

**Pregunta N°17**  
**EYP1113-1-3**

Suponga que se cuenta con un dado de seis caras mal construido, que tiene tres caras con el número 6, dos caras con el número 4 y una cara con el número 5.

Si se lanza dos veces este dado de manera independiente, ¿cuál es el valor más cercano a la probabilidad de que la suma de los dos números obtenidos sea 10?

- a) 0,1944
- b) 0,2777
- c) 0,3333
- d) 0,3611

**Pregunta N°18**

**Pregunta N°18**

**EYP1113-2-2**

La siguiente función representa la función de densidad de una variable aleatoria  $X$ , llamada “exponencial trasladada”,

$$f(x) = 2e^{-2(x-1)}, \quad x > 1$$

¿Cuál de los siguientes valores equivale a la varianza de  $X$ ?

- a)  $1/4$
- b)  $5/4$
- c)  $6/4$
- d)  $9/4$

**Pregunta N°19**  
**EYP1113-4-1**

Se registraron los siguientes datos pareados  $(x_i, y_i)$  y se desea ajustar un modelo lineal de regresión simple. En particular, explicar la media de los datos  $y_i$  en función de  $x_i$ . Los datos y sus operaciones básicas se resumen en la siguiente tabla.

Dato	$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i y_i$
1	6,35	32,03	40,32	1025,92	203,39
2	5,53	31,04	30,58	963,48	171,65
3	2,21	21,1	4,88	445,21	46,63
4	2,12	16,27	4,49	264,71	34,49
5	4,9	27,29	24,01	744,74	133,72
6	5,36	32,68	28,73	1067,98	175,16

¿Cuál de las siguientes es la forma más cercana a la recta de regresión ajustada por los datos?

- a)  $y = 1,36 + 5,75x$
- b)  $y = 11,15 + 3,53x$
- c)  $y = -2,45 + 0,26x$
- d)  $y = 5,75 + 3,53x$

**Pregunta N°18**  
**EYP1113**

Un joven que es aficionado a las carreras de autos ha decidido participar en una competencia a fin de mes. Para este evento se ha estado preparando constantemente, de manera que ha registrado el tiempo que demora en terminar la carrera.

Con esta información, este joven cree que puede modelar el tiempo que tarda en terminar la carrera como una variable continua con la siguiente función de densidad:

$$f(t) = \begin{cases} 6e^{-6t} & \text{para } t \geq 0 \\ 0 & \text{para cualquier otro caso} \end{cases}$$

Donde  $u > 0$ , y  $t$  está medido en minutos.

Suponiendo este modelo, ¿cuál es el tiempo esperado que tardará este joven en terminar la carrera?

**Pregunta N°19**  
**EYP1113**

Una municipalidad ha registrado el número de accidentes por semana en su comuna. Este registro lo ha llevado por 55 semanas y los resultados son los siguientes:

Número de accidentes	0	1	2 o más	Total
Número de semanas (frecuencia)	40	12	3	55

Suponga que en las 3 semanas donde ocurrieron 2 o más accidentes, se registraron exactamente 2 accidentes en cada una.

Si se quiere testar la hipótesis de que el número de accidentes sigue una distribución Poisson de parámetro  $\lambda = 0.8$ , ¿cuál es el valor más aproximado del estadístico chi-cuadrado?

**Nota: para sus cálculos utilice cuatro decimales.**

**Pregunta N°20**  
**EYP1113**

Para un set de datos específicos ( $n = 30$ ) se conoce sus medias, varianzas y covarianza muestrales:

$$\bar{X} = 789 \quad \bar{Y} = -3.201 \quad S_X^2 = 522 \quad S_Y^2 = 20.131 \quad S_{XY} = -1.896$$

Basándose en la información anterior, ¿cuál es el coeficiente de correlación muestral entre  $X$  e  $Y$ ?

**Nota: en todos sus desarrollos utilice 2 decimales.**

**Pregunta N°10**

**EYP1113-1-1-20 (22-2)**

Suponga que en cierto terreno la probabilidad de encontrar gas natural subterráneo es de 30%. Un experto petrolero quiere realizar una prueba sísmica en el terreno, la cual confirma correctamente la presencia de gas con una probabilidad de 90%. La misma prueba confirma correctamente la ausencia de gas con probabilidad 70%.

*Aclaración:* Confirmar correctamente la presencia (o ausencia) de gas significa que el resultado de la prueba sísmica es el correcto, dada la presencia (o ausencia) de gas en el terreno.

Suponga que la prueba sísmica indicó ausencia de gas, ¿cuál de las siguientes alternativas es más cercana a la probabilidad de que haya gas natural subterráneo en el terreno, a pesar del resultado de la prueba?

- a) 3%
- b) 6%
- c) 10%
- d) 30%

**Pregunta N°11**

**Pregunta N°11**

**EYP1113-3-2-20 (22-1)**

Un fabricante de automóviles tomó una muestra de 100 vehículos y midió su kilometraje al momento de ser necesario su cambio de transmisión. De la muestra se obtiene una media muestral de 122.240 km, y una desviación estándar de 8.400 km. Suponga que el rendimiento de cada vehículo es independiente de los demás y que el kilometraje recorrido antes de requerir un cambio de transmisión tiene distribución normal.

