abbildung 14: Aufbau Simulation

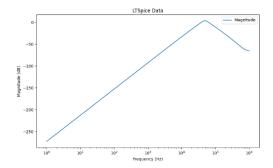


Abbildung 15: Spice-Plot

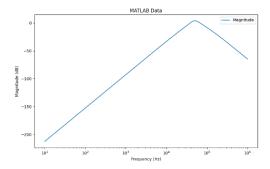


Abbildung 16: MATLAB-Plot



#### 4.5 Stabilität der Schaltung

Aus den Lehren zu den Pol- und Nullstellen zum Ermitteln der Stabilität der Schaltung sehen wir, dass unsere Schaltung mit hoher Wahrscheinlichkeit stabil laufen wird, da sich die Polstellen im zweiten und dritten Quadranten befinden (Abbildung 17). Dies wird sich mit dem Einschwingverhalten bestätigen (4.8).

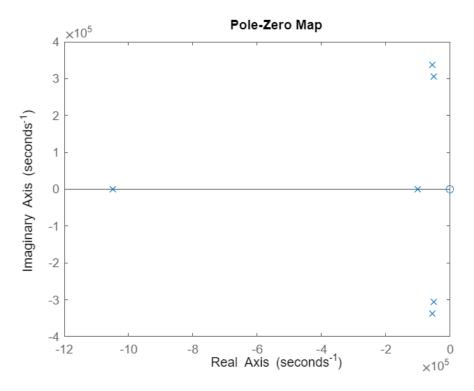


Abbildung 17: Pol- und Nullstellen BP 6. Ordnung

Abbildung 17 zeigt die Pol-Nullstellen-Karte (Pole-Zero Map) des entwickelten Bandpassfilters. Die Polstellen befinden sich alle in der linken Halbebene, was darauf hinweist, dass das System stabil ist. Die Symmetrie der Pole entlang der imaginären Achse unterstützt diese Stabilitätsbewertung zusätzlich.



#### 4.6 Aufbauen und Ausmessen der Schaltung

Der Messaufbau (Abbildung 18) wurde auf einer Lochrasterplatine realisiert. Hier ist der Aufbau nicht optimal, da sehr viele Störeinflüsse die Funktion beeinflussen können. Um die Schaltung für den realen Einsatz zu bauen, wäre es nötig ein PCB korrekt zu layouten. Die Messungen wurden noch mit früher dimensionierten Bauteilen für den Tiefpass durchgeführt. Da haben wir sehr kleine Kapazitäten verwendet, was zur Folge hat, dass Streukapazitäten einen negative Einfluss haben.

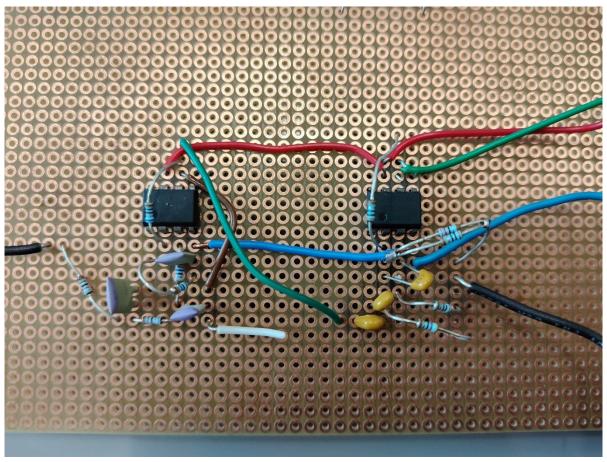


Abbildung 18: Messaufbau Bandpass

Um die Schaltung auszumessen wurden die OPs mit ±5V versorgt und ein Signal von 1Vpp eingespiesen und ein AC-Sweep durchgeführt.

