EXAMEN DE COMPETENCIAS FUNDAMENTALES:

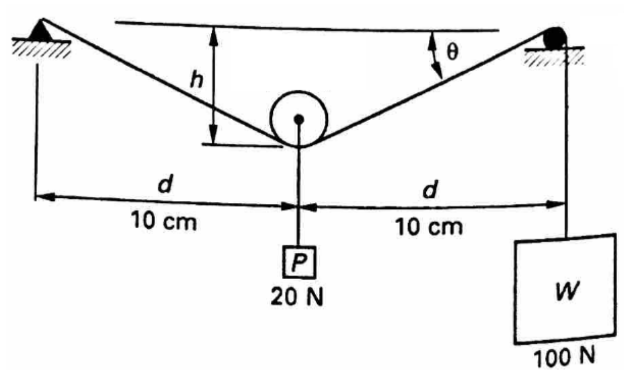
Ejercicios resueltos de Estática y Dinámica

Selección y traducción por Daniela Hurtado

Los siguientes ejercicios representan la traducción de una selección que se realizó de los problemas e imágenes publicados en los siguientes libros:

- Lindeburg, M.R. (2016). *FE Mechanical: Practice problems for the Mechanical Fundamentals of Engineering Exam.* Belmont, CA: PPI
- Lindeburg, M.R. (2014). *1001 Solved Engineering Fundamentals Problems.* Belmont, CA: PPI

Problema 1. Para el sistema ilustrado, determine el valor de h de modo tal que se encuentre en equilibrio. La polea y la rueda no generan roce.



(a) 0,50 cm

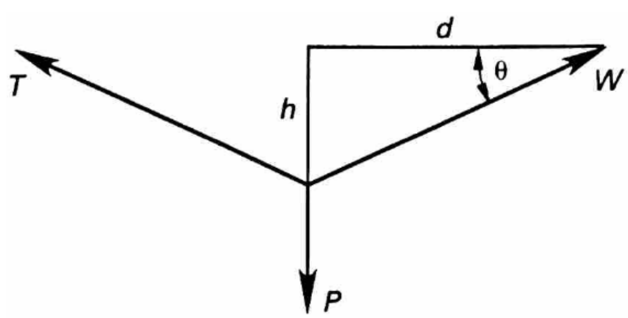
(b) 1,0 cm

(c) 1,5 cm

(d) 2,1 cm

Solución:

A continuación se muestra el diagrama de fuerzas:



En el eje y:

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &= -P + W\sin(\theta) + T\sin(\theta) \\ \Rightarrow (T+W)\sin(\theta) &= P \end{aligned} \tag{1}$$

En el eje x:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &= W\cos(\theta) - T\cos(\theta) \\ \Rightarrow T &= W = 100\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Luego, reemplazando este resultado en (1) obtenemos lo siguiente:

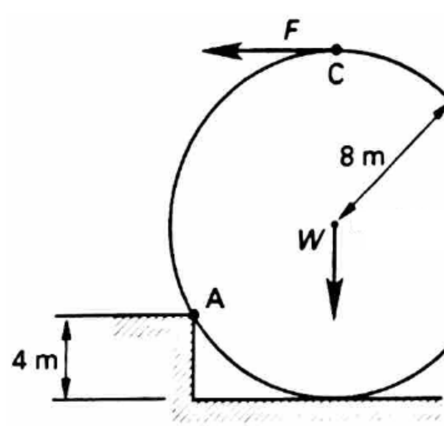
$$\begin{aligned} 2W\sin(\theta) &= P \\ \sin(\theta) &= \frac{P}{2W} \\ \frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}} &= \frac{P}{2W} \\ &= \frac{20\,\mathrm{N}}{2\cdot 100\,\mathrm{N}} = 0{,}1 \end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned} h^2 &= 0{,}01(h^2+d^2) \\ 0{,}99h^2 &= 0{,}01d^2 \\ \Rightarrow h &= d\sqrt{\frac{0{,}01}{0{,}99}} = 10\text{ cm}\sqrt{\frac{0{,}01}{0{,}99}} = 1{,}0\text{ cm} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 2. Un tanque cilíndrico se encuentra en reposo como se muestra en la figura. El peso del tanque es de $100\,\mathrm{kN}$. Aproximadamente, ¿cuál es la fuerza horizontal que se debiese aplicar en el punto C para levantar el tanque?



(a) 25 kN

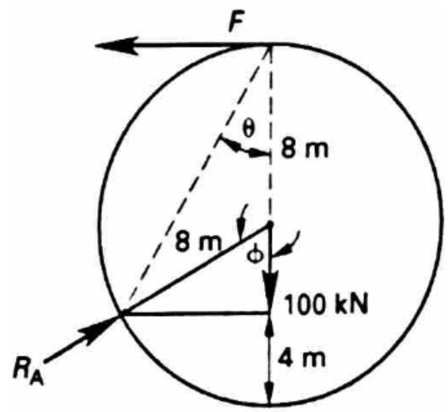
(b) 58 kN

(c) 67 kN

(d) 110 kN

Solución:

En la figura se presenta el diagrama de fuerzas:



Para levantar el tanque se requiere: $\sum M_A \geq 0$. Entonces, la fuerza mínima que debe aplicarse en el punto C se puede encontrar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &= F \cdot 12\,\mathrm{m} - W \cdot 8\,\mathrm{m} \cdot \sin(\phi) \\ \Rightarrow F &= \frac{2W\sin(\phi)}{3} \end{aligned}$$

Pero:

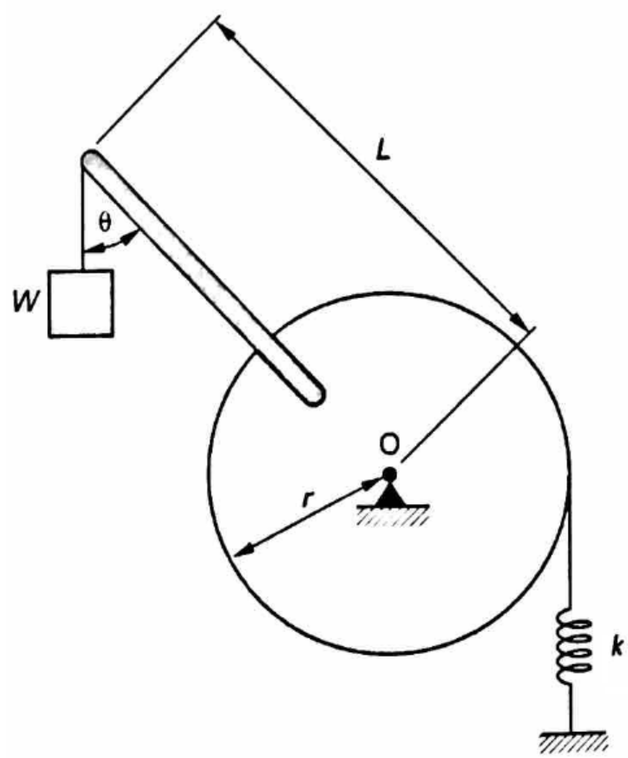
$$\begin{aligned} \cos(\phi) &= \frac{4\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{m}} = 0{,}5 \\ \Rightarrow \phi &= 60^\circ \end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned} F &= \frac{2W\sin(60^\circ)}{3} \\ &= \frac{2 \cdot 100\,\mathrm{kN} \cdot \sin(60^\circ)}{3} \\ &= 57{,}7\,\mathrm{kN} \approx 58\,\mathrm{kN} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 3. Un peso se adjunta a una palanca como muestra la figura. Determine la expresión para θ cuando el sistema está en equilibrio. La constante del resorte es k y la magnitud del peso es W.



(a) $\theta = \dfrac{WL\sin(\theta)}{kr}$

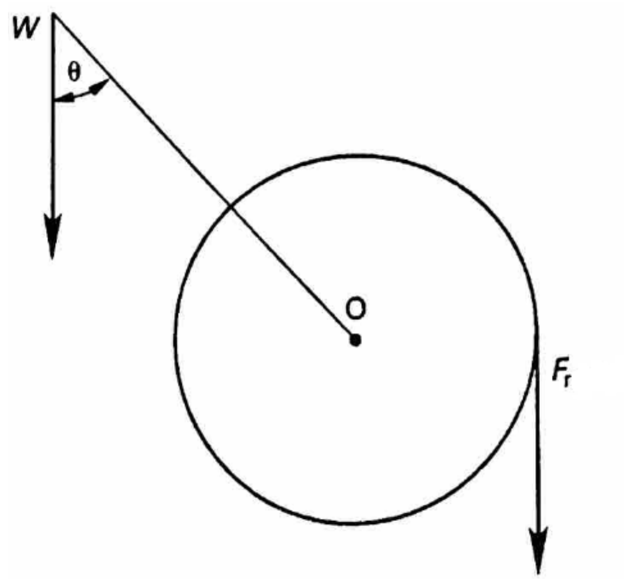
(b) $\theta = \dfrac{WL\sin(\theta)}{kr^2}$

(c) $\theta = \dfrac{Wr}{kL}$

(d) $\theta = \dfrac{WL\cos(\theta)}{kr}$

Solución:

En la figura se presenta el diagrama de fuerzas:



En equilibrio, la suma de momentos con respecto al centro de la rueda (punto O) debe ser igual a cero:

$$\begin{aligned}\sum M_O = 0 &= rF_r - WL\sin(\theta) \\ \Rightarrow rF_r &= WL\sin(\theta)\end{aligned}$$

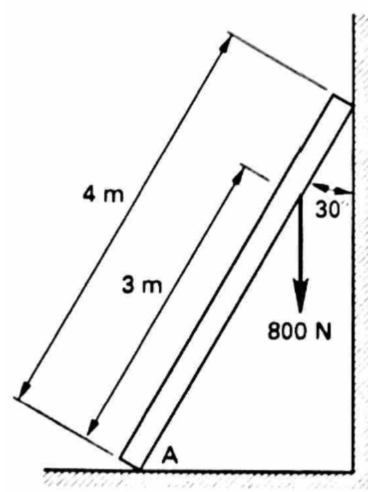
Pero $F_r = kr\theta$, entonces:

$$\begin{aligned}r^2k\theta &= WL\sin(\theta) \\ \Rightarrow \theta &= \frac{WL\sin(\theta)}{kr^2}\end{aligned}$$

Para resolver θ se requieren iteraciones sucesivas.

