ПЗ урок 4 Предел функции.

№1. а) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{x^2-36}{x^2-x-30}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{x^2-6^2}{x^2-x-30}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{(x-6)(x+6)}{x^2-x-30}=$

$=\lim\limits_{x\to 6}\frac{(x-6)(x+6)}{(x-6)(x+5)}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{x+6}{x+5}=\boxed{\frac{12}{11}}$

$\frac{x^2-x-30}{x-6}=\frac{x^2+5x-6x-30}{x-6}=\frac{x(x+5)-6(x+5)}{x-6}=\frac{(x+5)(x-6)}{x-6}=x+5$

б) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{x^2-49}{x^2-13x+42}=\lim\limits_{x\to 7}\frac{(x-7)(x+7)}{(x-7)(x-6)}=\boxed{14}$

$\frac{x^2-13x+42}{x-7}=\frac{x^2-6x-7x+42}{x-7}=\frac{x(x-6)-7(x-6)}{x-7}=\frac{(x-7)(x-6)}{x-7}$

в)* $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9}-2}$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9}-2}\cdot\frac{\sqrt[4]{x+9}+2}{\sqrt[4]{x+9}+2}:\frac{(x+2)+\sqrt{x+2}\sqrt[3]{x+20}+(\sqrt[3]{x+20})^2}{(x+2)+\sqrt{x+2}\sqrt[3]{x+20}+(\sqrt[3]{x+20})^2}=$

$=\lim\limits_{x\to 7}\frac{((\sqrt{x+2})^3-(x+20))\cdot(\sqrt[4]{x+9}+2)}{(\sqrt{x+9}-4)\cdot(x+2+\sqrt{x+2}\sqrt[3]{x+20}+(\sqrt[3]{x+20})^2)}=27-27$

г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\,tg\,4x}{1-\cos 4x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot\sin 4x}{\cos 4x\cdot(1-\cos 4x)}=$ $4x=2t$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot\sin 2t}{\cos 2t\cdot(1-\cos 2t)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot\sin 2t}{\cos 2t\cdot 2\sin^2 t}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot 2\sin t\cdot\cos t}{2\cdot\cos 2t\cdot\sin t\cdot\sin t}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot\cos t}{\cos 2t\cdot\sin t}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x\cdot\cos 2x}{\cos 4x\cdot\sin 2x}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1{,}5\cdot\overbrace{2x\cdot\cos 2x}^{\to 1}}{\cos 4x\cdot\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1{,}5}{\cos 4x}=\frac{1{,}5}{\cos(4\cdot 0)_{=1}}=\boxed{1{,}5}$

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x}{4x+3}\right)^{\frac{5x^2}{7x-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x+3-3}{4x+3}\right)^{\frac{5x^2}{7x-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{-3}{4x+3}\right)^{\frac{5x^2}{7x-1}}=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\overbrace{\left(\left(1+\frac{-3}{4x+3}\right)^{\frac{4x+3}{-3}}\right)^{e}}^{\cdot\frac{-3}{4x+3}\cdot\frac{5x^2}{7x-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{-15x^2}{(4x+3)(7x-1)}}=e^{-\frac{15}{47}}=\boxed{e^{-\frac{15}{28}}}$

2й способ: $\lim\limits_{x\to\infty}(U(x))^{V(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{(U(x)-1)\cdot V(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{\left(\frac{4x}{4x+3}-1\right)\cdot\frac{5x^2}{7x-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{-3}{4x+3}\cdot\frac{5x^2}{7x-1}}=e^{\frac{-3\cdot 5}{4\cdot 7}}=e^{-\frac{15}{28}}$