Das Messresultat ergibt, dass wir trotz schlechtem Aufbau und unerwünschten Einflüssen die gewünschte Filtercharakteristik nahe der angestrebten Frequenz erhalten haben und die vorgegebene Überhöhung von 12dB nicht überschreiten (Abbildung 19). Die Störeinflüsse sind dadurch zu erkennen, dass wir ein hohes Rauschmass auf dem gefilterten Signal haben. Der höchste Punkt des Signals ist abgetrennt, weil wir für die Messung eine Speisung von ±5V gewählt haben. Um die Abtrennung der Spitzen zu verhindern, muss die Betriebsspannung des OPs erhöht werden, auf beispielsweise ±12V.



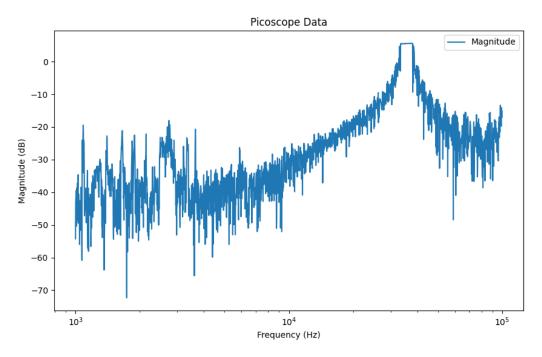


Abbildung 19: Messung des Aufbaus

Abbildung 19 zeigt den Frequenzgang des aufgebauten Bandpassfilters, gemessen mit einem PicoScope. Die y-Achse stellt die Magnitude in Dezibel (dB) dar und die x-Achse die Frequenz in Hertz (Hz). Es ist eine signifikante Spitze bei etwa 50 kHz zu erkennen, was darauf hinweist, dass der Bandpassfilter bei dieser Frequenz am stärksten verstärkt. Die unregelmässigen Ausschläge und das Rauschen im unteren Frequenzbereich deuten auf Störeinflüsse oder Messungenauigkeiten hin, die durch den suboptimalen Messaufbau auf einer Lochrasterplatine verursacht werden könnten.



#### 4.7 Vergleich der Messung und Simulation

In Abbildung 20 werden Ergebnisse aus den Berechnungen in MATLAB, der Simulation in LTspice und dem praktischen Aufbau verglichen. Es ist zu erkennen, dass die Berechnungen und die Simulation übereinstimmen, jedoch weist der praktische Aufbau Abweichungen sowie Rauschen auf. Dies ist auf den unzureichenden Aufbau und den negativen Einflüssen der Streukapazitäten beim Tiefpass zurückzuführen.

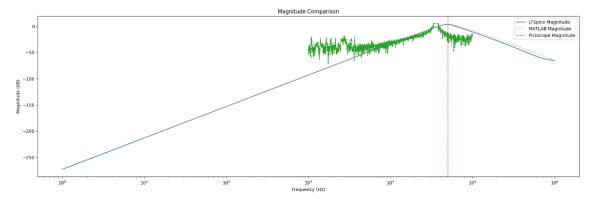


Abbildung 20: Vergleich LTspice, MATLAB, PicoScope

#### 4.8 Einschwingverhalten

Das Einschwingverhalten in Abbildung 21 lässt erkennen, dass diese Schaltung mit den definierten Bauteilwerten nach ungefähr 1.4 Sekunden recht stabil läuft. Das bestätigt die Annahme aus den Erkenntnissen des Pol- und Nullstellengraphs (4.5).

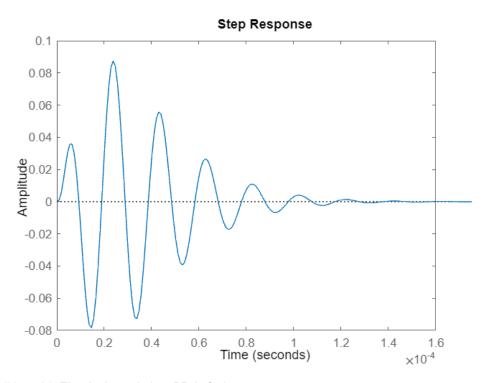


Abbildung 21: Einschwingverhalten BP 6. Ordnung



#### 4.9 Fazit

Im Rahmen dieses Projekts wurde ein Sallen-Key Bandpassfilter entwickelt, simuliert und praktisch umgesetzt. Durch die detaillierte Bestimmung der Übertragungsfunktionen, die sorgfältige Dimensionierung der Bauteile und die anschliessende Simulation konnten die theoretischen Grundlagen gefestigt und in der Praxis angewendet werden.

