Элементарная алгебра

N1. Написать ур-ния параболы с точками $(x; y)$:

$(1; 2)$, $(3; 10)$, $(5; 1)$

$y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} 2 = a + b + c \\ 10 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \\ 1 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \end{cases} \qquad \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 10 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 - a - b \\ 9a + 3b + c = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} c = 2 - a - b \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$9a + 3b - a - b = 8$ $\qquad\qquad$ $25a + 5b + 2 - a - b = 1$

$8a + 2b = 8 \quad : 2$ $\qquad\qquad$ $24a + 4b = -1$

$4a + b = 4$

$b = 4 - 4a$ ─── подставим → $24a + 4(4 - 4a) = -1$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 24a + 16 - 16a = -1$

$b = 4 + \cancel{4} \cdot \dfrac{17}{\cancel{8}\,2} = 4 + \dfrac{17}{2}$ ← подставим $\quad 8a = -17$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ подставим → $a = \dfrac{-17}{8} = -2{,}125 = -2\dfrac{1}{8}$

$b = 12{,}5 = 12\dfrac{1}{2}$

$c = 2 - a - b$

$c = 2 + 2{,}125 - 12{,}5 = -8{,}375 = -8\dfrac{3}{8}$

Ответ: $y = -2{,}125 x^2 + 12{,}5 x - 8{,}375$

N2.

Огурцы 100 кг $\xrightarrow{\text{ч/з месяц}}$ огурцы $-?$

Вода 99% $\qquad\qquad\qquad$ вода 98%

Сухая часть $\quad m = 100 - 0{,}99 \cdot 100 = 1 (кг)$

ч/з месяц

$x = 0{,}98x + m$

$x = 0{,}98x + 1$

$x - 0{,}98x = 1$

$0{,}02x = 1$

$x = \dfrac{1}{0{,}02} = 50 (кг) \qquad$ **Ответ:** всего стало 50кг огурцов

N3.

1) $2^x = 256$ $x = \log_2 256$ $x = 8$

2) $2^x = 300$ $x = \log_2 300 = \log_2(4 \cdot 75) =$
   $= \log_2 4 + \log_2 75 = 2 + \log_2 75 = 2 + 6{,}23 = 8{,}23$ (≈6,23)

3) $\log_8 2^{8x-4} = 4$

   $8^4 = 2^{8x-4}$

   $(2^3)^4 = 2^{8x-4}$

   $2^{3 \cdot 4} = 2^{8x-4}$

   $12 = 8x - 4$

   $8x = 12 + 4$

   $x = \dfrac{16}{8} = 2$ Ответ: $x = 2$

4) $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

   $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

   $(5x-5)^{\log_9 3} = 5$

   $(5x-5)^{\frac{1}{2}} = 5$

   $\sqrt{5x-5} = 5$

   $5x - 5 = 25$

   $5x = 30$

   $x = 6$ Ответ: $x = 6$

5) $x^{\log_3 x + 1} = 9$ $a^{\log_a b} = b$

   $x^{\log_3 x} \cdot x = 9$ $\log_a b = c$ $a^c = b$

   $\log_x 9 = \log_3 x + 1$

   $\log_x 9 - \log_3 x = 1$

   $\dfrac{1}{\log_9 x} - \log_3 x = 1$ $\log_9 x = \log_{3^2} x = \frac{1}{2}\log_3 x$

   $1 - \log_9 x \cdot \log_3 x = \log_9 x$ $\log_9 x = \log_{3^2} x = \frac{1}{2}\log_3 x$

   $1 = \log_9 x (1 + \log_3 x)$

   $1 = \frac{1}{2} \log_3 x \cdot \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x$

   $(\log_3 x)^2 + \log_3 x = 2$

N4.

$\log_4 16 = 2$

$\log_5 \dfrac{1}{25} = -2$

$\log_{25} 5 = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$

$\log_3 \sqrt{27} = \log_3 (27)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_3 27 = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$

$\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \dfrac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

$\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 (12 \cdot 3) = \log_6 36 = 2$

$e^{\ln 5} = 5$ $a^{\log_a b} = b$

$\dfrac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$ $\log_a b = \dfrac{\log_d b}{\log_d a}$

$\log_4 32 + \log_{0,1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 10 =$

$= \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{-1} = 2{,}5 - 1 = 1{,}5$

$9^{\log_3 \sqrt{5}} = \sqrt{5}^{\log_3 9} = \sqrt{5}^{\,2} = 5$ $a^{\log_b c} = b^{\log_b a}$

$\log_{a^z}(a^x) = \dfrac{x}{y}$

N3(5) →

$(\log_3 x)^2 + \log_3 x = 2$

$(\log_3 x)^2 + \log_3 x - 2 = 0$ пусть $\log_3 x = y$

$y^2 + y - 2 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$

$y_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = -2 \; ; \; 1$

$\log_3 x_1 = 1$ $x_1 = 3$

$\log_3 x_2 = -2$ $x_2 = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

$(x_1 ; x_2) = \left(3 ; \dfrac{1}{9}\right)$