Según esta información, ¿cuál de las siguientes alternativas es la más cercana a un intervalo de 95% de confianza para el kilometraje esperado al momento de requerir un cambio de transmisión?

- a) [120.286 ; 124.194]
- b) [120.594 ; 123.886]
- c) [120.858 ; 123.621]
- d) [121.163 ; 123.316]



**Pregunta N°12**

**EYP1113-4-3-19 (22-1)**

Un analista de una pequeña empresa busca relacionar los gastos mensuales ( $y$ ) como función del ingreso por ventas mensuales. Suponga que se registró una muestra de ventas y gastos por doce meses ( $x_i, y_i$ ). La información de los datos se resume en los siguientes estadísticos:

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 2.618 ; \sum_{i=1}^{12} y_i = 325,8 ; \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 587.099,08 ;$$
$$\sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 72.375,09 ; \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 9.041,74$$

Asuma que se cumplen los supuestos de un modelo de regresión lineal simple.

¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a las estimaciones más cercanas de los parámetros ( $a, b$ ) de la recta de regresión  $y = a + bx$ , por el método de mínimos cuadrados?

- a)  $\hat{a} = 876,3 ; \hat{b} = -3,89$
- b)  $\hat{a} = 50,21 ; \hat{b} = -0,11$
- c)  $\hat{a} = 38,83 ; \hat{b} = -0,05$
- d)  $\hat{a} = -1.069,5 ; \hat{b} = 5,02$

**Pregunta N°13**  
**EYP1113-6-2 (22-2)**

Un proveedor de fibra óptica afirma que las velocidades de carga y descarga de su servicio son equivalentes. Para comprobarlo, Emilia ha realizado un test de velocidad en 50 ocasiones, obteniendo:

- Una media de 322 Mbps para velocidad de carga, con desviación estándar de 12 Mbps.
- Una media de 328 Mbps para velocidad de descarga, con desviación estándar de 9 Mbps.

Según los datos de Emilia, ¿existe suficiente evidencia para rechazar que las velocidades de carga y descarga sean equivalentes?

- a) Con un 1% de significancia sí.
- b) Con un 1% de significancia no, pero con un 5% de significancia sí.
- c) Con un 5% de significancia no, pero con un 10% de significancia sí.
- d) Con un 10% de significancia no.

**Pregunta N°14**

**Pregunta N°14**  
**EYP1113-6-3 (22-2)**

Benjamín siempre ha vendido zapallo italiano por unidad, pero desea comenzar a venderlo por kg, así que está interesado en conocer, en promedio, cuánto masa uno de sus zapallos italianos. Para esto, ha masado 40 zapallos italianos, obteniendo un promedio de 240 g con una desviación estándar de 21 g.

Construya un intervalo de confianza al 90% para la masa de un zapallo italiano promedio, en gramos.

- a) [234,5; 245,5]
- b) [233,5; 246,5]
- c) [232,5; 247,5]
- d) [231,5; 249,5]

**Pregunta N°15**  
**EYP1113-7-1-21 (22-1)**

Un fabricante de ampolletas incandescentes está evaluando la calidad de su producto y está interesado en modelar la duración de las mismas (en horas de uso antes de quemarse).

Para esto, el procedimiento ha sido:

- Testear 100 ampolletas, registrando la cantidad de horas que duraron encendidas.
- A partir de la muestra anterior, conseguir el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro de la distribución exponencial, que resultó ser  $1/\lambda = 1.102$ .
- Organizar la información en la siguiente tabla:

Intervalo (horas de duración)	Frecuencia observada, $O_i$	Frecuencia esperada, $E_i$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
[0, 800)	55	51,61	0,22
[800, 1.600)	21	24,97	0,63
[1.600, 2.400)	10	12,08	0,36
[2.400, 3.200)	10	5,85	2,94
[3.200, 4.000)	2	2,83	0,24
[4.000, +∞)	2	2,65	0,16

Con esta información, ¿existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que la duración de las ampolletas distribuye exponencial?

- a) Con un 1% de significancia sí.
- b) Con un 1% de significancia no, pero con un 5% de significancia sí.
- c) Con un 5% de significancia no, pero con un 10% de significancia sí.
- d) Con un 10% de significancia no.

**Pregunta N°10**

**EYP1113-2-1 (24-1)**

Es bastante común asociar vientos fuertes y cálidos con la proximidad de una tormenta (lluvia). Un estudio climatológico estimó un 30% de probabilidad de lluvia en un día cualquiera. Además, en días lluviosos, un 75% de las veces se registraron vientos fuertes y cálidos, mientras que, en días sin lluvia, se observaron vientos fuertes y cálidos en sólo un 20% de los casos.

Suponga que en un día cualquiera se sabe que existe presencia de vientos fuertes y cálidos. Según la información entregada, ¿cuál de las alternativas es el valor **MÁS CERCANO** a la probabilidad de que ese día sea lluvioso?

