

什么是SIMPLE及PISO算法？



Reese

欢迎关注我的微信公众号“CFD Physics”

关注他

44 人赞同了该文章

SIMPLE及PISO算法是CFD软件求解N-S方程的一种常见的压力-速度耦合方式。在介绍SIMPLE及PISO算法之前，我们先说一下为什么N-S方程那么难求解。

N-S方程有4个方程，有连续性方程及 U_x 、 U_y 、 U_z 动量方程，含有 U_x 、 U_y 、 U_z 、 p 共4个未知数。但4个方程中并没有求解压力 p 的方程，比如理想气体状态方程；连续性方程实际也是 U_x 、 U_y 、 U_z 3个动量方程的限制性方程，因为动量方程求解得到的速度也必须满足连续性方程；而且动量方程本身的对流项也是非线性的。因此综上所述原因，N-S方程数值求解确实

1.SIMPLE算法

SIMPLE算法提出时间比较早，是最开始为求解稳态流动N-S方程而设计的。SIMPLE算法中主要有两个关键点：

(1) 从动量及连续性方程中导出压力泊松方程。

(2) 导出速度修正方程，使之满足连续性方程。

首先，把动量方程（2）写成如下方程（3）所示的用于数值求解的一般矩阵形式，其中 M 矩阵为利用有限体积法把方程离散化之后得到的系数，该系数矩阵已知。

$$MU = -\nabla p \quad (3)$$

为详细说一下该矩阵方程的意义，以 x 方向动量方程矩阵方程示例说明。方程（4）即为系数展开后的矩阵方程， $M_{1,1}$ 、 $M_{1,2}$... $M_{n,n}$ 为已知的动量方程离散化系数矩阵， U_1 、 U_2 ... U_n 为存在每一个单元中心节点的速度变量，因此共有 n 个方程，每个方程对应一个单元中心节点。

$$\begin{pmatrix} M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} & \dots & M_{2,n} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} & \dots & M_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n,1} & M_{n,2} & M_{n,3} & \dots & M_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\partial p / \partial x)_2 \\ (\partial p / \partial x)_3 \\ \vdots \\ (\partial p / \partial x)_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

接着主要的一步是把系数矩阵M分解为对角矩阵和非对角矩阵，方程（3）变为如下方程（5），其中A为对角矩阵，H为非对角矩阵。

$$\mathcal{M}U = -\nabla p \quad \longrightarrow \quad \mathcal{A}U - \mathcal{H} = -\nabla p \quad (5)$$

之所以这么做，是因为对角矩阵有一特性，即求逆非常方便，有助于后续求解速度修正方程。

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{2,2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_{3,3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{n,n} \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad \mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/A_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/A_{2,2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1/A_{3,3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/A_{n,n} \end{pmatrix} \quad (6)$$

H可由非对角矩阵项及上一迭代步速度项显式求得，因此也是已知的，该项是压力泊松方程的源项的一部分。

然后我们把分解后的方程求逆得到显式速度方程，

$$\mathcal{A}U - \mathcal{H} = -\nabla p \quad \longrightarrow \quad U = \mathcal{A}^{-1}\mathcal{H} - \mathcal{A}^{-1}\nabla p \quad (9)$$

