

MatStat - Lesson 5.

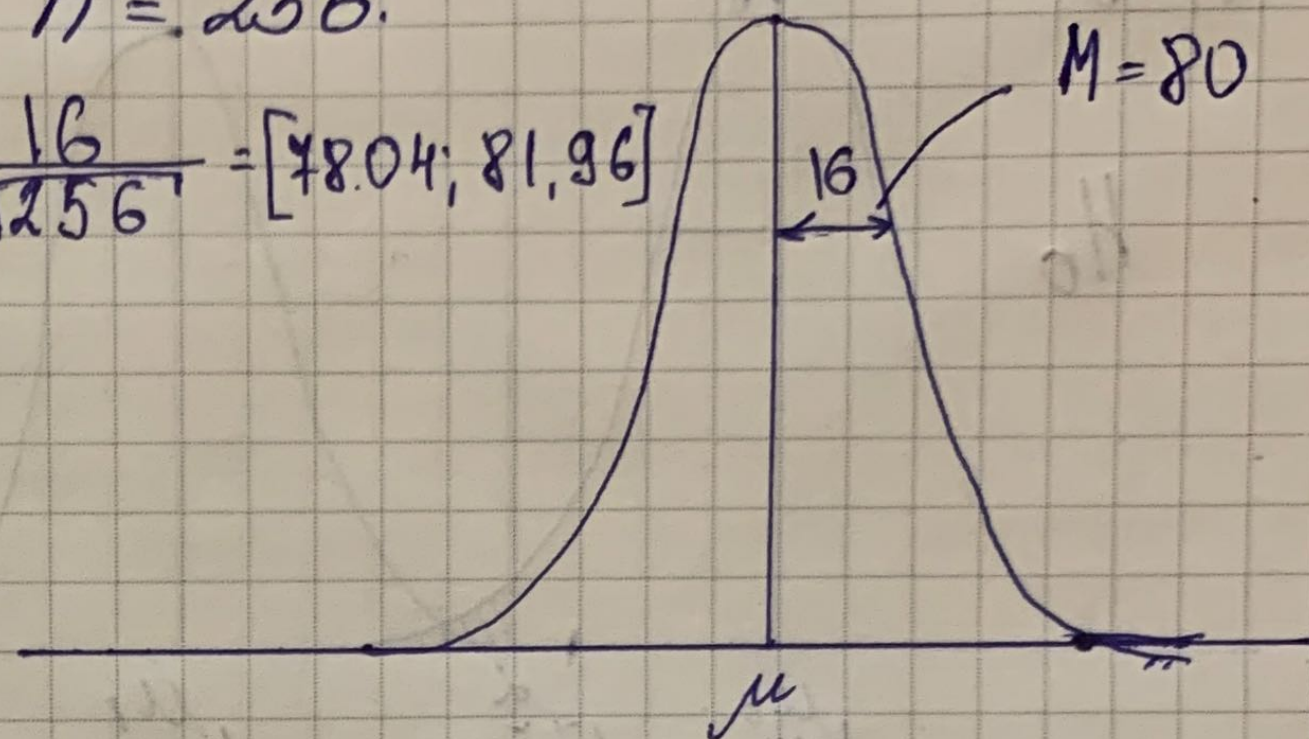
N1 Известно, что ген. сов-ть распределена нормально.
 ср. ив. откл. равно 16.
 Найти дов. интервал для оценки мат. сн. с
 надежностью 0,95, если выб-ная ср. $M=80$,
 а объем выборки $n=256$.

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 80 \pm 1,96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}} = [78,04; 81,96]$$

$$Z_T = Z_{\alpha/2} = 1,96$$

2,5%

Доверительный интервал:
 $[78,04; 81,96]$.



N2 В результате 10 независимых испытаний
 измерения некоторой величины X , выпол-
 ненных с одинаковой точностью, получены
 опытные данные:

6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1

Предполагая, что результаты измерений подчин.
 нормальному закону распределения пер-тей,
 оценить истинное значение величины X при
 помощи дов. интервала, покрывающего это
 значение с дов. вер-тью 0,95

Выборочное среднее $\bar{X} = 6,59$ (`Z.mean()`)