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 4. Una escalera de 4 m de largo y 200 N de peso se ubica como muestra la figura. Cuando una persona de 800 N la escala 3 m sobre la punta inferior la escalera está a punto de resbalar. Determine el coeficiente de roce entre la escalera y el suelo. El coeficiente de roce entre la escalera y la pared es 0,2.



(a) 0,19

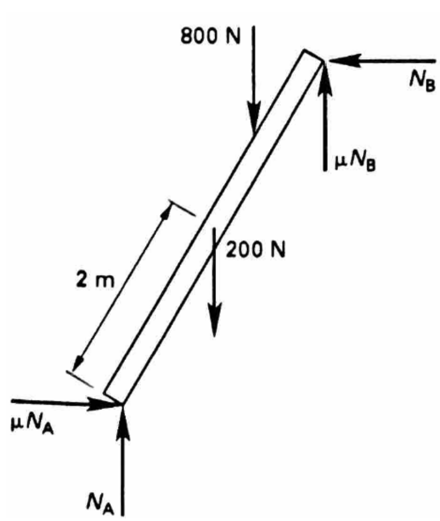
(b) 0,29

(c) 0,39

(d) 0,49

Solución:

En la figura se muestra el diagrama de fuerzas:



Los momentos en el punto A:

$$
\begin{aligned}
\sum M_A &= 0 \\
&= (-200\,\mathrm{N})(2\,\mathrm{m})\sin(30^\circ) - (800\,\mathrm{N})(3\,\mathrm{m})\sin(30^\circ) + N_B(4\,\mathrm{m})\cos(30^\circ) + 0{,}2N_B(4\,\mathrm{m})\sin(30^\circ) \\
\Rightarrow N_B &= 362\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Las fuerzas en el eje y:

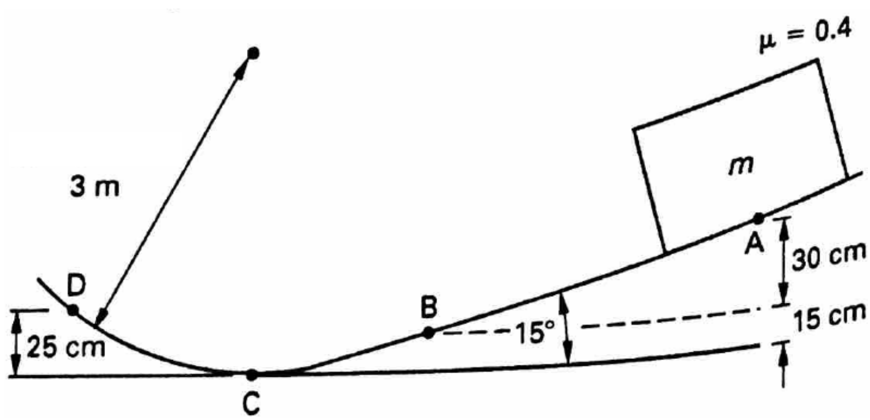
$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0\\ &= N_A + \mu_{pared} N_B - 800\,\mathrm{N} - 200\,\mathrm{N}\\ &= N_A + (0{,}2)(362\,\mathrm{N}) - 800\,\mathrm{N} - 200\,\mathrm{N}\\ \Rightarrow N_A &= 928\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

Las fuerzas en el eje x:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ &= \mu_{suelo} N_A - N_B\\ \Rightarrow \mu_{suelo} N_A &= N_B\\ \Rightarrow \mu_{suelo} &= \frac{N_B}{N_A} = \frac{362\,\mathrm{N}}{928\,\mathrm{N}} = 0{,}39\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 5. Un bloque de 2kg se suelta desde el punto A en un plano inclinado que es tangente a un arco de circunferencia. El plano está inclinado en 15° con respecto a la horizontal y su coeficiente de roce es 0,4. ¿Cuál es el punto de equilibrio del bloque?



(a) A

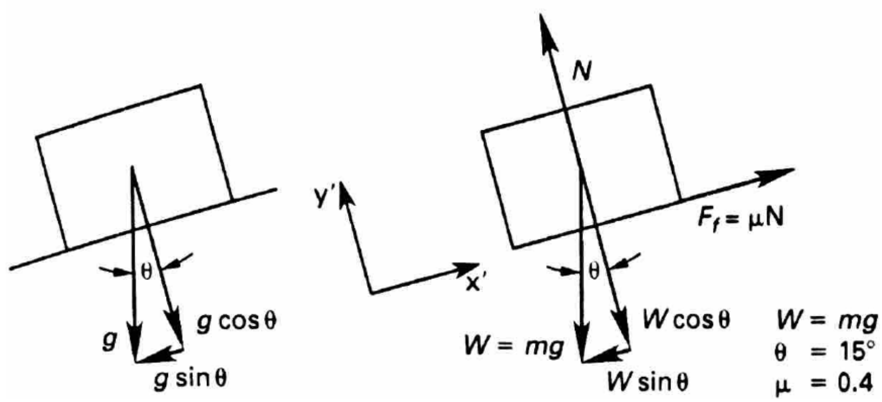
(b) B

(c) C

(d) D

<u>Solución</u>:

En la figura se muestra el diagrama de fuerzas y la geometría del problema:



En el eje x:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -mg\sin(\theta) + F_f \\ &= -mg\sin(\theta) + \mu mg\cos(\theta)\end{aligned}$$

Para que el bloque no deslice hacia abajo se requiere que $\sum F_x < 0$. Entonces,

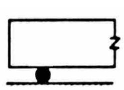
$$\begin{aligned}-mg\sin(\theta) + \mu mg\cos(\theta) &< 0 \\ \mu mg\cos(\theta) &< mg\sin(\theta) \\ \mu &< \tan(\theta) = \tan(15^\circ) = 0{,}27\end{aligned}$$

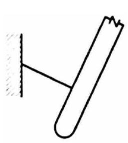
Entonces, para que el bloque se mueva $\mu < 0{,}27$. Sin embargo, $\mu = 0{,}4$. Por ende, el bloque nunca se mueve, es decir, permanece en el punto A.

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 6. Cuando se someten a cargas, ¿cuál de los siguientes soportes posee una reacción que consiste en más de una sola fuerza?

(a) Rueda: 

(b) Bola: 

(c) Cable: 

(d) Superficie rugosa: 

Solución:

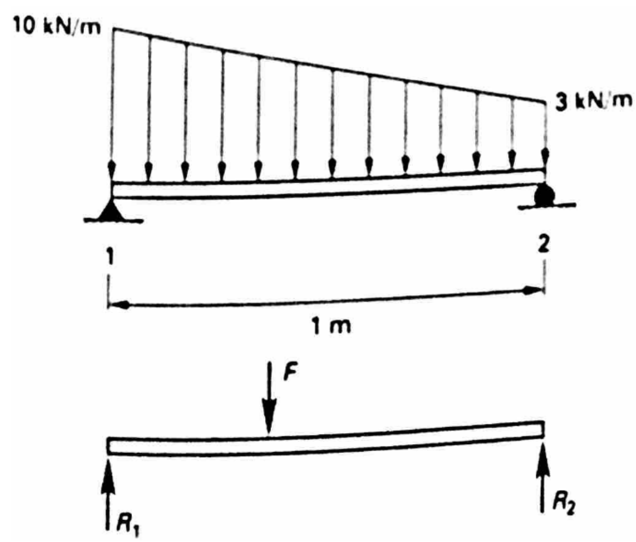
En la figura se muestra un diagrama de fuerzas para cargas en 2-D (lado izquierdo) y 3-D (lado derecho):

En el caso 2-D (lado izquierdo) existe una fuerza normal y una fuerza de fricción, mientras que en el caso 3-D (lado derecho) existe una normal y dos de fricción.

