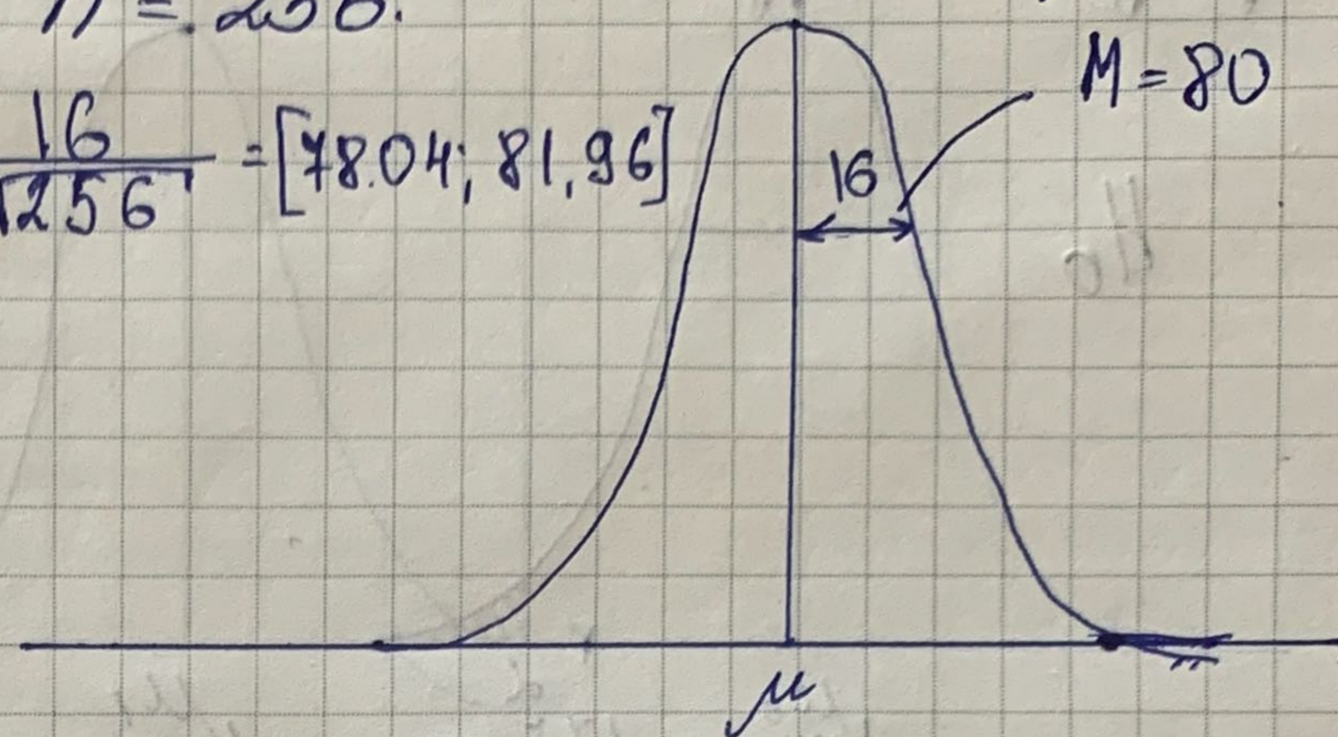
MatStat_Lesson5.

N1 Известно, что ген. сов-ть распределена нормально, ср. кв. откл. равно 16. Найти дов. интервал для оценки мат. ож. a с надежностью 0,95, если выб-ная ср. $M=80$, а объем выборки $n = 256$.

$$\overline{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 80 \pm 1{,}96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}} = [78.04; 81{,}96]$$

$$Z_T = \underset{2{,}5\%}{Z_{\alpha/2}} = 1{,}96$$



Доверительный интервал:
[78,04; 81.96].