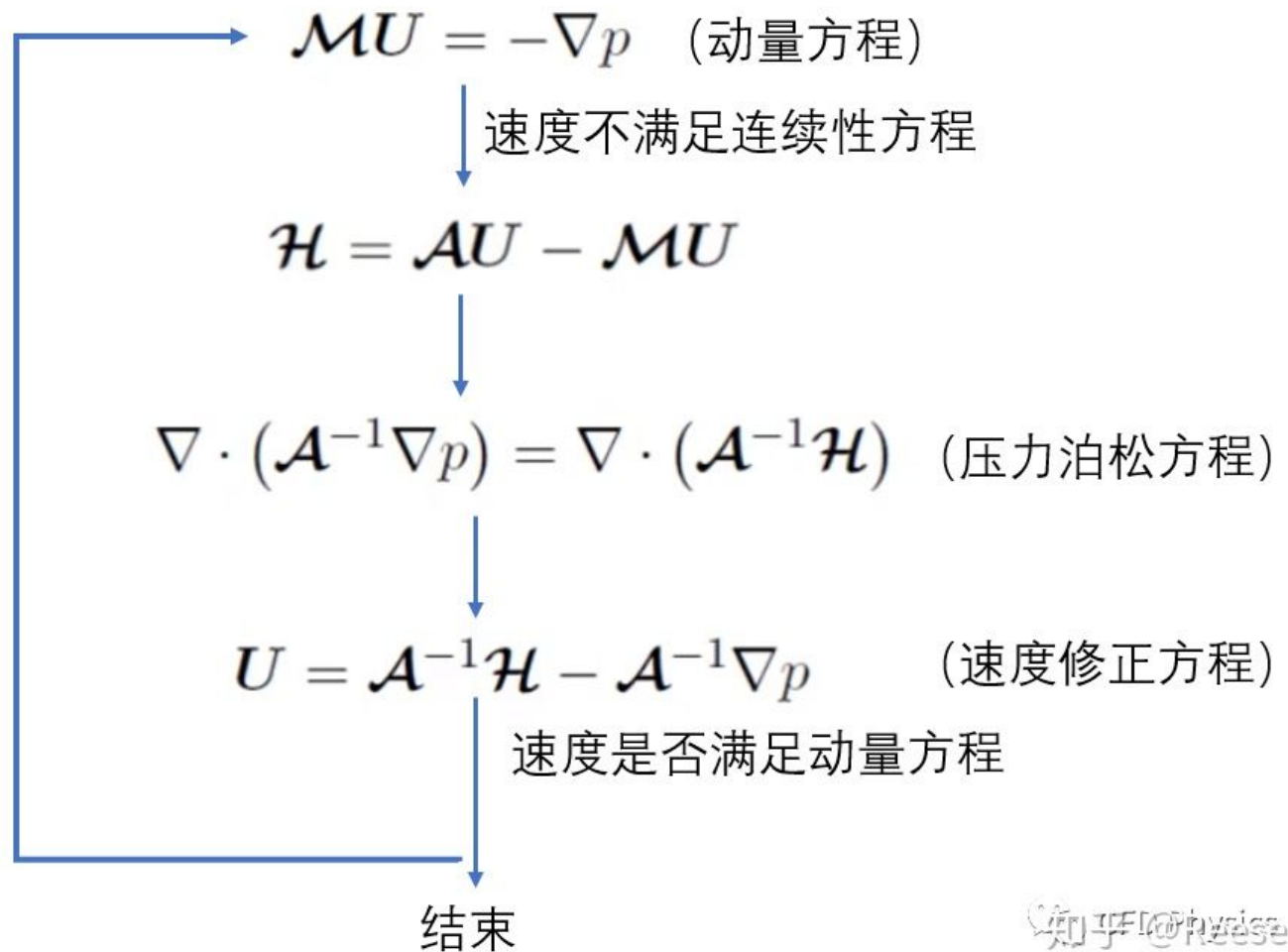
再带入连续方程,即可得到压力泊松方程。

$$\boxed{\nabla \cdot (\mathcal{A}^{-1}\nabla p) = \nabla \cdot (\mathcal{A}^{-1}\mathcal{H})} \quad (11)$$

好，经过一阵折腾后，我们再回来。现在我们得到动量方程（3）及压力泊松方程(11),即我们得到4个未知数对应的4个方程。那么SIMPLE算法求解过程是怎么样的呢？

SIMPLE算法求解过程总结为如下4步：

- (2) 根据压力泊松方程求解得到压力。
- (3) 利用求得的压力修正速度，使之能够满足连续性方程。
- (4) 如果速度不满足动量方程，回到步骤（1）重复该循环，直至满足为止。