Los casos (a) y (b) poseen fuerza normal. La opción (c) posee una sola fuerza a lo largo del cable. Solo la opción (d) puede soportar dos fuerzas de reacción.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 7. Para la viga de la figura, cuya carga varía linealmente, ¿cuál es la suma de las reacciones en los soportes? La figura inferior muestra el diagrama de cuerpo libre.



(a) 3,5 kN

(b) 6,5 kN

(c) 9,2 kN

(d) 13 kN

Solución:

Las fuerzas en el eje y:

$$\sum F_y = 0 = R_1 + R_2 - F$$

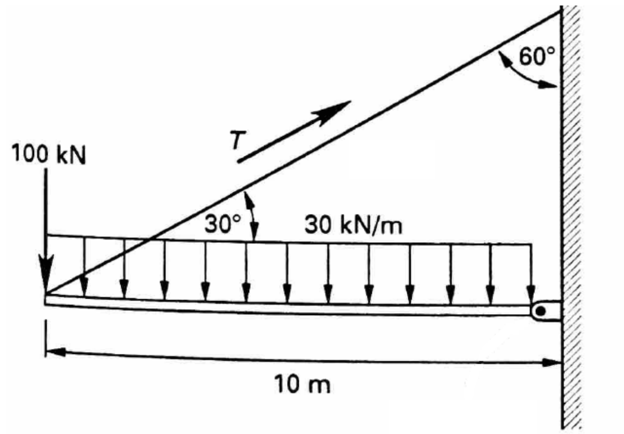
Entonces, $F = R_1 + R_2$. Ahora, el área de la carga distribuida F en forma trapezoidal es:

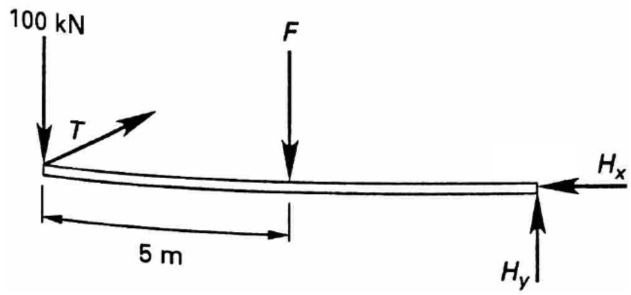
$$F = \frac{1}{2}Lh = \left(\frac{10\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} + 3\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}}{2}\right)(1\,\mathrm{m}) = 6{,}5\,\mathrm{kN}$$

Por lo tanto, $R_1 + R_2 = 6{,}5\,\mathrm{kN}$.

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 8. La viga de la figura está afirmada con una bisagra ideal a la pared y está cargada como se muestra. ¿Cuál es la tensión en el cable? En la figura inferior se muestra el diagrama de cuerpo libre.





(a) $200\,\mathrm{kN}$

(b) $250\,\mathrm{kN}$

(c) $430\,\mathrm{kN}$

(d) $500\,\mathrm{kN}$

Solución:

Los momentos en la bisagra:

$$\begin{aligned}\sum M_{bisagra} &= 0\\ &= F(5\,\mathrm{m}) + (100\,\mathrm{kN})(10\,\mathrm{m}) - T\sin(30^\circ)(10\,\mathrm{m})\end{aligned}$$

Por otro lado:

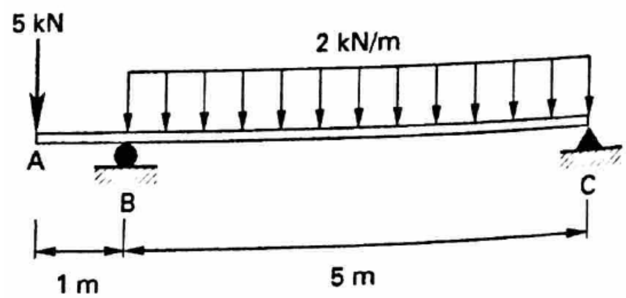
$$F = Lh = (10\,\mathrm{m})\left(30\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right) = 300\,\mathrm{kN}$$

Reemplazando este valor de F y reordenando términos para obtener T:

$$T = \frac{(300\,\mathrm{kN})(5\,\mathrm{m}) + (100\,\mathrm{kN})(10\,\mathrm{m})}{(10\,\mathrm{m})(\sin(30^\circ))} = 500{,}0\,\mathrm{kN}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 9. Determine la posición de máximo momento en la viga ABC.



(a) En el punto A

(b) En el punto B

(c) En el punto C

(d) 2 m a la izquierda del punto C

Solución:

Los momentos en el punto B:

$$\begin{aligned}
\sum M_B &= 0 \\
&= (5\,\mathrm{kN})(1\,\mathrm{m}) - \int_0^5 2x\,dx + (R_{C_y})(5\,\mathrm{m}) \\
&= 5\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m} - x^2\Big|_0^5 + R_{C_y}(5\,\mathrm{m}) \\
&= 5\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m} - (25-0) + R_{C_y}(5\,\mathrm{m}) \\
\Rightarrow R_{C_y} &= 4\,\mathrm{kN}
\end{aligned}$$

Ahora consideramos la suma de fuerzas en el eje y:

$$\begin{aligned}
\sum F_y &= 0 \\
&= -5\,\mathrm{kN} - \int_0^5 2\,dx + 4\,\mathrm{kN} + R_B \\
&= -5\,\mathrm{kN} - 2x\Big|_0^5 + 4\,\mathrm{kN} + R_B \\
&= -5\,\mathrm{kN} - (10-0) + 4\,\mathrm{kN} + R_B \\
&= -5\,\mathrm{kN} - 10\,\mathrm{kN} + 4\,\mathrm{kN} + R_B \\
\Rightarrow R_B &= 11\mathrm{kN}
\end{aligned}$$

En el punto A: $M_A = 0$

En el punto B: $M_B = (5\,\text{kN})(1\,\text{m}) = 5\,\text{kN}\cdot\text{m}$

Desde C a B:

$$\begin{aligned} M_x &= R_{C_y} x - \int_0^x 2x\,dx \\ &= \left(4x - \frac{2x^2}{2}\right) \\ &= 4x - x^2 \end{aligned}$$

El máximo ocurre cuando la derivada se anula:

$$\frac{d}{dx} M_x = 4 - 2x = 0$$

Entonces,

$$\begin{aligned} 0 &= (4\,\text{kN}) - \left(2\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) x \\ \Rightarrow x &= 2\,\text{m} \end{aligned}$$

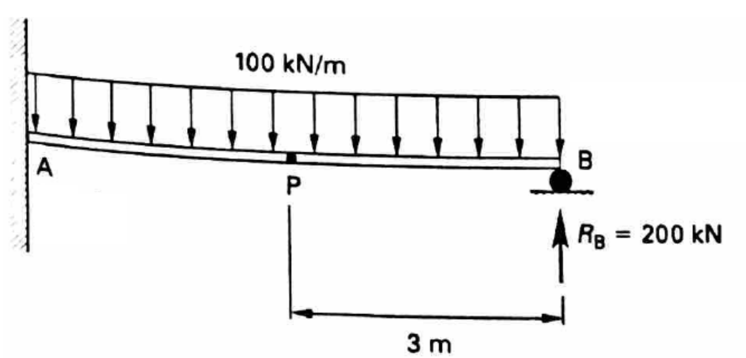
Luego,

$$\begin{aligned} M_{x,\text{máx}} &= (4\,\text{kN})(2\,\text{m}) - 4\,\text{kN}\cdot\text{m} \\ &= 4\,\text{kN}\cdot\text{m} < M_B \end{aligned}$$

Por lo tanto, el máximo momento es $5\,\text{kN}\cdot\text{m}$ y ocurre en el punto B.

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 10. La viga de la figura está estáticamente indeterminada, pero se sabe que la fuerza de reacción en el punto B es de $200\,\text{kN}$. Además, el extremo A está fijo a la pared y el soporte B es simple. ¿Cuál es el momento de flexión en el punto P?



(a) $90\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$

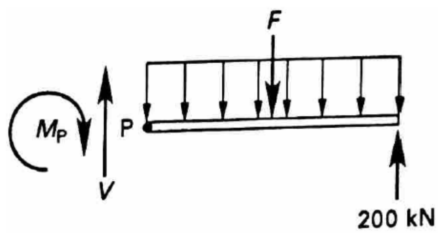
(b) $150\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$

(c) $240\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$

(d) $350\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$

Solución:

En la figura se muestran las fuerzas que actúan:



Medimos x desde el punto B y calculamos los momentos con respecto al punto P:

$$\sum M_P = 0 = -M_P - F(1{,}5\,\mathrm{m}) + (200\,\mathrm{kN})(3\,\mathrm{m})$$

donde:

$$F = \left(100\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right)(3\,\mathrm{m}) = 300\,\mathrm{kN}$$

Luego, resolviendo para M_P se obtiene que $M_P = 150\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$.

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 11. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de los momentos de inercia es FALSA?

(a) $I = \int d^2\,dA$

(b) El teorema de ejes paralelos se utiliza para calcular momentos de inercia con respecto a un eje paralelo desplazado.

(c) El momento de inercia de un área grande es igual a la suma de los momentos de inercia de las áreas más pequeñas que la componen.

