

ТЗ урок 2

Теория множеств. Мат. логика

№1. Представьте в виде несокращенной обыкновенной дроби:

а) $0,(216)$

$$a = 0.(216)$$

$$1000 \cdot a = 216.(216)$$

$$1000a = 216 + 0.216$$

$$1000a = 216 + a$$

$$999a = 216$$

$$a = 216 / 999 = 8/37$$

$$a = 8/37$$

б) $1.0(01)$

$$a = 1.0(01)$$

$$b = 0.(01)$$

$$100b = 01.(01)$$

$$100b = 1 + 0(01)$$

$$100b = 1 + b$$

$$99b = 1$$

$$b = 1/99$$

$$a = 1.0(01)$$

$$10a = 10.(01)$$

$$10a = 10 + 0(01)$$

$$10a = 10 + b$$

$$10a = 10 + 1/99$$

$$10a = 990 + 1$$

$$10a = 991$$

$$a = 991/10$$

№3. а) $(A \vee B) \rightarrow (B \vee \bar{A})$

A	B	$A \vee B$	\bar{A}
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	0

не эквивалентна тождеству

$$\bar{A} \vee B = B \vee \bar{A}$$

$$1$$

$$1$$

$$0$$

$$1$$

б) $A \rightarrow (A \vee (\bar{B} \wedge A))$

$$A \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$A \rightarrow A$$

$$\bar{B} \wedge A = A \wedge \bar{B}$$

Закон поглощения для дизъюнкции

эквивалентна тождеству

N 4. A - сегодня светит солнце
B - сегодня сыро
C - я поеду на дачу

a) $(\bar{A} \vee B) \rightarrow C$

Если сегодня не будет светить солнце или будет сыро, то я не поеду на дачу

b) $C \rightarrow (A \vee \bar{B})$

Если уж я поеду на дачу, то сегодня обязательно будет светить солнце или хотя бы не будет сыро.

N 5. Правильно построение противоположного высказывания

a) На любом курсе каждого факультета есть студенты, сдающие все экзамены на "отлично".

\forall курс \forall факультета \exists студенты, сдающие \forall экзамены на "отлично"

\exists курс \exists факультета \forall студент, не сдают
 \exists экзамены на "отлично"

Есть курс на каком-то факультете, где все студенты (каждый студент) не сдают какие-то экзамены на "отлично".

b) В любом самолете на рейсе Вашингтон - Москва присутствует хотя бы один сотрудник силовых органов, в каждой пуговице ^{одежды} которого вмонтирован микрофон.

Есть самолет на рейсе В-М, на борту которого каждый пассажир - сотрудник силовых органов, в какой-то из пуговиц одежды которого не вмонтирован микрофон.

\exists самолет на рейсе В-М, на борту кот. \forall пассажиры сотр. СО, \exists пуговица одежды не вмонтирован микрофон

ПЗ урок 2 Теория множеств. Мат. индукция

№6* Прочитать, установить истинность, построить
противоположное.

a) $\forall x \in \mathbb{R} \exists X \in \mathbb{R} : X > x$ — истинно

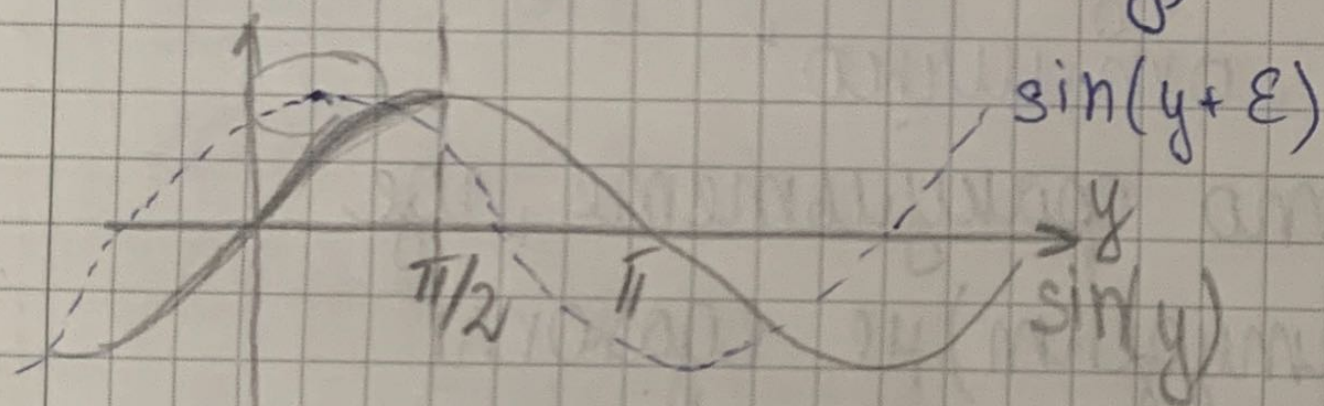
Для любого элемента x принадлежащего мно-
жеству \mathbb{R} существует множество X принадле-
жащее множеству \mathbb{R} такое, что мно-
жество X больше x .

