Аналитическая геометрия

№1.

$$\frac{\sin(x)}{x} = 0 \quad | \cdot x \qquad x \neq 0$$

$$\sin(x) = 0$$

$$x = \pi n \quad , n \in \mathbb{Z}$$

№2. Даны три прямые: $y_1 = k_1 x + b_1$, $y_2 = k_2 x + b_2$, $y_3 = k_3 x + b_3$

Как узнать пересекаются ли они в одной точке?

Надо проверить удовлетворяет ли эта точка $M_0(x_0, y_0)$ всем трём уравнениям прямых.

Или

Должны существовать такие n_2 и n_3, что

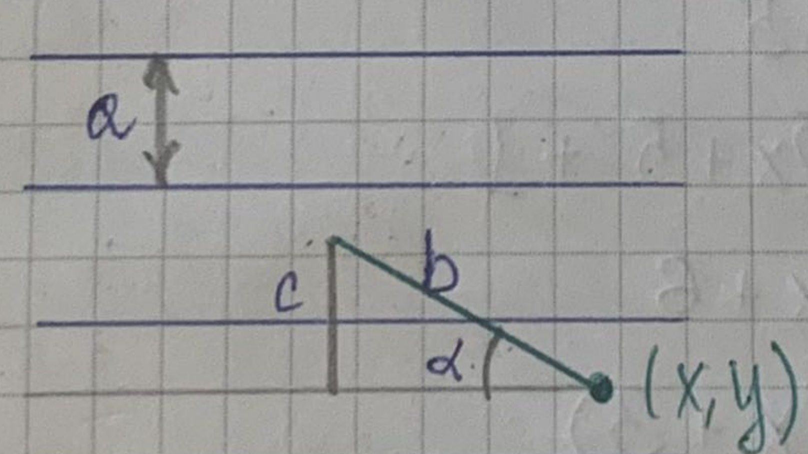
$$y_1 = k_1 x + b_1$$

$$y_2 = k_2 x + b_2 = n_2 (k_1 x + b_1)$$

$$y_3 = k_3 x + b_3 = n_3 (k_1 x + b_1)$$

№3. „Игла" на листе в линейку

Пересекает ли игла линию —



Примем, что линии на листке расположены под углом 0°

1. Через угол α и длину иглы b (гипотенуза) находим катет c

$$c = b \cdot \sin \alpha$$

Если $c > a$ $(\alpha \neq 0)$, то игла наверняка пересечет линию

Если $\alpha = 0$, то игла лежит на линии либо параллельна ей

N 17.6.2. $\alpha - ?$

$4y - 3x + 12 = 0$

$7y + x - 14 = 0$

$tg\alpha = \frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_1A_2 + B_1B_2} = \frac{7\cdot(-3) - 4\cdot 1}{7\cdot 4 + 1\cdot(-3)} = \frac{-21-4}{28-3} = \frac{-25}{25} = -1$

$tg\alpha = -1$

$\alpha = arctan(-1)$ $\quad \alpha = -\pi/4 + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

N 17.6.4. $\alpha - ?$

$x = \sqrt{2}$ $\quad$ это //-ные прямые OY

$x = -\sqrt{3}$ $\quad K_1 = K_2 = 1$

$b_1 = \sqrt{2}$ $\quad b_2 = -\sqrt{3}$

Выяснить тип кривых второго порядка.

N 17.6.5 $\quad y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$y^2 - 2y = 2x + 5$

$y^2 - 2y + 1 = 2x + 5 + 1$

$(y-1)^2 = 2x + 6$

$(y-1)^2 = 2(x+3)$

Ур-ние параболы $y^2 = 2p\cdot x$ или $(y-k)^2 = 4p(x-h)$

$(y-1)^2 = 4\cdot\frac{1}{2}(x-(-3))$

Парабола с вершиной $(-3;1)$

N 17.6.6. $\quad 3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

$(3x^2 + 12x) + 5y^2 - 30y = -42$

$3(x^2 + 4x + 4) + 5(y^2 - 6y + 9) = -42 + 3\cdot 4 + 5\cdot 9$

$3(x+2)^2 + 5(y-3)^2 = 15 \quad | : 15$

$\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1$

Эллипс с центром $(-2, 3)$

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ эллипс

N 17.6.7 $2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$

$2x^2 - (y^2 - 6y) = 7$

$2x^2 - (y^2 - 6y + 9) = 7 - 9$

$2x^2 - (y-3)^2 = -2 \quad |:(-2)$

$-x^2 + \frac{(y-3)^2}{2} = 1$

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ - гипербола

$\frac{(y-3)^2}{2} - \frac{(x-0)^2}{1} = 1$

Гипербола с центром (0; 3)

N 17.6.8. $2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

$2x^2 - 28x - (3y^2 + 42y) = 55$

$2(x^2 - 14x + 7^2) - 3(y^2 + 14y + 7^2) = 55 + 2\cdot 7^2 - 3\cdot 7^2$

$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 = 55 + 98 - \overset{49}{147}$

$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 = 6 \quad |:6$

$\frac{(x-7)^2}{3} - \frac{(y+7)^2}{2} = 1$

Гипербола с центром (7; -7)

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ гипербола

N 4.

$\sin(a \cdot x) = 0$

$a \cdot x = \pi n \qquad x = \pi n / a$

$0{,}01 < a < 0{,}02 \qquad 100 < x < 500$

график в программе