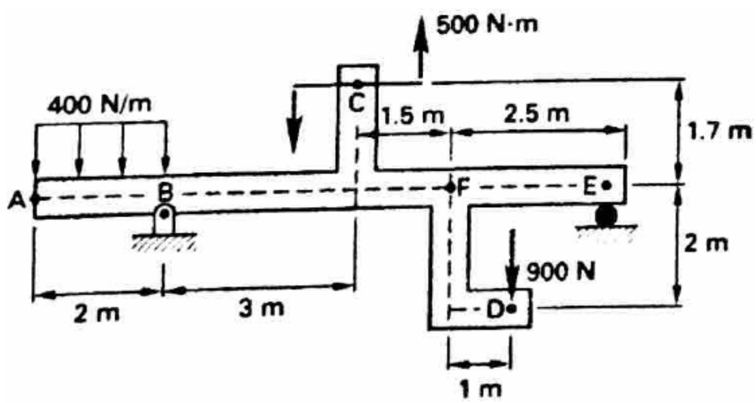
(d) Las áreas más cercanas al eje de interés son las que más contribuyen al momento de inercia.

Solución:

El momento de inercia se define como $I = \int d^2\, dA$, donde d es la distancia desde el eje hasta el elemento de área. Por ende, las áreas más lejanas al eje poseen las más grandes contribuciones.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 12. En la estructura de la figura, la viga está fija en el punto B. El punto E es un soporte de rueda. La viga está sometida a una carga distribuida de $400\,\mathrm{N/m}$ desde el punto A hasta B, un momento de $500\,\mathrm{N\cdot m}$ en el punto C y una fuerza vertical de $900\,\mathrm{N}$ en el punto D.



Si la carga distribuida y la carga vertical se remueven, y se reemplazan por una fuerza vertical hacia arriba de $1700\,\mathrm{N}$ en el punto F, ¿cuál es el valor más cercano al momento que sería necesario aplicar en el punto F para que la reacción en el punto E no varíe?

(a) $-9000\,\mathrm{N\cdot m}$ contrarreloj

(b) $-6500\,\mathrm{N\cdot m}$ contrarreloj

(c) $3500\,\mathrm{N\cdot m}$ en el sentido del reloj

(d) $12000\,\mathrm{N\cdot m}$ en el sentido del reloj

Solución:

La reacción en el punto E es desconocida, pero es irrelevante. Como la reacción debe mantenerse igual, solo es necesario calcular el cambio en la carga.

Asumimos que los momentos en el sentido del reloj son positivos. Tomamos los momentos con respecto al punto B para las fuerzas que se remueven y agregan:

$$\begin{aligned}
\sum M_B &= \sum M_{B,removidas} - \sum M_{B,agregadas} \\
&= -\left(400\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(2\,\mathrm{m})\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{2}\right) + (900\,\mathrm{N})(1\,\mathrm{m} + 1{,}5\,\mathrm{m} + 3\,\mathrm{m}) - (-1700\,\mathrm{N})(1{,}5\,\mathrm{m} + 3\,\mathrm{m}) \\
&= 11800\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \;\approx 12000\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \text{ en el sentido del reloj}
\end{aligned}$$

Este es el momento aplicado por las fuerzas que se remueven, menos el momento de las fuerzas que se agregan. Entonces, se debe aplicar un momento de $12000\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$ en el sentido del reloj para contrarrestar el cambio. La ubicación del momento es irrelevante.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 13. ¿Por dónde se puede mover un par de fuerzas iguales y opuestas en un sólido rígido para tener un efecto equivalente?

(a) A lo largo de la línea de acción

(b) En un plano paralelo

(c) A lo largo de un bisector perpendicular donde se juntan las dos fuerzas originales

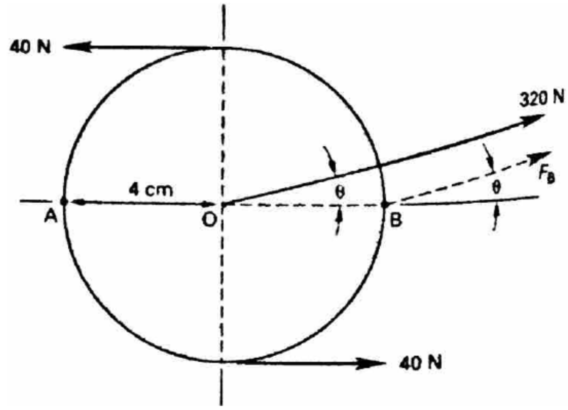
(d) En cualquier lugar del sólido rígido

Solución:

Como tenemos dos fuerzas iguales y opuestas, las componentes en los ejes x e y siempre se van a cancelar, sin importar la orientación. Solo el momento producido por el par de fuerzas permanece.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 14. Sobre un disco de radio 4 cm actúa una fuerza de 320 N a través del centro, a un ángulo θ desconocido y dos cargas de 40 N en sentidos opuestos como muestra la figura. Todas estas fuerzas se remueven y se reemplazan por una sola fuerza de 320 N en el punto B, paralela a la fuerza original de 320 N, de modo tal que se crea un sistema equivalente. ¿Cuál es el valor más cercano al ángulo θ?



(a) 0°

(b) 7,6°

(c) 15°

(d) 29°

Solución:

Asumimos que los momentos en el sentido del reloj son positivos. Tomamos los momentos con respecto al centro para las fuerzas originales. La fuerza de 320 N no posee brazo de momento, por lo que no contribuye a la suma de momentos. El par de fuerzas iguales y opuestas es:

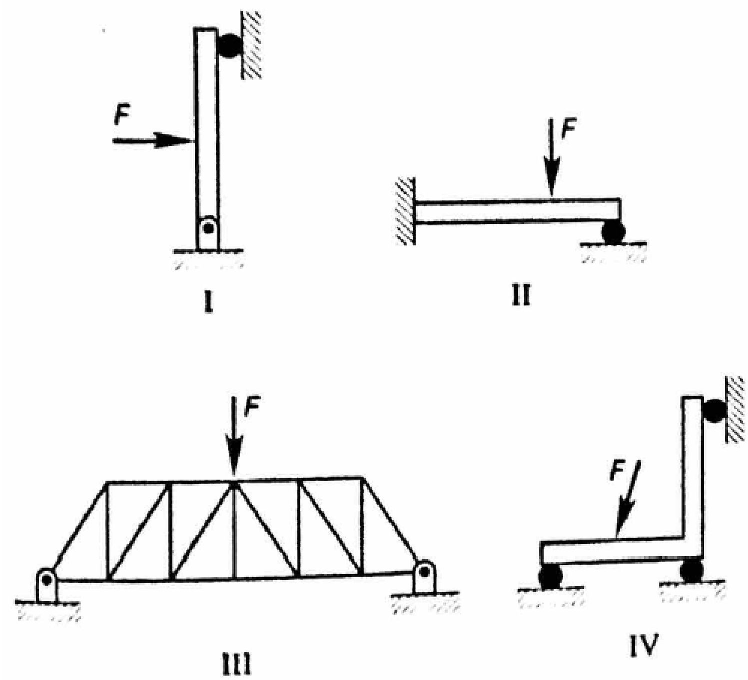
$$M = Fd = -(40\,\mathrm{N})(8\,\mathrm{cm}) = -320\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{cm}$$

El reemplazo de fuerzas debe producir un momento de $-320\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{cm}$. La componente horizontal del reemplazo actúa a través del centro, entonces solo la componente vertical contribuye al momento. Luego,

$$\begin{aligned} M &= -320\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{cm} \\ &= Fr \\ &= -(320\,\mathrm{N})\big(\sin(\theta)\big)(4\,\mathrm{cm}) \\ \Rightarrow \theta &= 14{,}48^\circ \ \approx 15^\circ \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 15. ¿Cuál de las siguientes estructuras está estáticamente determinada con las cargas que se muestran?



(a) Solo I

(b) I y III

(c) I y IV

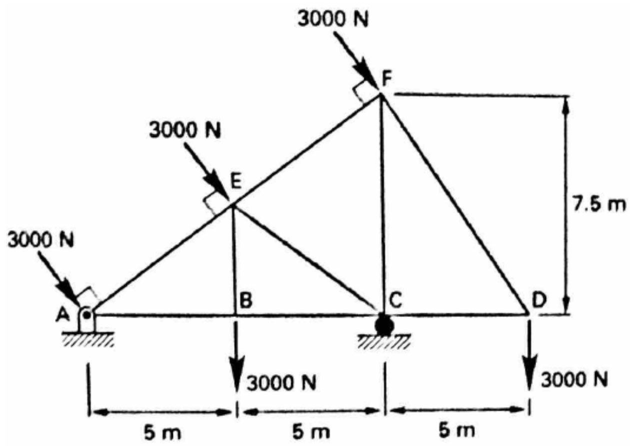
(d) II y III

Solución:

- La estructura I tiene un soporte simple y determinado.
- La estructura II es una viga apoyada que está indeterminada en un grado
- La estructura III es entramado fijo en ambos extremos, también indeterminado en un grado
- La estructura IV es una viga con tres ruedas, dos en la dirección vertical y una en la horizontal. Está determinada, pero no es estable

La respuesta es (a)

Problema 16. ¿Cuál es el valor de la fuerza en el miembro BC para el entramado de la figura?