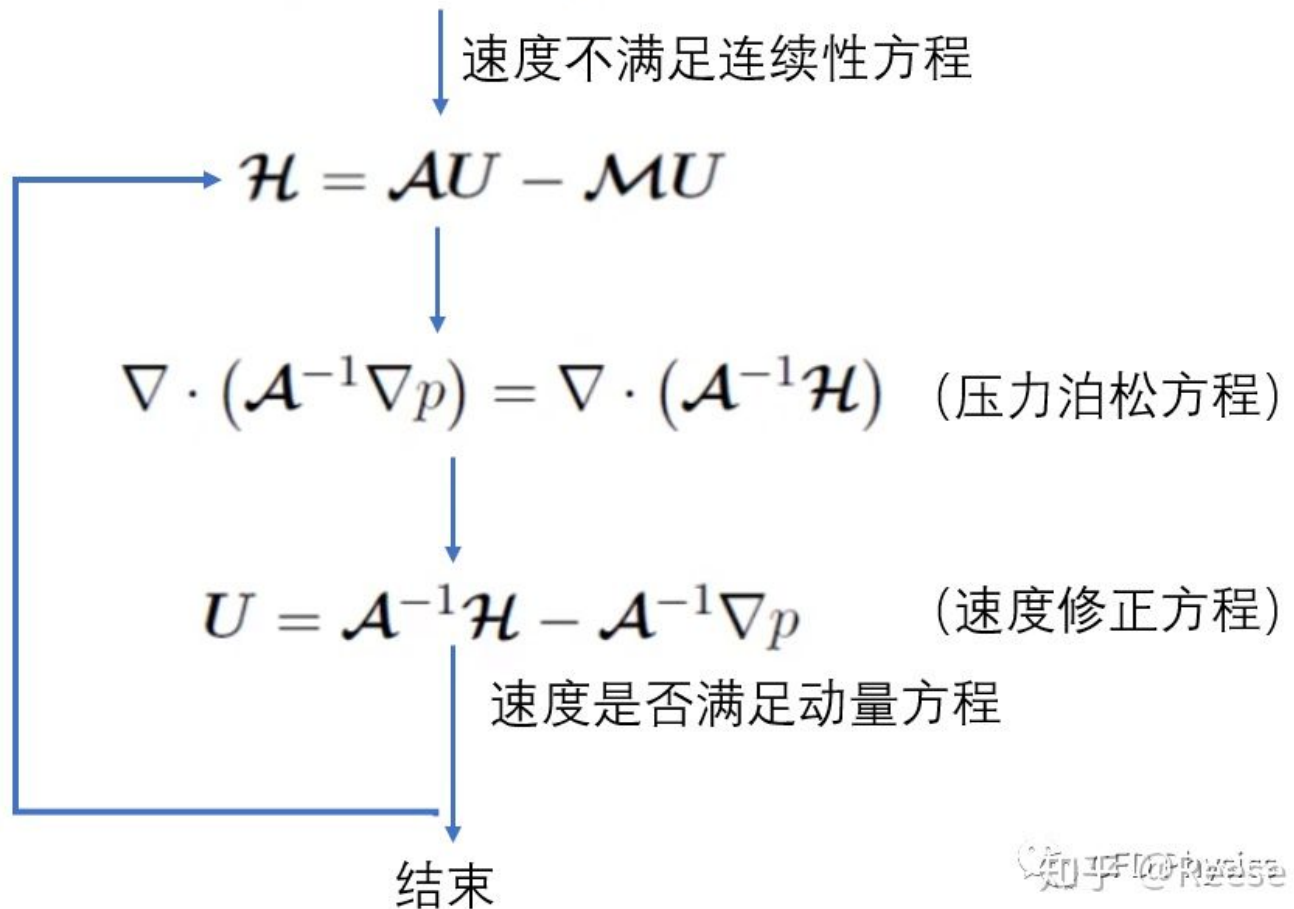


知乎@hzeise

那其他的标量方程怎么办？比如能量方程、湍流方程k方程及 ϵ 方程等。这些方程也可以放到上数求解循环中，只需放到速度修正方程后依次求解即可。

2.PISO算法

PISO算法是在SIMPLE以后发展出来，最初为瞬态不可压缩流动设计的一种算法。PISO算法与SIMPLE算法的区别是速度场由速度修正方程修正后，并没有直接回到如下动量方程进行迭代循环，而是直接进行更新H矩阵，求解压力泊松方程，因此动量方程只是初始迭代使用过一次，此后便不再使用，因此相比SIMPLE算法计算量减少，速度更快。



Q204FD@Fudan

由于存在方程 (12) 的时间导数项，PISO算法在瞬态流动计算时候比较稳定。当时间步长比较小时，时间导数项会远大于动量方程对流项、扩散项、源项等其他项，而由于时间倒数项会出现矩阵对角阵上，因此小的时间步长就会使矩阵对角占优，这种矩阵特性会使方程的求解更加稳定，花费更少的迭代步达到收敛。