N2 В результате 10 независимых ~~испытаний~~ измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные:

6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1

Предполагая, что результаты измерений подчин. нормальному закону распределения вер-тей, оценить истинное значение величины X при помощи дов. интервала, покрывающего это значение с дов. вер-тью 0,95

Выборочное среднее $\overline{X} = 6.59$ (z.mean())

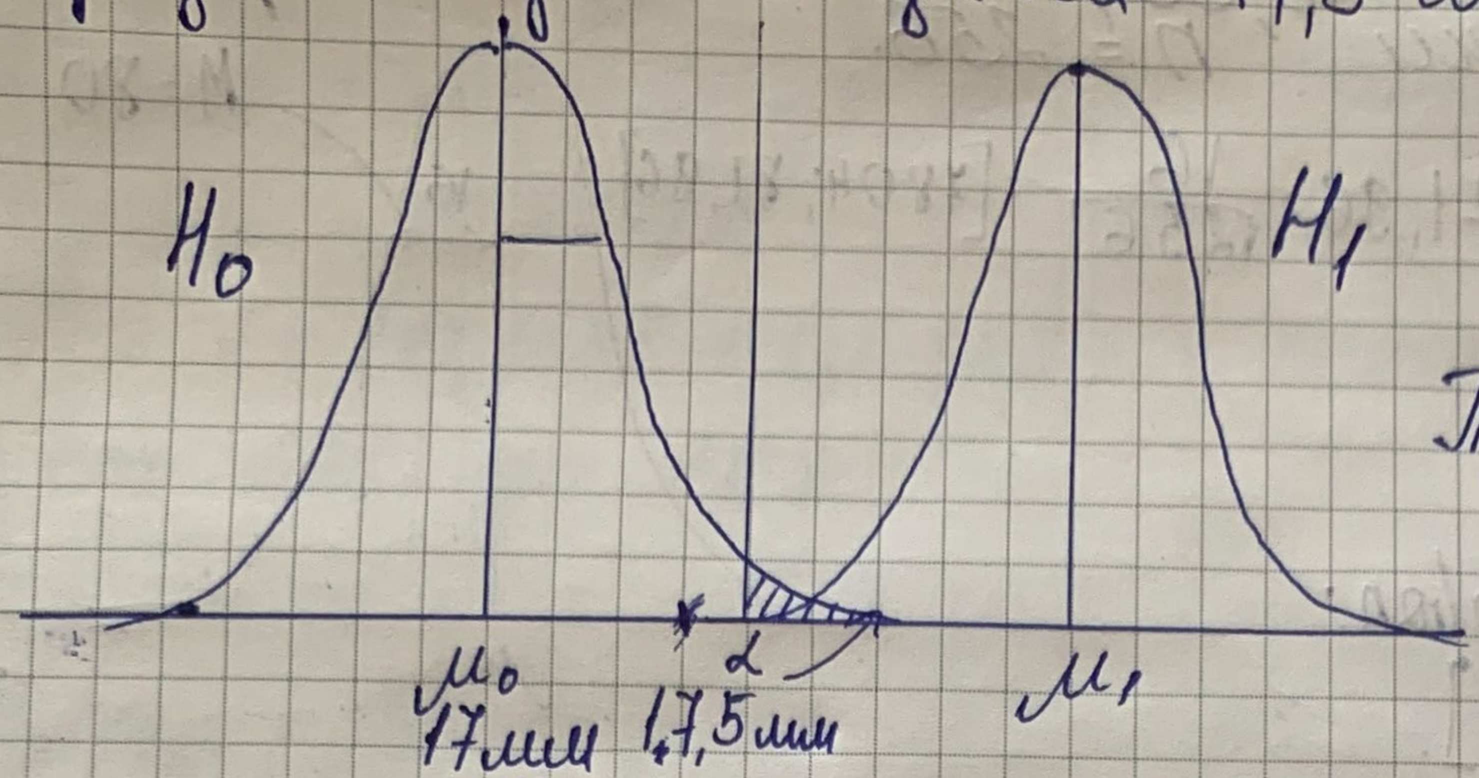
Несмещ. ~~ср. диспер~~ ст. откл. $\sigma_H = 0{,}45$ {np.std(z, ddof=1)}

$$\overline{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6{,}59 \pm 2{,}26 \cdot \frac{0{,}45}{\sqrt{10}} = [6{,}2684;\ 6{,}9116]$$

$z_T = z_{\alpha/2} = 2{,}26$ (для дов. вер. 0,95)

[6,2684; 6,9116] – данный интервал с вер-тью 95% накрывает истинное значение величины X.

