

**Pregunta N°5**

**MAT1203-12-2**

Se tiene  $A = UU^T U$  con  $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , y donde  $U^{-1}$  existe.

¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a una condición correcta para el cálculo del determinante de  $A$ ?

- a)  $\text{Det}(A) \neq 0$
- b)  $\text{Det}(A) = 0$
- c)  $\text{Det}(A) \geq 0$
- d)  $\text{Det}(A) \leq 0$

**Pregunta N°6**

**MAT1203-4-1**

Se tienen las matrices  $C \in M_{nn}$  (matriz de  $n$  filas y  $n$  columnas). Se define la matriz  $N = C - I_n$  (con  $I_n$  la matriz identidad de  $n$  filas y  $n$  columnas).

Si se sabe que  $N^n = 0_{nn}$  (matriz de ceros), ¿cuál de las siguientes alternativas corresponde a la matriz  $C^{-1}$ ?

- a)  $C^{-1} = I_n - N$
- b)  $C^{-1} = I_n - N + N^2 - N^3 + \cdots + (-1)^{n-1}N^{n-1}$
- c)  $C^{-1} = I_n + N - N^2 + N^3 + \cdots + (1)^{n-1}N^{n-1}$
- d)  $C^{-1} = I_n - N + N^2 - N^3 + \cdots + (-1)^{2n-1}N^{2n-1}$

**Pregunta N°7**

**Pregunta N°5**

**MAT1203-2-1**

Se define el plano  $\Pi$  como:

$$x - 2y + 3z = 12$$

Y se define la recta  $L$  como:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$$

¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la condición que debe cumplir el parámetro  $b$  para que  $\Pi \cap L$  sea vacío?

- a)  $b \geq 5/2$
- b)  $b \leq 5/2$
- c)  $b = 5/2$
- d) no existe valor de  $b$  que cumpla con lo solicitado.

**Pregunta N°5**

**MAT1203-7-3**

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{lcl} y - 2z & = & 1 \\ x + y + z & = & 1 \\ -x + z & = & 1 \end{array}$$

¿Cuál de las siguientes alternativas indica la solución del problema por medio de la regla de Cramer?

a)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}$

b)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}$

c)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}$

d)  $x = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}, \quad z = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}$

**Pregunta N°5  
MAT1203**

Se tiene la siguiente base de  $\mathbb{R}^4$ , llamados  $b_1, b_2, b_3$  y  $b_4$ :

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Y la siguiente transformación lineal de  $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ :

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donde las demás transformaciones de la base entregan ese mismo vector como imagen. Es decir,  
 $f(b_2) = b_2$  y  $f(b_4) = b_4$

¿Cuál es la matriz representante de  $f$  en la base  $B$ ?

**Pregunta N°6**  
**MAT1203**

Se define el plano  $\Pi$  como:

$$2x - 3y - z = 6$$

Y se define la recta  $L$  como:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$$

¿Qué condición debe cumplir el parámetro  $b$  para que  $\Pi \cap L$  sea vacío?

**Pregunta N°7**

Pregunta N°5  
MAT1203-2015-2-1

Se define el plano  $\Pi$  como:

$$x - 2y + 3z = 12$$

Y se define la recta  $L$  como:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$$

¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la condición que debe cumplir el parámetro  $b$  para que  $\Pi \cap L$  sea vacío?

- a)  $b \geq 5/2$
- b)  $b \leq 5/2$
- c)  $b = 5/2$
- d) no existe valor de  $b$  que cumpla con lo solicitado.

**Pregunta N°5**

**MAT1203-4-1**

Sea  $X$  una matriz  $3 \times 3$ , y las siguientes tres matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere las matrices  $AX$ ,  $BX$  y  $CX$ , ¿cuál de las siguientes alternativas es generalmente **FALSA**?

- a) La matriz  $AX$  es la matriz  $X$  pero con las filas 1 y 2 intercambiadas
- b) La matriz  $BX$  es la matriz  $X$  con su segunda fila multiplicada por 2
- c) La matriz  $CX$  es la matriz  $X$  con su fila 1 intercambiada con 2 veces su fila 2
- d) Las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  son invertibles.

**Pregunta N°5**

**MAT1203-9-1**

Sea  $\mathbb{P}_2$  el espacio de los polinomios de segundo grado con coeficientes reales. Se define una base  $B$  para  $\mathbb{P}_2$  de la siguiente manera

$$B = \{x^2, x, x + 2\}$$

Ahora, considere una transformación lineal  $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$ , tal que su matriz asociada respecto a la base  $B$  es

$$T_{B \rightarrow B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sea  $p \in \mathbb{P}_2$  un polinomio dado por  $p(x) = x^2 - 4x + 4$ . ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la transformación  $T(p)$ ?

- a)  $T(p) = 5x^2 + 4$
- b)  $T(p) = 5x^2 + 4x + 8$
- c)  $T(p) = 7x^2 - 4x + 2$
- d)  $T(p) = 7x^2 - 2x + 4$

Pregunta 8 (Materia: MAT1203) | Fuente: Guia de Ejercicios ECF 2\_2023.pdf

**Pregunta N°8**  
**MAT1203-4-1 (22-2)**

Considere la siguiente matriz ( $A$  y  $B$  son invertibles):

$$M = (AB)^T(BA^T)^{-1}$$

$M^T$  es igual a:

- a)  $I$
- b)  $(B^{-1})^T B$
- c)  $AB(B^T A)^{-1}$
- d)  $A^T B^T B^{-1}(A^T)^{-1}$

**Pregunta N°9**

**MAT1203-6-1-20 (22-1)**

Sean  $A$  y  $B$  dos matrices cuadradas del mismo tamaño. Suponga además que las matrices  $A$  y  $A + B$  son invertibles.

Considere las siguientes afirmaciones:

- I.  $B$  siempre es invertible.
- II.  $BA^{-1}$  siempre es invertible.
- III.  $I + BA^{-1}$  siempre es invertible.

¿Cuál(es) de las afirmaciones anteriores es(son) **FALSA(S)**?

- a) Solo I
- b) Solo III
- c) Solo I y II
- d) Todas

**Pregunta N°8**

**MAT1203-1-2 (23-2)**

Considere la matriz ampliada de un sistema de ecuaciones,  $[A|\mathbf{b}]$ , cuya forma escalonada reducida es:

$$\left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

¿Qué se puede afirmar de las soluciones del sistema?

- a) El sistema no tiene solución.
- b) El sistema tiene solución única.
- c) Las soluciones del sistema forman una recta o un plano.
- d) Las soluciones del sistema forman un espacio vectorial de 3 o más dimensiones.

**Pregunta N°9**  
**MAT1203-6-2 (24-1)**

Considere las siguientes afirmaciones con respecto a las matrices simétricas:

- I. La diferencia de matrices simétricas es una matriz simétrica.
- II. Si  $A$  y  $B$  son simétricas y  $AB = BA$ , entonces  $AB$  es una matriz simétrica.
- III. Todas las matrices simétricas de  $n \times n$  tienen  $n$  valores propios reales distintos.

De las afirmaciones anteriores, ¿cuáles son **CORRECTAS**?

- a) Sólo I y II
- b) Sólo II y III
- c) Sólo I y III
- d) Todas son correctas.