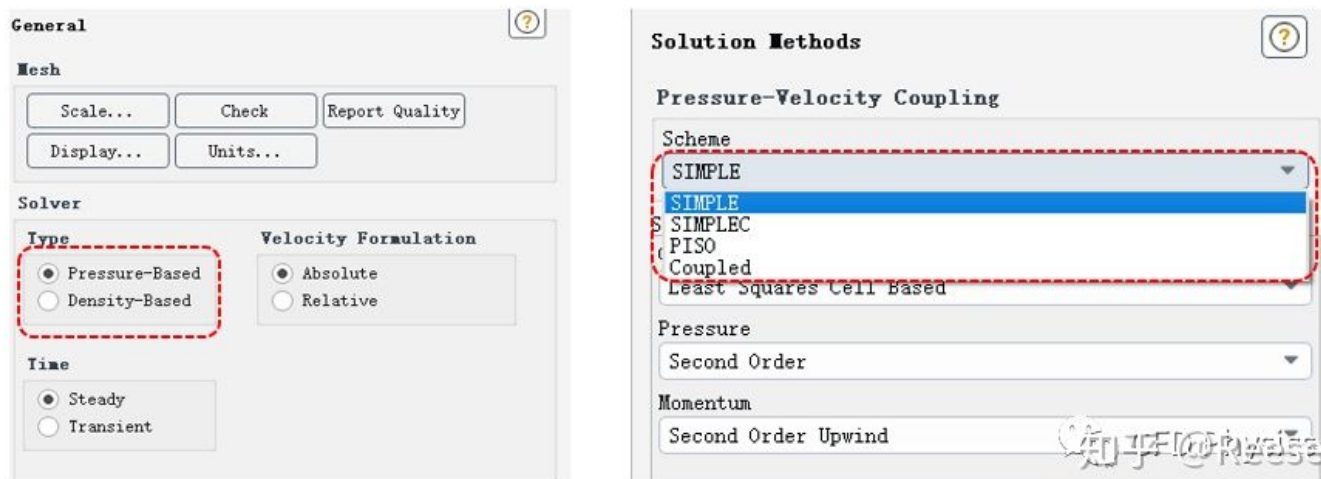
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_p^{i+1} - U_p^i}{\Delta t} \quad (12)$$

Q204FD@Fudan

当然从另一方面来说，由于稳态流动没有时间导数项，因此若简单使用SIMPLE算法就不如PISO算法稳定，因此SIMPLE算法会以使用松弛因子的方式人工增加对角矩阵系数，使方程求解更加稳定，具体细节这里就不再多说了。

总的来说吧，PISO算法比较适合瞬态不可压缩流体。当时间步长足够小时（库朗数 <1 ）时，就不需要人工增加对角矩阵系数，使之对角占优，只需要做一次动量方程求解，然后对压力方程及速度修正方程进行迭代循环即可收敛。

选项，这里的SIMPLE及PISO算法就属于压力基算法。这是因为这些算法需要首先求解压力泊松方程得到压力，然后在非等温流动中，密度才根据状态方程，比如 $p=P/RT$ 求得。



而密度基算法经常使用在可压缩流动中，密度基算法中密度由连续性方程直接求解，然后压力根据状态方程，比如求解 $P=pRT$ 得到。

下一篇总结一下FLUENT的压力-速度耦合求解算法，如SIMPLE、SIMPLEC、PISO、COUPLED算法的应用场景及推荐设置。

参考资料：

1. fluidmechanics101.com/
2. FLUENT UERGUIDE
3. H. Jasak .Error Estimation and Analysis for the Finite Volume Method with Application to Fluid Flows
4. Open FOAM guide/The SIMPLE algorithm in OpenFOAM



知乎 @Reese

CFD理论及相关案例，欢迎关注

发布于 04-07

算法 计算流体力学 (CFD)

▲ 赞同 44 ▼ 6 条评论 分享 喜欢 收藏 申请转载 ...

推荐阅读

SIMPLE与PISO算法浅谈

量量 SIMPLE算法全名为压力耦合方程组的半隐式方法 (Semi-Implicit-Method for Pressure Linked Equations) ,是计算流体力学中一种被广泛使用的求解流场的数值方法, 于1972年由Suhas V....

一朵苍凉

fluent中standard k- ϵ 湍流模型介绍

standard, RNG, 和 realizable k- ϵ 模型, 这三种模型的形式都很相似, 都有k和 ϵ 的输运方程。这些模型的主要区别如下: 湍流粘度的计算方法; 控制K和 ϵ 湍流扩散的湍流普朗特数; ϵ 方程中的生...

dream

发表于CFD



写下你的评论...



只送大脑

04-07

写的好

👍 1



谢天辞

04-23

SIMPLE算法最核心的是动量方程中忽略临点的影响，导出速度与压力关系。对于大部分不可压缩流，导出压力泊松方向过程是一样的，区别在于从动量方程得到压力与速度关系的方法。

👍 赞



刘鑫

04-29

谢谢~期待下一篇coupled算法和运用场景

👍 赞



羞电脑前嘚冠希

05-31

写得好，但是从流程中看不出一个重要问题的答案，即为何一个稳态一个瞬态

👍 赞



马大壮

06-23

棒 通俗易懂

👍 赞



周牧之

08-23

迭代后判断的速度场是否满足连续性方程吧，非动量方程

👍 赞