(a) 0 N

(b) 1000 N

(c) 1500 N

(d) 2500 N

Solución:

La distancia AF es:

$$AF = \sqrt{(5\,\text{m} + 5\,\text{m})^2 + (7{,}5\,\text{m})^2} = 12{,}5\,\text{m}$$

La distancia AE es:

$$AE = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5\,\text{m} = 6{,}25\,\text{m}$$

La suma de momentos con respecto al punto A es:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0\\ &= (3000\,\text{N})(6{,}25\,\text{m}) + (3000\,\text{N})(12{,}5\,\text{m}) + (3000\,\text{N})(5\,\text{m}) - F_{C_y}(10\,\text{m}) + (3000\,\text{N})(15\,\text{m})\end{aligned}$$

Entonces, $F_{C_y} = 11625\,\text{N}$ hacia arriba.

Por trigonometría, las fuerzas aplicadas están inclinadas en el siguiente ángulo con respecto a la horizontal:

$$\arctan\left(\frac{7{,}5\,\text{m}}{5\,\text{m} + 5\,\text{m}}\right) = 36{,}87°$$

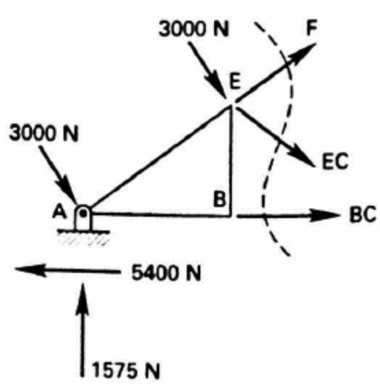
Luego, la sumatoria de fuerzas en el eje y es:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0\\ &= F_{A_y} - 3 \cdot 3000\,\mathrm{N}\cos(36{,}87°) - 2 \cdot 3000\,\mathrm{N} + 11625\,\mathrm{N}\\ \Rightarrow F_{A_y} &= 1575\,\mathrm{N} \text{ hacia arriba}\end{aligned}$$

La sumatoria de fuerzas en el eje x es:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ &= F_{A_x} + 3 \cdot 3000\,\mathrm{N}\sin(36{,}87°)\\ \Rightarrow F_{A_x} &= -5400\,\mathrm{N} \text{ hacia la izquierda}\end{aligned}$$

Ahora utilizamos el método de secciones:

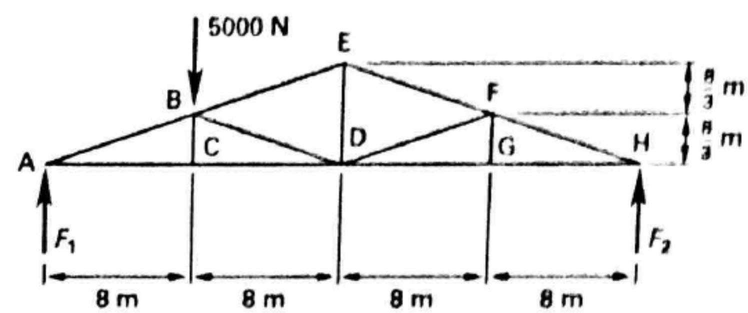


Tomamos momentos con respecto al punto E. La fuerza vertical hacia abajo en el punto B pasa a través del punto E y, por ende, no genera momento. Luego,

$$\begin{aligned}\sum M_E &= 0\\ &= (5400\,\mathrm{N})(3{,}75\,\mathrm{m}) + (1575\,\mathrm{N})(5\,\mathrm{m}) - (3000\,\mathrm{N})(6{,}25\,\mathrm{m}) - BC(3{,}75\,\mathrm{m})\\ \Rightarrow BC &= 2500\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 17. Para el entramado de la figura, ¿cuál es el valor más cercano a las fuerzas en los miembros AC y BD?



(a) $AC = 11000\,\mathrm{N}$ y $BD = -7900\,\mathrm{N}$

(b) $AC = 0\,\mathrm{N}$ y $BD = -2000\,\mathrm{N}$

(c) $AC = 1100\,\mathrm{N}$ y $BD = 2500\,\mathrm{N}$

(d) $AC = 0\,\mathrm{N}$ y $BD = -7900\,\mathrm{N}$

Solución:

Tomamos momentos con respecto al punto H:

$$\begin{aligned}\sum M_H &= 0\\ &= (5000\,\mathrm{N})(24\,\mathrm{m}) - F_1(32\,\mathrm{m})\\ \Rightarrow F_1 &= 3750\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

El ángulo entre los miembros inclinados y la horizontal es:

$$\arctan\left(\frac{\frac{8}{3}\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{m}}\right) = 18{,}435^\circ$$

(Alternativamente, se pueden encontrar las componentes de las fuerzas por geometría)

Utilizamos el método de uniones. Para el punto A en el eje y:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0\\ &= F_1 + AB\sin(18{,}435^\circ)\\ &= 3750\,\mathrm{N} + AB\sin(18{,}435^\circ)\\ \Rightarrow AB &= -11859\,\mathrm{N} \text{ en compresión}\end{aligned}$$

En el eje x:

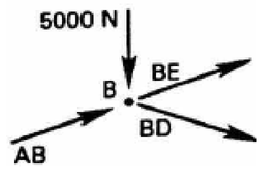
$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ &= (-11859\,\mathrm{N})\cos(18{,}435^\circ) + AC\\ \Rightarrow AC &= 11250\,\mathrm{N} \approx 11000\,\mathrm{N} \text{ en tensión}\end{aligned}$$

Para el punto C:

$$\sum F_y = 0$$

$\Rightarrow BC = 0$ (miembro de fuerza nula)

Para el punto B:



En el eje x:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ &= AB\cos(18{,}435°) + BE\cos(18{,}435°) + BD\cos(18{,}435°)\\ \Rightarrow 0 &= AB + BE + BD\end{aligned}$$

En el eje y:

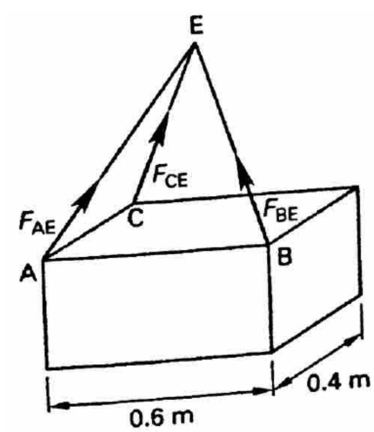
$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0\\ &= AB\sin(18{,}435°) + BE\sin(18{,}435°) - BD\sin(18{,}435°) - 5000\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned}BD\sin(18{,}435°) &= AB\sin(18{,}435°) + BE\sin(18{,}435°) - 5000\,\mathrm{N}\\ &= AB\sin(18{,}435°) + (-AB - BD)\sin(18{,}435°) - 5000\,\mathrm{N}\\ \Rightarrow BD &= \frac{-5000\,\mathrm{N}}{2\sin(18{,}435°)}\\ &= -7906\,\mathrm{N}\ \approx -7900\,\mathrm{N}\ \text{(compresión en la dirección opuesta)}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 18. Una caja posee densidad uniforme y un peso total de 600 N. Está sujeta por tres cables de igual largo (AE, BE y CE), como muestra la figura. El punto E está 0,5 m justo sobre el centro de la cara superior de la caja. ¿Cuál es el valor de la tensión en el cable CE?



(a) 130 N

(b) 200 N

(c) 370 N

(d) 400 N

Solución:

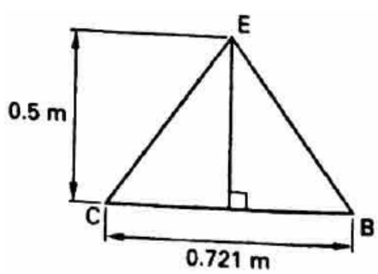
El largo de la diagonal es el siguiente:

$$BC = \sqrt{(0{,}4\,\mathrm{m})^2 + (0{,}6\,\mathrm{m})^2} = 0{,}721\,\mathrm{m}$$

El largo del cable es el siguiente:

$$BE = \sqrt{\left(\frac{0{,}721\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 + (0{,}5\,\mathrm{m})^2} = 0{,}616\,\mathrm{m}$$

No hay fuerzas que puedan balancear la fuerza en la dirección desde el punto A hacia la esquina opuesta, por lo que la fuerza en el cable AE es cero. Por su parte, cada uno de los cables AE y CE soportan la mitad del peso de la caja. La componente vertical de la fuerza en cada cable es 300 N.

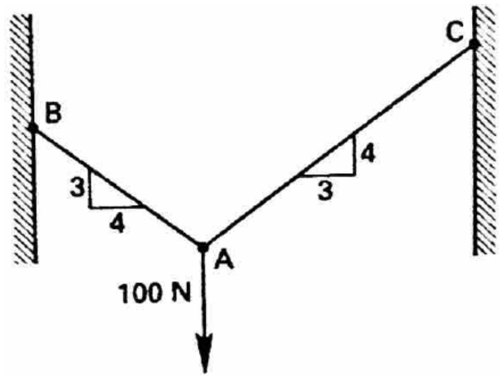


Por similitud de triángulos, la fuerza de tensión en cada cable es:

$$T = \frac{(300\,\mathrm{N})(0{,}616\,\mathrm{m})}{0{,}5\,\mathrm{m}} = 370\,\mathrm{N}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 19. Los dos cables de la figura soportan una carga vertical de 100 N. ¿Cuál es el valor de la tensión en el cable AB?