Die Simulationen mit LTspice und MATLAB zeigten eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Berechnungen. Dies unterstreicht die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der durchgeführten Dimensionierung und der gewählten Methodik. Die praktische Umsetzung des Filters auf einer Lochrasterplatine offenbarte jedoch Herausforderungen, insbesondere durch Störeinflüsse und Streukapazitäten, die in einer professionellen PCB-Umsetzung minimiert werden könnten.

Trotz der suboptimalen Bedingungen des Messaufbaus konnte die gewünschte Filtercharakteristik weitgehend erreicht werden. Die Messungen bestätigten, dass die angestrebte Mittenfrequenz von 50 kHz eingehalten und die maximale Überhöhung von 12 dB nicht überschritten wurde. Dies zeigt, dass die grundlegende Funktionsweise des Filters korrekt ist, auch wenn Verbesserungen in der Umsetzung notwendig sind.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Projekt erfolgreich die Entwicklung eines Sallen-Key Bandpassfilters demonstriert hat. Die Kombination aus theoretischen Berechnungen, Simulationen und praktischen Messungen ermöglichte ein umfassendes Verständnis der Filtercharakteristik und der Herausforderungen bei der Umsetzung. Für zukünftige Projekte wird empfohlen, die Implementierung auf einer professionellen Platine zu realisieren, um Störeinflüsse zu minimieren und die Performance des Filters weiter zu verbessern.



# 5. Anhang

## 5.1 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Sallen-Key Tiefpass 3. Ordnung	1
Abbildung 2: Sallen-Key Hochpass 3. Ordnung	1
Abbildung 3: RC Tiefpass 1. Ordnung	3
Abbildung 4: Sallen-Key Tiefpassfilter 2. Ordnung <sup>1</sup>	3
Abbildung 5: RC Hochpassfilter 1. Ordnung	4
Abbildung 6: Sallen-Key Hochpassfilter 2. Ordnung <sup>2</sup>	4
Abbildung 7: Amplituden- und Phasengang TP 1. Ordnung	6
Abbildung 8: Amplituden- und Phasengang TP 2. Ordnung	6
Abbildung 9: Amplituden- und Phasengang TP 3. Ordnung	6
Abbildung 10: Amplituden- und Phasengang HP 1. Ordnung	7
Abbildung 11: Amplituden- und Phasengang HP 2. Ordnung	7
Abbildung 12: Amplituden- und Phasengang HP 3. Ordnung	7
Abbildung 13: Amplituden- und Phasengang BP 6. Ordnung	8
Abbildung 14: Aufbau Simulation	9
Abbildung 15: Spice-Plot	9
Abbildung 16: MATLAB-Plot	9
Abbildung 17: Pol- und Nullstellen BP 6. Ordnung	10
Abbildung 18: Messaufbau Bandpass	11
Abbildung 19: Messung des Aufbaus	12
Abbildung 20: Vergleich LTspice, MATLAB, PicoScope	13
Abbildung 21: Einschwingverhalten BP 6. Ordnung	13
5.2 Formelverzeichnis	
Formel 1: Übertragungsfunktion mit Abhängigkeiten	1
Formel 2: RC Tiefpassfilter 1. Ordnung	3
Formel 3: Sallen-Key Tiefpassfilter 2. Ordnung	
Formel 4: Verstärkungsfaktor G	4
Formel 5: RC Hochpassfilter 1. Ordnung	
Formel 6: Sallen-Key Hochpassfilter 2. Ordnung	
Formel 7: Sallen-Key Tiefpassfilter 3. Ordnung	
Formel 8: Sallen-Key Hochpassfilter 3. Ordnung	5

#### 5.3 Verweise

http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm. (2024).

#### 5.4 Verwendete Werkzeuge

PicoScope 2204A SN: JO243/1412 MATLAB R2022b LTspice V17.2.4 for MacOS NI Multisim 14.1