- a) 22,5 %
- b) 36,5 %
- c) 61,6 %
- d) 75 %

**Pregunta N°11**

**Pregunta N°11**  
**EYP1113-3-1 (23-2)**

Valentina atiende pacientes en una clínica. Durante una jornada laboral, ella tiene agendados 20 pacientes, y recibirá un bono en dicho día si asisten 18 o más pacientes.

Suponga que cada paciente puede faltar con una probabilidad del 10%.

¿Cuál es el valor más cercano de la probabilidad de que Valentina reciba un bono en un día determinado?

- a) 12,2%
- b) 49,2%
- c) 67,7%
- d) 86,3%

**Pregunta N°12**  
**EYP1113-4-2 (23-2)**

Considere 2 variables aleatorias  $X$  e  $Y$ , cuya distribución de probabilidad conjunta está dada por:

$$f(x, y) = kxe^{-2xy}$$

En el dominio  $x \in [1, 5]$ ,  $y \in [0, \infty)$ , y donde  $k$  es una constante real desconocida, ¿cuál es el valor de  $k$ ?

(*hint*: ¿cuánto debe valer la integral de  $f$  en su dominio?)

- a) 1/4
- b) 1/2
- c) 2
- d) 4

**Pregunta N°13**

**Pregunta N°13**  
**EYP1113-6-4 (24-1)**

Históricamente la temperatura promedio durante los meses de noviembre en Puerto Williams ha sido  $8^{\circ}\text{C}$ . El último año se registró un promedio muestral de  $8,9^{\circ}\text{C}$  en sus  $n = 30$  días.

Asuma que la temperatura media de cada día en noviembre tiene distribución normal con media  $\mu$  constante desconocida y desviación estándar  $\sigma$  conocida igual a  $1,2^{\circ}\text{C}$ , y que las temperaturas son independientes.

¿Se puede concluir que la temperatura diaria media en Puerto Williams es MAYOR que  $8^{\circ}\text{C}$ ?

- a) Con un nivel de significancia de 10% **no**.
- b) Con un nivel de significancia de 5% **no**, pero con un nivel de significancia de 10% **sí**.
- c) Con un nivel de significancia de 1% **no**, pero con un nivel de significancia de 5% **sí**.
- d) Con un nivel de significancia de 1% **sí**.



Pregunta N°14  
EYP1113-7-2 (23-2)

Usted está modelando la cantidad de vehículos que circulan por una autopista en una sección transversal determinada según una distribución de Poisson. Para esto, el procedimiento ha sido:

- Medir la cantidad de vehículos por minuto, durante 90 minutos.
- A partir de la muestra, estimar el parámetro de la distribución Poisson, que ha resultado ser  $\lambda = 5$  (vehículos por minuto).
- Construir la siguiente tabla:

Intervalo (vehículos en 1 minuto)	Frecuencia observada, $O_i$	Frecuencia esperada, $E_i$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
0 – 1	4	7,27	1,48
2 – 3	34	40,43	1,02
4 – 5	59	63,17	0,28
6 – 7	51	45,12	0,77
8 – 9	23	18,28	1,22
10 o más	9	5,73	1,87

Suponiendo que la medición fue perfecta, ¿existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que la distribución de vehículos que circula por la autopista distribuye Poisson?

- a) Con un 1% de significancia sí.
- b) Con un 1% de significancia no, pero con un 5% de significancia sí.
- c) Con un 5% de significancia no, pero con un 10% de significancia sí.
- d) Con un 10% de significancia no.

**Pregunta N°15**

**EYP1113-8-2 (24-1)**

Una investigación propone modelar la temperatura  $T_i$  (en °C) del aire en función de la altura de una avioneta  $H_i$  (en km), como un modelo de regresión lineal.

$$E(T_i|H_i = h_i) = \alpha + \beta \cdot h_i$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros desconocidos constantes.

En varios días se midieron  $n = 120$  veces la temperatura a diferentes alturas a lo largo de la misma latitud. Se obtuvieron los siguientes estadísticos resumen: *medias* muestrales, *varianzas* muestrales y *covarianza* muestral, respectivamente.

$$\bar{H} = 25,0, \quad \bar{T} = -6,4, \quad S_H^2 = 128,2, \quad S_T^2 = 72,7, \quad S_{HT} = -72,8$$

Por medio de estimación de mínimos cuadrados ordinarios, ¿cuál de las siguientes alternativas es el valor **MÁS CERCANO** a los coeficientes estimados  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ , que representa el intercepto y pendiente de la recta de regresión, respectivamente?

- a)  $\hat{\alpha} = 7,80$  ,  $\hat{\beta} = -0,568$
- b)  $\hat{\alpha} = 21,36$  ,  $\hat{\beta} = -0,568$
- c)  $\hat{\alpha} = 18,63$  ,  $\hat{\beta} = -1,001$
- d)  $\hat{\alpha} = 31,40$  ,  $\hat{\beta} = -1,001$