(a) 40 N

(b) 50 N

(c) 60 N

(d) 80 N

Solución:

Notemos que la orientación de ambos cables tiene la estructura de triángulos pitagóricos 3-4-5.

La condición de equilibrio para las fuerzas horizontales en el punto A es:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 = T_{AC_x} - T_{AB_x} \\ \Rightarrow 0 &= \frac{3}{5}T_{AC} - \frac{4}{5}T_{AB} \\ \Rightarrow T_{AC} &= \frac{4}{3}T_{AB}\end{aligned}$$

La condición de equilibrio para las fuerzas verticales en el punto A es:

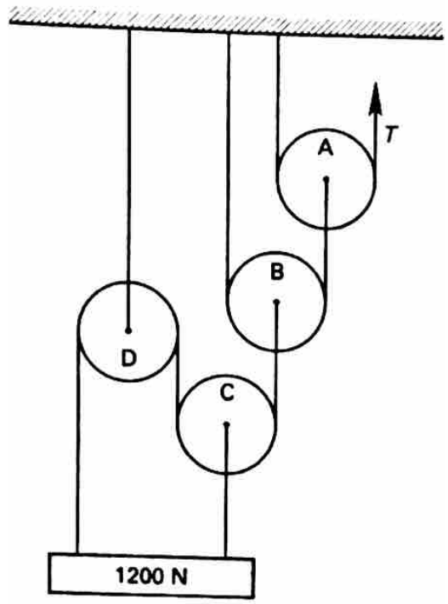
$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 = T_{AB_y} + T_{AC_y} - 100\,\mathrm{N} \\ \Rightarrow 0 &= \frac{3}{5}T_{AB} + \frac{4}{5}T_{AC} - 100\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

Combinando ambos resultados:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5}T_{AB} + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{3}\right)T_{AB} &= 100\,\mathrm{N} \\ \left(\frac{3}{5} + \frac{16}{15}\right)T_{AB} &= 100\,\mathrm{N} \\ T_{AB} &= 60\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 20. ¿Cuál es el valor más cercano a la tensión T que se debe aplicar en la polea A para levantar el peso de 1200 N?



(a) 75 N

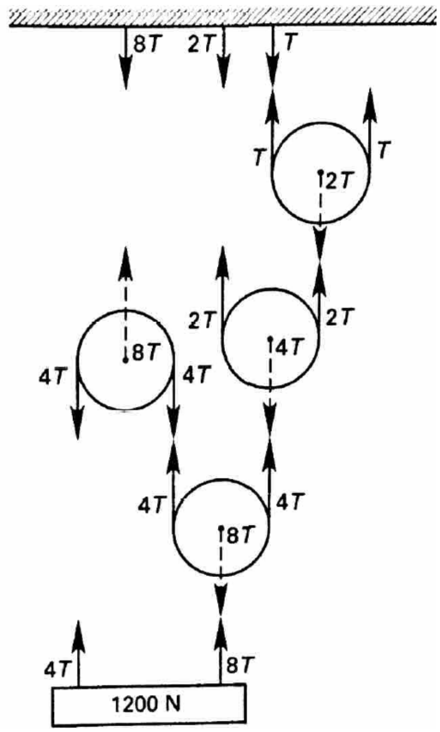
(b) 100 N

(c) 300 N

(d) 400 N

Solución:

Los diagramas de cuerpo libre del sistema se muestran a continuación:

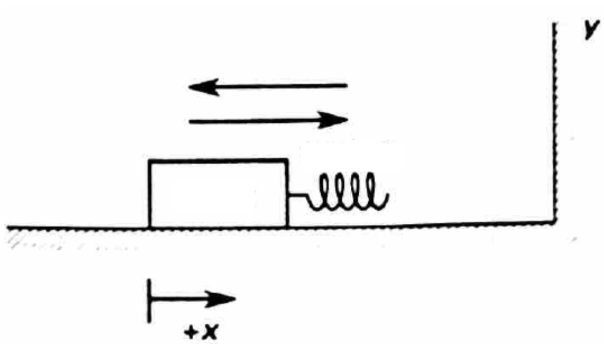


La sumatoria de fuerzas en el eje y es:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 = -1200\,\mathrm{N} + 4T + 8T \\ \Rightarrow\ 12T &= 1200\,\mathrm{N} \\ \Rightarrow\ T &= 100\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 21. Un bloque con un resorte pegado en uno de sus lados se desliza sobre una superficie rugosa con una velocidad de 7 m/s. Después de deslizarse 4 m, impacta con una pared por 0,1 s, y luego se desliza 10 m en la dirección opuesta a la anterior. Si se asume que la desaceleración de bloque es constante y la contracción del resorte es despreciable, ¿cuál es el valor más cercano a la aceleración promedio del bloque durante el impacto con la pared?



(a) $-120\,\mathrm{m/s^2}$

(b) $-100\,\mathrm{m/s^2}$

(c) $-99\,\mathrm{m/s^2}$

(d) $-49\,\mathrm{m/s^2}$

<u>Solución</u>:

Utilizaremos la siguiente notación:

a_{1-2}	Aceleración antes del impacto	$\mathrm{m/s^2}$
$a_{2-2'}$	Aceleración durante el impacto	$\mathrm{m/s^2}$
a_{2-3}	Aceleración después del impacto	$\mathrm{m/s^2}$
s_{1-2}	Distancia recorrida antes del impacto	m
s_{2-3}	Distancia recorrida después del impacto	m
v_1	Velocidad inicial	m/s
v_2	Velocidad justo después del impacto	m/s
$v_{2'}$	Velocidad después del impacto	m/s
v_3	Velocidad final	m/s

Sabemos que $v_1 = 7\,\mathrm{m/s}$ y $v_3 = 0$. Además, como Δx es pequeño y la energía se conserva, $v_2 = v_{2'}$. Luego,

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{v_1^2 - 2a_{1-2}s_{1-2}} \\ &= \sqrt{\left(7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2a_{1-2}(4\,\mathrm{m})} \\ &= \sqrt{49\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - 8a_{1-2}} \\ \Rightarrow\ a_{1-2} &= \frac{49\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - v_2^2}{8\,\mathrm{m}} \end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} v_3 &= \sqrt{v_{2'}^2 - 2a_{2-3}s_{2-3}} \\ \Rightarrow\ 0 &= \sqrt{v_{2'}^2 - 2a_{2-3}(10\,m)} \\ \Rightarrow\ a_{2-3} &= \frac{v_{2'}^2}{20} \end{aligned}$$

Pero $a_{1-2} = a_{2-3}$ y $v_2 = v_{2'}$. Entonces,

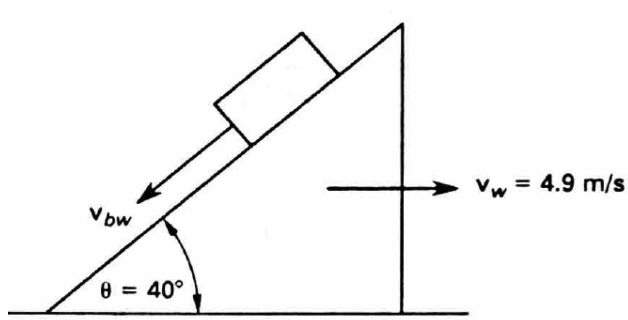
$$\begin{aligned}
\frac{49\,\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - v_2^2}{8\,\mathrm{m}} &= \frac{v_2^2}{20\,\mathrm{m}} \\
980\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - 20v_2^2 &= 8v_2^2 \\
\Rightarrow v_2 &= 5{,}9\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}$$

Entonces, debido al cambio de dirección:

$$a_{2-2'} = \frac{v_{2'} - v_2}{\Delta t} = \frac{-5{,}9\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 5{,}9\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}10\mathrm{s}} = -118\,\mathrm{m/s}^2 \approx -120\,\mathrm{m/s}^2$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 22. Un bloque de masa 150 kg desliza hacia abajo en una cuña cuya pendiente es de 40° con respecto a la horizontal. La cuña se mueve horizontalmente en sentido opuesto a una velocidad de 4,9 m/s. ¿Cuál es el valor más cercano a la velocidad absoluta del bloque 2 s después de haber sido soltado del reposo?