$\exists x \in \mathbb{R} \forall X \in \mathbb{R} : X \leq x$

Для любого мн-ва X принадлежащего мн-ву \mathbb{R}
существует хотя бы один эл-т x принадле-
жащий мн-ву \mathbb{R} , при этом мн-во X меньше
или = эл-тов x . — ~~ложно~~

b) $\forall y \in [0; \pi/2] \exists \varepsilon > 0 : \sin y < \sin(y + \varepsilon)$

Для любого y принадлежащего отрезку
от 0 до $\pi/2$ существует ε больше 0
такое, что $\sin(y) < \sin(y + \varepsilon)$

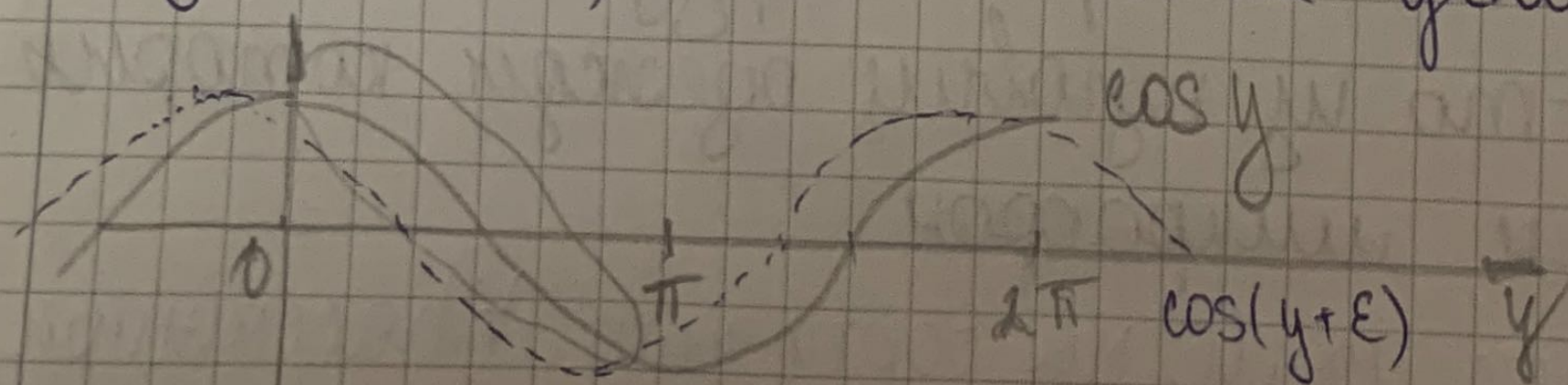


$\exists y \in [0; \pi/2] \forall \varepsilon > 0 : \sin(y) \geq \sin(y + \varepsilon)$

Для любого $\varepsilon > 0$ существует $y \in [0; \pi/2]$ такое,
что $\sin(y) \geq \sin(y + \varepsilon)$

b) $\forall y \in [0; \pi) \exists \varepsilon > 0 : \cos y > \cos(y + \varepsilon)$

Существует такое $\varepsilon > 0$, что для любого
 $y \in [0; \pi)$ выполняется условие $\cos y > \cos(y + \varepsilon)$



$$\exists y \in [0; \pi) \quad \forall \varepsilon > 0 : \cos y \leq \cos(y + \varepsilon)$$

Для любого $\varepsilon > 0$ существует $y \in [0; \pi)$ такое, что
вып-се условие $\cos(y) \leq \cos(y + \varepsilon)$

N2* Пусть $x = 2/21$. Известно, что для некоторого
натурального k число x записывается в
 k -ичной системе счисления как $0.(13)_k$
Найдите k . $\frac{2}{21} = 0,0952381$

$$x_k = 0.(13)$$

$$100 x_k = 13.(13)$$

$$100 x_k = 13 + 0.(13)$$

$$100 x_k = 13 + x_k$$

$$99 x_k = 13$$

$$x_k = 13/99$$

$$\left(\frac{2}{21}\right)_{10} = \left(\frac{13}{99}\right)_k \quad k = 13$$

т.к. в записи числа $(13/99)_k$ встречается цифра 9,
то $k \geq 9$

$$0.(13)_k \approx 1 \cdot k^{-1} + 3 \cdot k^{-2}$$

$$\frac{2}{21} \approx \frac{1}{k} + \frac{3}{k^2}$$

$$2k^3 = 21k^2 + 63k$$

$$2k^2 = 21k + 63$$

$$2k^2 - 21k - 63 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (-21)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-63) = 441 + 504 = 945$$

$$k = \frac{21 \pm \sqrt{945}}{2 \cdot 2} \approx \frac{21 \pm 31}{4}$$

$$k_1 \approx -10/4$$

$$k_2 \approx 52/4 \approx 13$$

основание
системы числ.
отрицательными быть
не может

Ответ: $\left(\frac{2}{21}\right)_{10} = \left(\frac{13}{99}\right)_{13}$