TS5

1) Filtro pasa altos máx planicidad $f_0 = 300\,Hz$
cero de transmisión (sobre $j\omega$) en $100\,Hz = f_{z_e}$

a) $H(s)$?

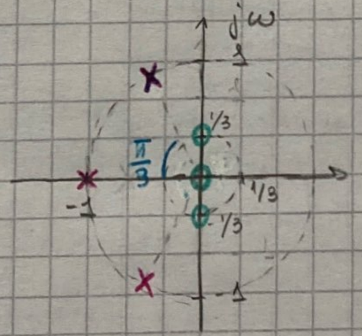
$\omega_0 = 2\pi f_0 \longrightarrow$ normalizo $\Omega_\omega = 2\pi f_0$ $\quad \omega_0 = 1 \;\; \omega_{z_e} = \frac{1}{3}$ $\Big|$ $\Omega_0 = 1 \;\; \Omega_{z_e} = 3$

En un filtro pasa bajos, la fase va de cero a $-\pi$. En el gráfico de ejemplo, la fase llega a $-\frac{5}{4}\pi$ cuando llega a f_{z_e}. Los ceros implican un salto de fase de π radianes. Por lo tanto podemos decir que la fase llegaría hasta $-\frac{3}{2}\pi$ y por lo tanto el filtro debe ser de tercer orden.

Esto también se puede observar al analizar la fase en ω_0. En ω_0, estaría el punto medio de la fase si no hubieran ceros. Analizo dicho punto y $\varphi_{H(s)} = -\frac{3}{4}\pi$ $\therefore$ El punto máximo de fase en el caso de no haber ceros sería en $-\frac{3}{4}\pi \cdot 2 = -\frac{3}{2}\pi$, corroborando que el filtro es de tercer orden

Al ser de máxima planicidad, todos los polos tendrán el mismo ω_0, con una apertura de $\pi/3$

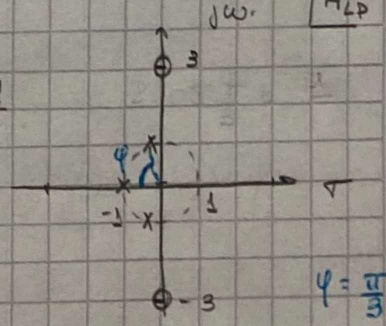
Al hacer la transformación LP-HP, se mantiene la posición de los polos



En $\omega = 1/3$ tengo los ceros de transmisión

Para que pase 0dB

$$H_{LP}(s) = \frac{\frac{1}{3^2}\cdot(s^2+3^2)}{(s+1)(s^2+2\cos\frac{\pi}{3}s+1^2)} = \frac{s^2+9}{(s+1)(s^2+s+1)}\cdot\frac{1}{9}$$

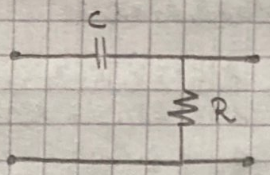


$$H_{HP}(s) = \frac{9\frac{1}{s^2}+1}{\left(\frac{1}{s}+1\right)\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{s}+1\right)} = \frac{s\,(s^2+1/9)}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

$$H_{HP}(s) = \frac{s\,(s^2+1/9)}{(s+1)(s^2+s+1)} \longrightarrow \text{se agrega un cero en el origen}$$