(a) 8,9 m/s

(b) 9,4 m/s

(c) 9,5 m/s

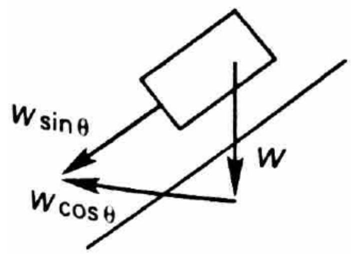
(d) 9,8 m/s

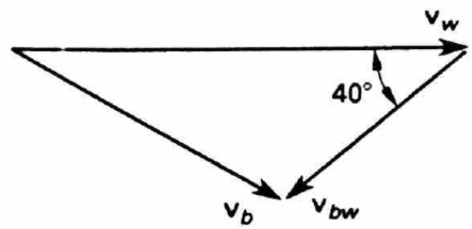
Solución:

Sea v_{bx} la velocidad del bloque relativa a la pendiente de la cuña. La componente gravitacional de la fuerza en esta dirección, F_p, es $W\ \sin(\theta)$. Bajo la pendiente, en relación a la cuña:

$$\begin{aligned}
F_p &= W\sin(\theta) = ma_p \\
a_p &= \frac{W\sin(\theta)}{m} = g\sin(\theta) \\
v_{bw} &= v_0 + a_p t = 0 + gt\sin(\theta) = \left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(2\,\mathrm{s})\sin(40^\circ) = 12{,}6\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}$$

La velocidad absoluta, v_b se puede encontrar a partir del siguiente triángulo de velocidades:



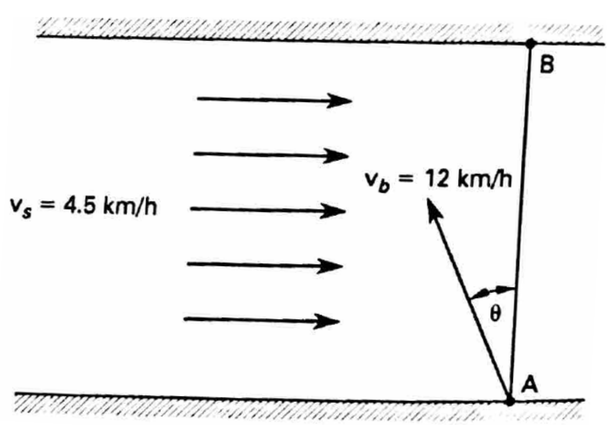


La regla del coseno indica lo siguiente:

$$\begin{aligned}
v_b^2 &= v_w^2 + v_{bw}^2 - 2v_w v_{bw}\cos(\theta) \\
&= \left(4{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(12{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2\left(4{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(12{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(40^\circ) \\
&= 88{,}18\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \\
\Rightarrow v_b &= 9{,}39\,\mathrm{m/s}\ \approx 9{,}4\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 23. Un riachuelo fluye a $v_s = 4{,}5\,\mathrm{km/h}$. ¿A qué ángulo θ río arriba debería lanzarse un bote que viaja a $v_b = 12\,\mathrm{km/h}$ para que alcance la costa justo al frente del punto de lanzamiento?



(a) $22°$

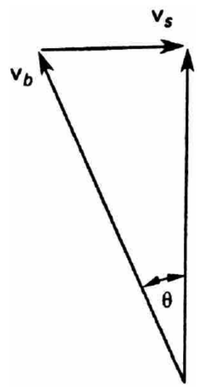
(b) $24°$

(c) $26°$

(d) $28°$

Solución:

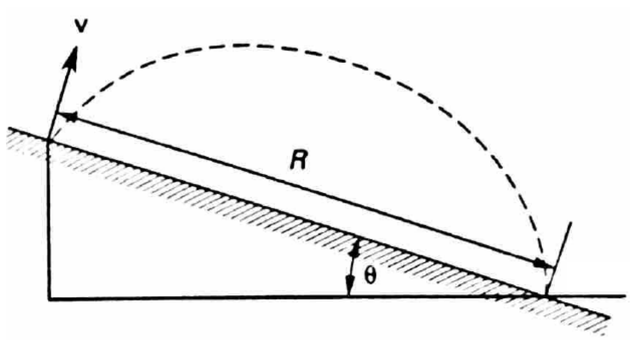
Dibujamos el triángulo de velocidad:



$$\begin{aligned}
\sin(\theta) &= \frac{v_s}{v_b} = \frac{4{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} \\
\Rightarrow \theta &= \arcsin\left(\frac{4{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right) = 22°
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 24. Un proyectil es lanzado con velocidad v, perpendicular a una superficie inclinada con ángulo θ respecto a la horizontal. Determine una expresión para la distancia R del punto de impacto.



(a) $R = \dfrac{2v^2\sin(\theta)}{g\cos^2(\theta)}$

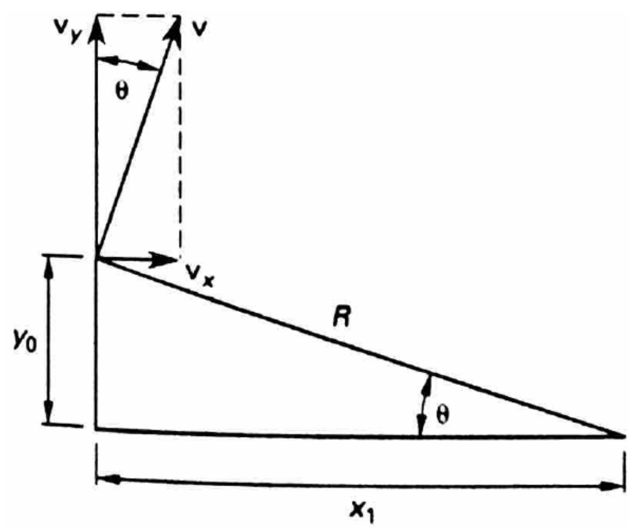
(b) $R = \dfrac{2v^2\sin(\theta)}{g\cos(\theta)}$

(c) $R = \dfrac{2v\cos(\theta)}{g\sin(\theta)}$

(d) $R = \dfrac{2v\sin(\theta)}{g\cos(\theta)}$

Solución:

A continuación se muestra un esquema de la situación:



Utilizando la notación de la figura: $x_0 = 0$, $a_x = 0$ y $y_0 = R\sin(\theta)$. Entonces,

$$
\begin{aligned}
x &= x_0 + v_x t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\
&= v_x t \\
&= v\sin(\theta)t \\
y &= y_0 + v_y t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\
&= R\sin(\theta) + v_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \\
&= R\sin(\theta) + v\cos(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2
\end{aligned}
$$

En el impacto, sea $t = t_1$, $x_1 = R\cos(\theta)$ y $y_1 = 0$. Las dos ecuaciones anteriores quedan:

$$\begin{aligned} & R\cos(\theta) = v\sin(\theta)t_1 \\ \Rightarrow \quad & t_1 = \frac{R\cos(\theta)}{v\sin(\theta)} \end{aligned}$$

y

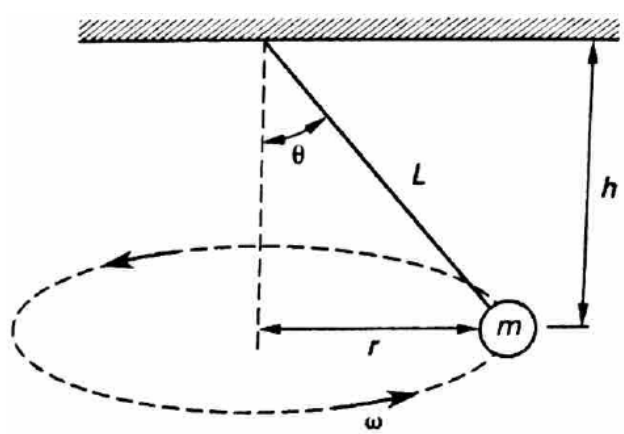
$$0 = R\sin(\theta) + v\cos(\theta)t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

Luego, combinando ambas ecuaciones se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} 0 &= R\sin(\theta) + v\cos(\theta)\left(\frac{R\cos(\theta)}{v\sin(\theta)}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{R\cos(\theta)}{v\sin(\theta)}\right)^2 \\ 0 &= \sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) - \frac{1}{2}g\left(\frac{R\cos^2(\theta)}{v^2\sin(\theta)}\right) \\ \Rightarrow 1 &= \frac{g\cos^2(\theta)R}{2v^2\sin(\theta)} \\ R &= \frac{2v^2\sin(\theta)}{g\cos^2(\theta)} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 25. Un péndulo de masa m y largo L rota alrededor del eje vertical. Si la velocidad angular es ω, determine una expresión para la altura h.



(a) $h = \dfrac{g\cos(\theta)}{\omega^2}$

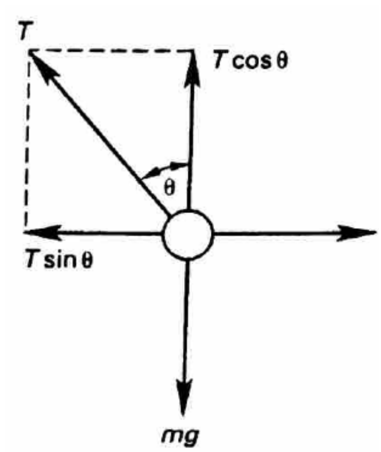
(b) $h = \dfrac{g}{\omega^2}$

(c) $h = \dfrac{g}{\omega^2\cos(\theta)}$

(d) $h = \dfrac{gL\cos(\theta)}{\omega^2}$

Solución:

El diagrama del cuerpo libre del péndulo es el siguiente:



Como el movimiento del péndulo corresponde a movimiento circular uniforme:

$$T\sin(\theta) = ma_n = mr\omega^2$$

Luego, asumiendo que el péndulo no acelera en la dirección vertical, el balance de fuerzas da lo siguiente:

$$T\cos(\theta) = mg$$

Combinando ambas ecuaciones obtenemos:

$$\tan(\theta) = \frac{r\omega^2}{g}$$

Pero $\tan(\theta) = \dfrac{r}{h}$. Entonces,

$$h = \frac{r}{\tan(\theta)} = \frac{g}{\omega^2}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 26. Un hombre se pesa dos veces en un ascensor. Cuando el ascensor está en reposo, pesa 824 N y cuando este comienza a moverse hacia arriba, pesa 932 N. ¿Cuál es el valor más cercano a la aceleración del ascensor?