№3. Утверждается что шарики имеют ср. диам. 17 мм. Используя одностор. критерий $\alpha = 0{,}05$, проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 100$ шариков ср. диаметр оказался 17,5 мм, а дисп. 4 мм.



$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu > \mu_0$

При $\alpha = 0{,}05$ $Z_T = 1{,}645$

$$Z_H = \frac{17{,}5 - 17}{\sqrt{4} / \sqrt{100}} = \frac{0{,}5}{0{,}2} = 2{,}5$$

$D = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$

$2{,}5 > 1{,}645 \Rightarrow Z_H > Z_T \Rightarrow$ попадаем в область принятия гипотезы H_1

станок требует настройки

№4. Продавец утверждает, что ср. вес пачки рис. 200г. Из партии взяли выборку 10 пачек с весом: 202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190. $\bar{x}$ 198,5

Их веса распределены нормально. Дов. вер-ть 99%. Исп-ть двусторонний тест.

Критерий Стьюдента

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$

$$t_H = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_H / \sqrt{n}}$$

Дов. вер-ть $= 99\% \Rightarrow \alpha = 1\%$
$\alpha = 0{,}5\%$

Выборочное среднее $\bar{X} = 198{,}5$

Несмещ. ст. отклон. $\sigma \cong 4{,}45$ (Python)

$$t_H = \frac{198{,}5 - 200}{4{,}45 / \sqrt{10}} \approx -1{,}066$$

число степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$.

Дов. вер-ть $\alpha = 0{,}99$

$t_{cr} = 3{,}2498$ $-3{,}25$ $3{,}25$

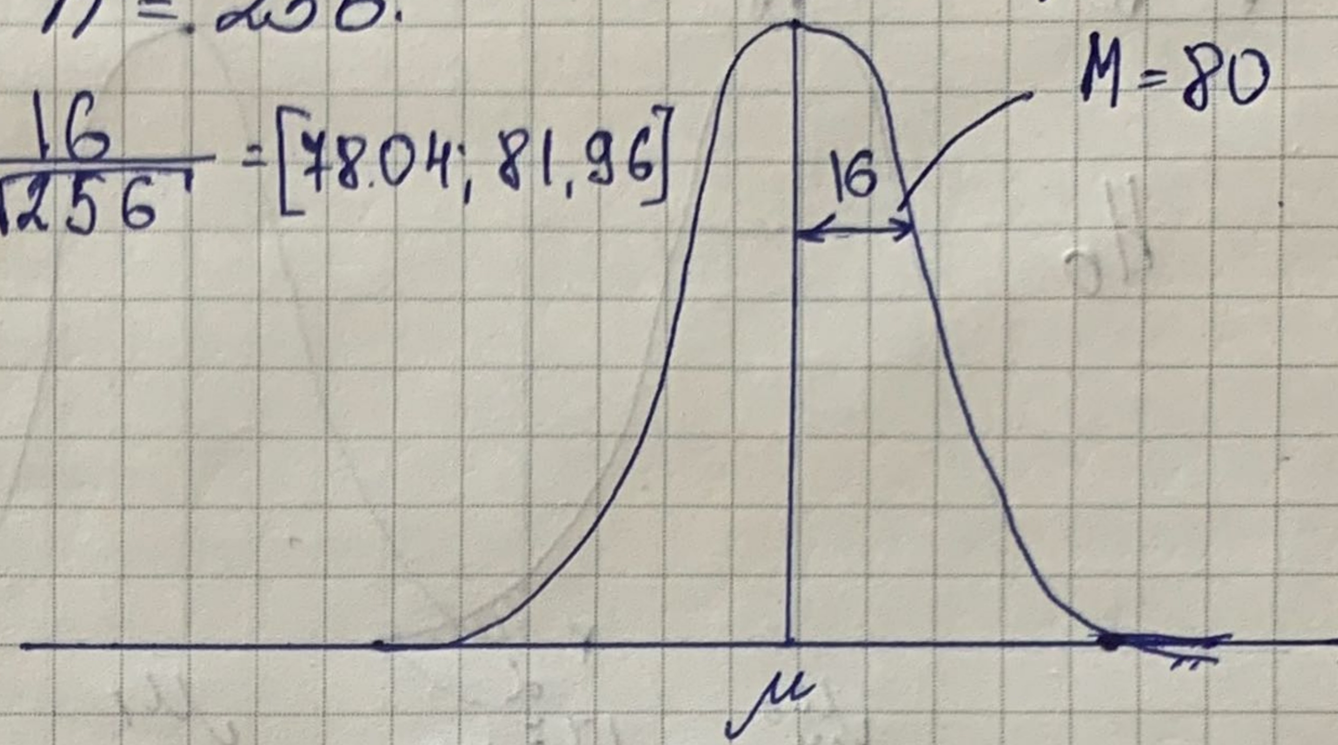
Так как $|t_H| = |-1{,}066| = 1{,}07 < 3{,}25 = t_{cr}$, то принимаем нулевую гипотезу H_0, что $\mu = \mu_0$