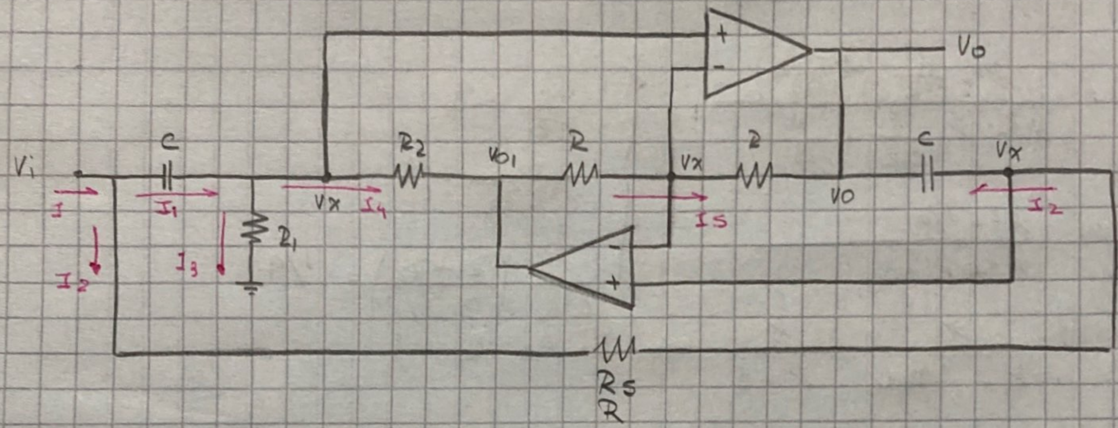
Scanned with CamScanner

c) Para el primer orden, puedo usar un RC



$$H(s) = \frac{R}{1/sC + R} = \frac{sRC}{sRC + 1}$$

$$RC = 1$$



$$\begin{cases} (V_1 - V_x)\, sC = \frac{V_x}{R_1} + \frac{V_x - V_{o1}}{R_2} \\ \frac{V_{o1} - V_x}{\cancel{R}} = \frac{V_x - V_o}{\cancel{R}} \longrightarrow V_{o1} = 2V_x - V_o \\ \frac{V_1 - V_x}{R} = (V_x - V_o)\, sC \longrightarrow \frac{V_1}{R} - \frac{V_x}{R} = V_x sC - V_o sC \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{R} + V_o sC = V_x (sC + 1/R)$$

$$\left(\frac{V_1}{R} + V_o sC\right) \cdot \frac{1}{sC + 1/R} = V_x$$

$$V_x = \frac{V_1}{sCR + 1} + \frac{V_o sC}{sC + 1/R} = V_x$$

$$V_x = \frac{V_1}{sCR + 1} + \frac{V_o sCR}{sCR + 1} = V_x$$

$$V_1 sC = V_x\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC\right) - \frac{V_{o1}}{R_2} = V_x\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC - \frac{2}{R_2}\right) + \frac{V_o}{R_2}$$

$$V_1 sC = \frac{V_1}{sCR+1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + sC\right) + \frac{V_o sCR}{sCR+1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + sC\right) + \frac{V_o}{R_2}$$

$$V_1 \left[sC - \frac{1}{sCR+1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + sC\right)\right] = V_o \left(\frac{sCR}{sCR+1} \, \frac{R_2 - R_1 + sCR_1R_2}{R_1R_2} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= V_o \, \frac{sCR\,(R_2 - R_1 + sCR_1R_2) + sCRR_1 + R_1}{(sCR+1)\, R_1 R_2}$$

$$= V_o \, \frac{s^2C^2RR_1R_2 + sCRR_2 - \cancel{sCRR_1} + \cancel{sCRR_1} + R_1}{sCRR_1R_2 + R_1R_2}$$

Scanned with CamScanner

$$V_1\left(sC - \frac{1}{sRC+1}\cdot\frac{R_2-R_1+sCR_1R_2}{R_1R_2}\right) = V_o\,\frac{s^2C^2RR_1R_2+sCRR_2+R_1}{sCRR_1R_2+R_1R_2}$$

$$V_1\,\frac{s^2C^2RR_1R_2+\cancel{sCR_1R_2}+R_1-R_2-\cancel{sCR_1R_2}}{sCRR_1R_2+R_1R_2} = V_o\,\frac{s^2C^2RR_1R_2+sCRR_2+R_1}{sCRR_1R_2+R_1R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{s^2C^2RR_1R_2+R_1-R_2}{\cancel{sCRR_1R_2+R_1R_2}}\cdot\frac{\cancel{sCRR_1R_2+R_1R_2}}{s^2C^2RR_1R_2+sCRR_2+R_1} = \frac{s^2C^2RR_1R_2+R_1-R_2}{s^2C^2RR_1R_2+sCRR_2+R_1}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{C^2RR_1R_2}{C^2RR_1R_2}\cdot\frac{s^2+\frac{R_1-R_2}{C^2RR_1R_2}}{s^2+s\cdot\frac{1}{CR_1}+\frac{1}{C^2RR_2}} = \frac{s^2+\frac{1}{C^2R}\left(\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}\right)}{s^2+s\cdot\frac{1}{CR_1}+\frac{1}{C^2RR_2}}$$

$$T(s) = \frac{s^2+\frac{1}{C^2R}\left(\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}\right)}{s^2+s\cdot\frac{1}{CR_1}+\frac{1}{C^2RR_2}}$$

$$\frac{1}{CR_1} = 1$$

$$\frac{1}{C^2RR_2} = 1$$

$$\frac{1}{C^2R}\left(\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}\right) = 1/9$$

$$H_{HP_{2do}}(s) = \frac{s^2+1/9}{s^2+s+1}$$

$$H_{HP_{1ro}}(s) = \frac{s}{s+1/R_aC_a} = \frac{s}{s+1} \longrightarrow R_a\cdot C = 1$$

