$\Lambda_2 = -16$, $D_3 = -288 \cdot (-16) = 240 > 0$, $(-15; 15; -16)$ – т. макс.

№2. Исследовать на условный экстремум фр-цию:

$$U = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + 15,$$

если $x^2 + 16y^2 = 64$

$$L(x, y, \Lambda) = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + 15 + \Lambda(x^2 + 16y^2 - 64)$$

$$\begin{cases} L'_x = 4x + 12y + 2\lambda x = 0 \\ L'_y = 12x + 64y + 32\lambda y = 0 \\ L'_\lambda = x^2 + 16y^2 - 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12y = -(4x + 2\lambda x) \\ 12x = -(64y + 32\lambda y) \\ x^2 + 16y^2 - 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{x(2+\lambda)}{6} \\ x = -\dfrac{8y(2+\lambda)}{3} \\ x^2 + 16y^2 - 64 = 0 \end{cases}$$

Подставим x в y:

$$y = -\frac{x(2+\lambda)}{6} \cdot \text{''}$$

$$y = \frac{\overset{4}{8}y(2+\lambda) \cdot (2+\lambda)}{\underset{3}{\cancel{3}} \cdot 6}$$

$$y = \frac{4}{9} y(2+\lambda)^2$$

$$y = \frac{4}{9} y(4 + 4\lambda + \lambda^2)$$

$$\cancel{y} - \frac{16}{9}y - \frac{16}{9}y\lambda = \frac{4}{9}y\lambda^2$$

$$9y = 4y(2+\lambda)^2$$
$$9 = 4(2+\lambda)^2$$
$$(2+\lambda)^2 = \frac{9}{4}$$
$$2 + \lambda = \pm\frac{3}{2}$$
$$\lambda = \pm\frac{3}{2} - 2$$
$$\lambda_1 = \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{1}{2}$$
$$\lambda_2 = -\frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{7}{2}$$

Получили точки ч/з Wolframalpha.com:

т. A	$x_1 = -4\sqrt{2}$,	$y_1 = -\sqrt{2}$,	$\lambda_1 = -7/2$
т. B	$x_2 = -4\sqrt{2}$,	$y_2 = \sqrt{2}$,	$\lambda_2 = -1/2$
т. C	$x_3 = 4\sqrt{2}$,	$y_3 = -\sqrt{2}$,	$\lambda_3 = -1/2$
т. D	$x_4 = 4\sqrt{2}$,	$y_4 = \sqrt{2}$,	$\lambda_4 = -7/2$

$$\begin{cases} L''_{xx} = 4 + 2\lambda \\ L''_{yy} = 64 + 32\lambda \\ L''_{\lambda\lambda} = 0 \\ L''_{xy} = L''_{yx} = 12 \\ L''_{x\lambda} = L''_{\lambda x} = 2x \\ L''_{y\lambda} = L''_{\lambda y} = 32y \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} L''_{\lambda\lambda} & L''_{\lambda x} & L''_{\lambda y} \\ L''_{x\lambda} & L''_{xx} & L''_{xy} \\ L''_{y\lambda} & L''_{yx} & L''_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2x & 32y \\ 2x & 4+2\lambda & 12 \\ 32y & 12 & 64+32\lambda \end{pmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0 & 2x & 32y \\ 2x & 4+2\lambda & 12 \\ 32y & 12 & 64+32\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix} = -2x\begin{vmatrix} 2x & 12 \\ 32y & 64+32\lambda \end{vmatrix} + 32y\begin{vmatrix} 2x & 4+2\lambda \\ 32y & 12 \end{vmatrix} =$$

$$= -2x(2x(64+32\lambda) - 12(32y)) + 32y(2x\cdot 12 - 32y(4+2\lambda)) =$$

$$= -4x^2 \cdot 64 - 4x^2 32\lambda + 24x \cdot 32y + 12\cdot 2\cdot 32xy - 32\cdot 32y^2 \cdot 4 - 32\cdot 32y^2 \cdot 2\lambda =$$

$$= 32\cdot 4(-2x^2 - x^2\lambda + 12xy - 32y^2 - 16y^2\lambda) =$$

$$= 128(-2(x^2 + 16y^2) + 12xy - \lambda(x^2 + 16y^2)) =$$

$$= 128(-128 - 64\lambda + 12xy) = 128\cdot 4(-32 - 16\lambda + 3xy)$$

Для т. A $\quad \Delta = 512(-32 - 16\cdot\overset{56}{(-7/2)} + 3\cdot\underset{3\cdot 8}{(-4\sqrt{2})\cdot(-\sqrt{2})}) = 24576 > 0$

т. максимума

Для т. B. $\quad \Delta = 512(-32 - 16\cdot(-1/2) + 3\cdot(-4\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}) = 512(\underset{-48}{-32 + 8 - 24}) =$

$$= -24576 < 0 \quad - \text{т. минимума}$$

ПЗ   Урок 8

Для т. C $(4\sqrt{2}, -\sqrt{2}, -1/2)$

$\Delta = 512(-32 - 16 \cdot (-1/2) + 3 \cdot 4\sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})) =$

$- 512(-32 + 8 - 24) = -24576 < 0$

т. C — точка минимума

Для т. D $(4\sqrt{2}, \sqrt{2}, -7/2)$

$\Delta = 512(-32 - 16 \cdot (-7/2) + 3 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) =$

$= 512(-32 + 56 + 24) = 512 \cdot 48 = 24576 > 0$

т. D — точка максимума