MatStat_Lesson 5.

№1 Известно, что ген. сов-ть распределена нормально, ср. кв. откл. равно 16. Найти дов. интервал для оценки мат. ож. a с надежностью 0,95, если выб-ная ср. $M=80$, а объем выборки $n = 256$.

$$\overline{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 80 \pm 1{,}96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}} = [78.04; 81,96]$$

$$z_T = \underset{2,5\%}{z_{\alpha/2}} = 1{,}96$$



Доверительный интервал:

[78,04; 81.96].

№2 В результате 10 независимых ~~испытаний~~ измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные:

6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1

Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вер-тей, оценить истинное значение величины X при помощи дов. интервала, покрывающего это значение с дов. вер-тью 0,95

Выборочное среднее $\overline{X} = 6.59$ (z.mean())

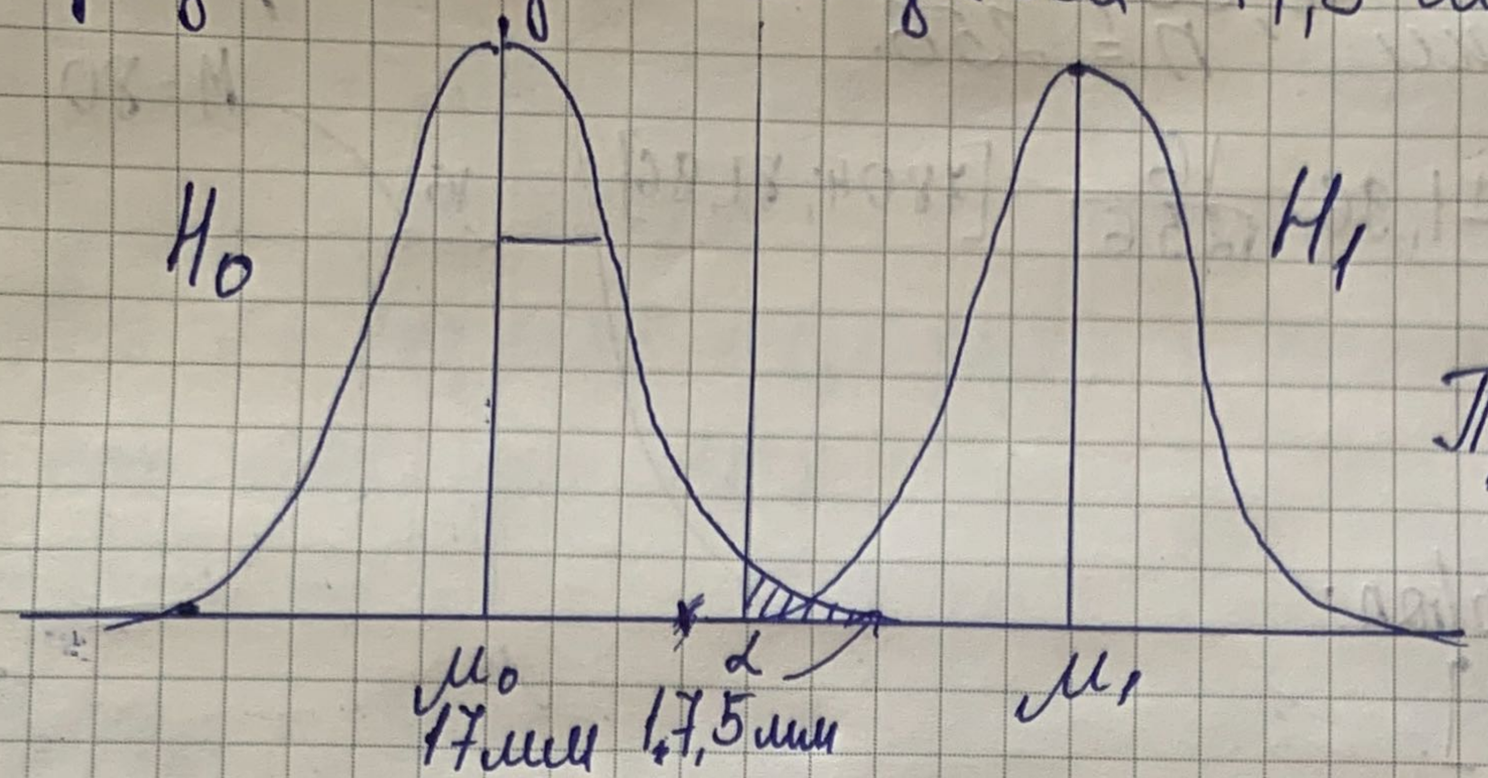
Несмещ. ~~ср. кв.~~ ст. откл. $\sigma_н = 0{,}45$ {np.std(z, ddof=1)}

$$\overline{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6{,}59 \pm 2{,}26 \cdot \frac{0{,}45}{\sqrt{10}} = [6{,}2684; 6{,}9116]$$

$z_T = z_{\alpha/2} = 2{,}26$ (для дов. вер. 0,95)

[6,2684; 6,9116] – данный интервал с вер-тью 95% покрывает истинное значение величины X.