$$C = 1/R_1$$

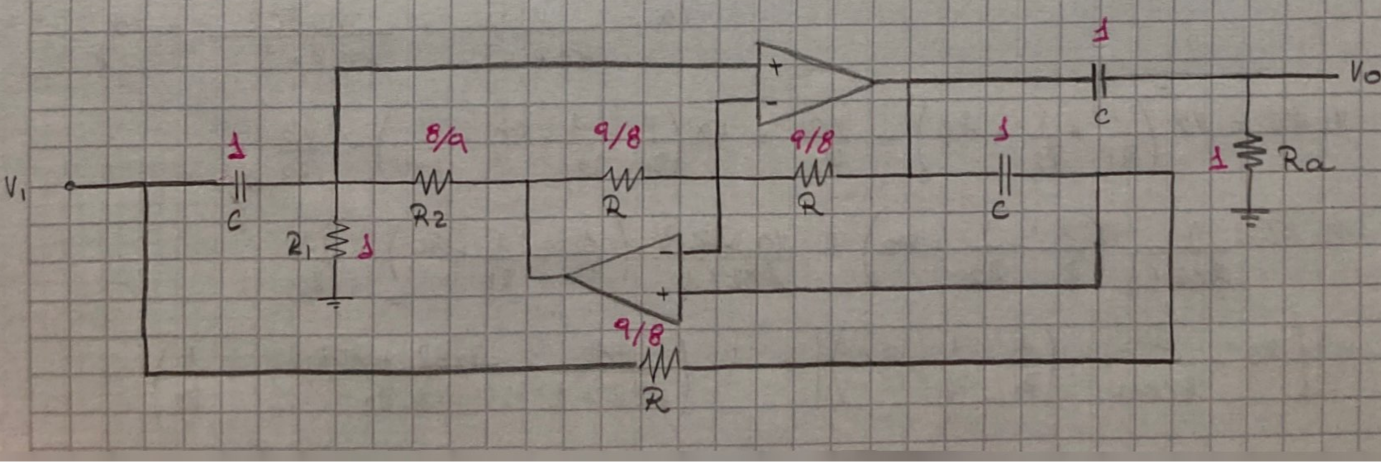
$$\frac{1}{R_1{}^2R} = R_2$$

$$\frac{1}{C^2R}\left(\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}\right) = \cancel{R_2}\,\frac{R_1-R_2}{R_1\cancel{R_2}} = \frac{R_1-R_2}{R_1} = 1/9$$

Normalizo para $\Omega_z = R_1$

$C = 1$, $R_1 = 1 \longrightarrow \frac{1-R_2}{1} = 1/9 \longrightarrow R_2 = \frac{8}{9}$

$R = \frac{9}{8}$ propongo que todos los capacitores sean iguales, $\therefore$ $R_a = 1$



Comparación con el GIC

Si $a = 1$, $b = 0$ $\wedge$ $c = 1$, el circuito será muy similar al resuelto previamente, con la diferencia de la posición del capacitor, que mientras que en el GIC se encuentra en Y_2, en el propuesto se encuentra en Y_4, disminuyendo la estabilidad del circuito

$$T_{Tschaumann}(s) = \frac{s^2(2a-c)+s(\omega_0/Q)(2b-c)+c\,\omega_0^2}{s^2+s\,\omega_0/Q+\omega_0^2}$$

Si $a = 1$, $b = 0$ $\wedge$ $c = 1$

$$T_{Sch}(s) = \frac{s^2 - \omega_0/Q\; s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}\, s + \omega_0^2}$$

Sin embargo, esta transferencia corresponde a un pasa todo, analizo qué valores tendrían que tomar a, b y c para que se corresponda con la transferencia del circuito propuesto

$$\begin{cases} 2a - c = 1 \longrightarrow 2a = \frac{10}{9} \longrightarrow a = \frac{5}{9} \\ 2b - c = 0 \longrightarrow b = \frac{1}{18} \\ c = 1/9 \end{cases}$$

$\omega_0 = 1$
$Q = 1$

$$T_{Sch}(s) = \frac{s^2(2 \cdot 5/9 - 1/9) + s(2 \cdot 1/18 - 1/9) + 1/9}{s^2 + s + 1} = \frac{s^2 + 1/9}{s^2 + s + 1}$$

$\omega_0 = \frac{1}{RC} \longrightarrow R = \frac{1}{C}$, si $\Omega_z = C$, $C = 1 \wedge R = 1$