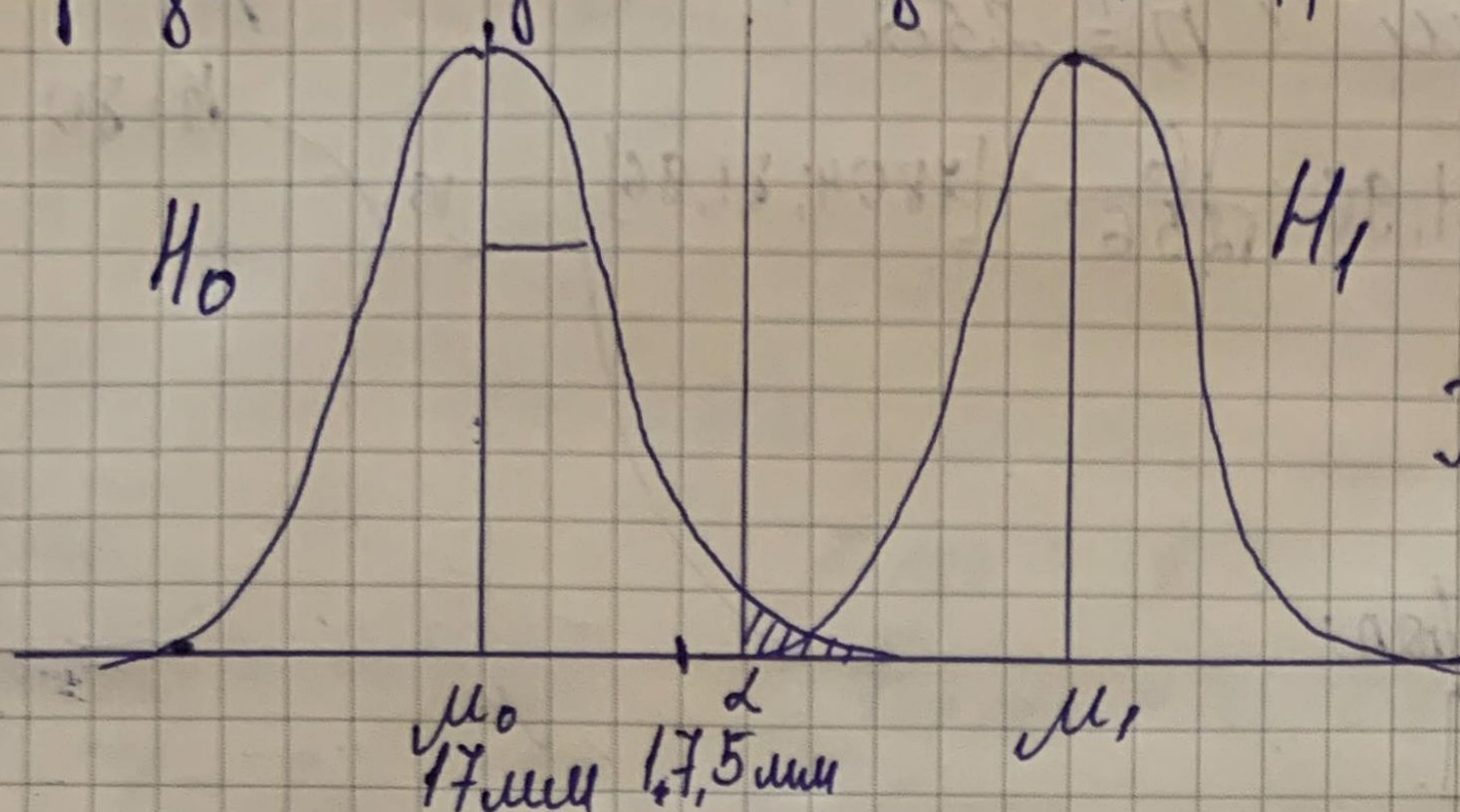
Несмещ. оц. диспер. откл. $\sigma_n = 0,45$ (`np.std(z, ddof=1)`)

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6,59 \pm 2,26 \cdot \frac{0,45}{\sqrt{10}} = [6,2684; 6,9116]$$

$Z_T = Z_{\alpha/2} = 2,26$ (для дов. вер. 0,95)

$[6,2684; 6,9116]$ - данный интервал с вер-тью 95%
 покрывает истинное значение
 величины X .

N 3. Утверждается, что шарик имеет ср. diam. 17 мм. Используя одностор. критерий $\alpha = 0,05$ проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 100$ шариков ср. диаметр оказался 17,5 мм, а дисп. 4 мм.



$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

$$\text{При } \alpha = 0,05 \quad Z_T = 1,645$$

$$Z_H = \frac{17,5 - 17}{\sqrt{4} / \sqrt{100}} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5$$

$2,5 > 1,645 \Rightarrow Z_H > Z_T \Rightarrow$ попадаем в область принятия гипотезы H_1
 станок требует настройки

N 4. Продавец утверждает, что ср. вес пакки рис. 200 г. Из партии взяли выборку 10 пакетов с весами:

202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190.

Из веса распределены нормально. Доб. вер-ть 99%
 Исп-ть двусторонний тест.

Критерий Стьюдента

$$t_H = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_H / \sqrt{n}}$$

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Выборочное среднее $\bar{X} = 198,5$

Несмещ. ст. отклон $\sigma \approx 4,45$

$$t_H = \frac{198,5 - 200}{4,45 / \sqrt{10}} \approx -1,066$$

число степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$
вер-ть $\alpha = 0,99$; 2х ст. тест: $\alpha = 0,995$

$$t_{\alpha} = 3,69$$

$1,07 < 3,69 \Rightarrow$ верна гипотеза H_0