№3. Утверждается что шарики имеют ср. диам. 17 мм. Используя однастор. критерий $\alpha = 0,05$ проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 100$ шариков ср. диаметр оказался 17,5 мм, а дисп. 4 мм.



$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu > \mu_0$

При $\alpha = 0,05$ $Z_T = 1,645$

$$Z_H = \frac{17,5 - 17}{\sqrt{4} / \sqrt{100}} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5$$

$D = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$

$2,5 > 1,645 \Rightarrow Z_H > Z_T \Rightarrow$ попадаем в область принятия гипотезы H_1

станок требует настройки

№4. Продавец утверждает, что ср. вес пачки рис. 200г. Из партии взяли выборку 10 пачек с весом: 202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190. ≈198,5

Их веса распределены нормально. Дов. вер-ть 99%. Исп-ть двусторонний тест.

Критерий Стьюдента

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$

$$t_H = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_H / \sqrt{n}}$$

Дов вер-ть = 99% $\Rightarrow \alpha = 1\%$

$\alpha = 0,5\%$

Выборочное среднее $\bar{X} = 198,5$

Несмещ. ст. отклон $\sigma \cong 4,45$ (Python)

$$t_H = \frac{198,5 - 200}{4,45 / \sqrt{10}} \approx -1,066$$

число степеней свободы $k = n - 1 = 10 - 1 = 9$.

Дов. вер-ть $\alpha = 0,99$

$t_{cr} = 3,2498$ $-3,25$ $3,25$

Так как $|t_H| = |-1,066| = 1,07 < 3,25 = t_{cr}$, то принимаем нулевую гипотезу H_0, что $\mu = \mu_0$