(a) $0{,}64\,\mathrm{m/s^2}$

(b) $1{,}1\,\mathrm{m/s^2}$

(c) $1{,}3\,\mathrm{m/s^2}$

(d) $9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$

<u>Solución</u>:

La masa del hombre se puede determinar a partir de su peso en reposo:

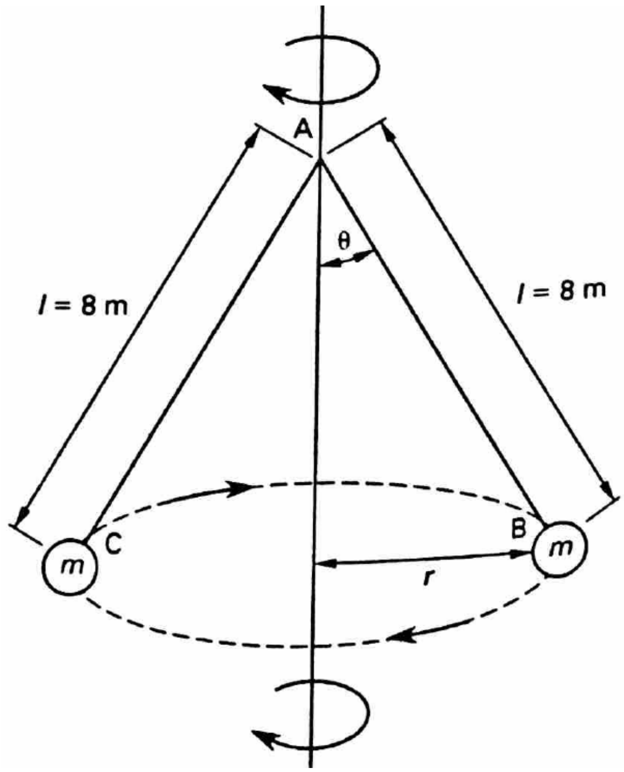
$$\begin{aligned} W &= mg \\ \Rightarrow m &= \frac{W}{g} = \frac{824\,\mathrm{N}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 84{,}0\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Cuando la aceleración es constante:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ \Rightarrow a &= \frac{F}{m} = \frac{932\,\mathrm{N} - 824\,\mathrm{N}}{84{,}0\,\mathrm{kg}} = 1{,}29\,\mathrm{m/s^2} \approx 1{,}3\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 27. Un modelo simplificado de carrusel se muestra en la figura. Los brazos AB y AC miden 8 m. Los asientos B y C están fijos a un mástil vertical giratorio y que pesan 200 kg cada uno. ¿Cuál es el máximo ángulo de inclinación, θ, para los asientos si el carrusel opera a 12 rpm?



(a) 39°

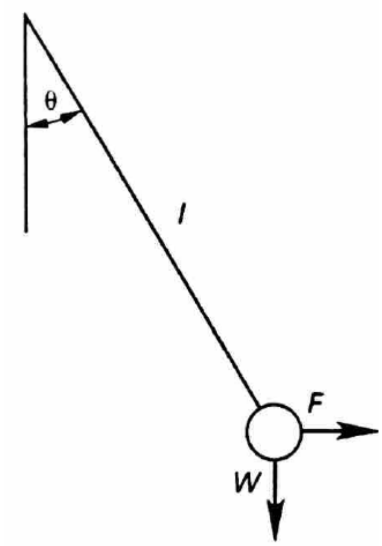
(b) 40°

(c) 45°

(d) 51°

Solución:

El diagrama de cuerpo libre se muestra a continuación:



La velocidad angular ω del carrusel es:

$$\omega = \frac{\left(12\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right)\left(2\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{rev}}\right)}{60\,\frac{\text{s}}{\text{min}}} = 1{,}257\,\text{rad/s}$$

La fuerza rotacional F expresada en términos de θ es:

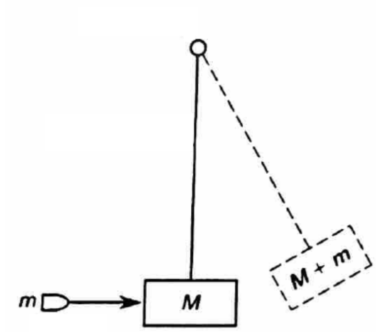
$$\begin{aligned} F &= ma = mr\omega^2 \\ &= ml\sin(\theta)\omega^2 \\ &= (200\,\text{kg})(8\,\text{m})\sin(\theta)\left(1{,}257\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \\ &= (2528\,\text{N})\sin(\theta) \end{aligned}$$

Del diagrama de cuerpo libre:

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \frac{F}{W} = \frac{(2528\,\text{N})\sin(\theta)}{(200\,\text{kg})\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 1{,}288\sin(\theta) \\ \Rightarrow \cos(\theta) &= \frac{1}{1{,}288} \\ \Rightarrow \theta &= \arccos\left(\frac{1}{1{,}288}\right) = 39{,}07^\circ \approx 39^\circ \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 28. En el péndulo balístico de la figura, una bala de masa m se dispara hacia un bloque de masa M que puede balancearse libremente. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para el sistema durante el movimiento de balanceo después del impacto?



(a) Ambos, la energía mecánica y el momentum, se conservan

(b) La energía mecánica se conserva y el momentum no se conserva

(c) El momentum se conserva y la energía mecánica no se conserva

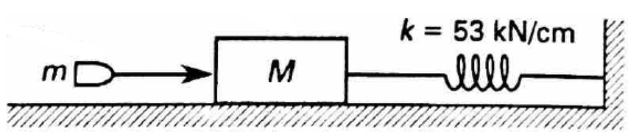
(d) Ni la energía mecánica ni el momentum se conservan

Solución:

El momentum no se conserva, pues hay una fuerza externa, la gravedad, que actúa sobre la masa bala-bloque. Solo la energía mecánica se conserva.

La respuesta es (b)

Problema 29. Una bala de masa 100 g es disparada a un bloque de madera que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Un resorte con constante $k = 53\,\text{kN/cm}$ resiste el movimiento del bloque. Si el máximo desplazamiento del bloque producido por el impacto de la bala es 3,4 cm, ¿cuál es el valor más cercano a la velocidad de la bala en el momento del impacto? Asuma que no hay pérdidas en el impacto y que el resorte no tiene masa.



(a) 250 km/h

(b) 450 km/h

(c) 630 km/h

(d) 890 km/h

Solución:

Por conservación de energía, la energía cinética de la bala antes del impacto es igual a la energía potencial del sistema resorte-masa-bala cuando la compresión del resorte es máxima:

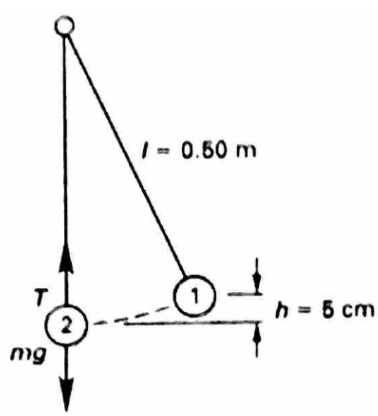
$$\begin{aligned} E_{c,bala} &= E_{p,sistema} \\ \frac{1}{2}m_{bala}v^2 &= \frac{1}{2}kx^2 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{kx^2}{m_{bala}}} \\ &= \frac{\sqrt{\dfrac{\left(53000\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}\right)(3{,}4\,\mathrm{cm})^2\left(\dfrac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}\right)}{0{,}1\,\mathrm{kg}}}\left(60\,\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}\right)\left(60\dfrac{\mathrm{min}}{\mathrm{s}}\right)}{1000\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{km}}} \\ &= 891\,\mathrm{km/h}\ \approx 890\,\mathrm{km/h} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 30. Un péndulo simple consiste en una masa de 100 g fija a una cuerda sin masa. Si la masa se mueve lateralmente de tal forma que $h = 5\,\mathrm{cm}$ y luego se suelta, ¿cuál es la máxima tensión T en la cuerda?



(a) 1,08 N

(b) 1,12 N

(c) 1,18 N

(d) 1,25 N

Solución:

La máxima tensión ocurrirá cuando el péndulo está en el punto más bajo (posición 2 en la figura). El balance de fuerzas en el eje y da:

$$\begin{aligned} ma_y &= T - mg \\ \Rightarrow T &= ma_y + mg \\ &= \frac{mv^2}{l} + mg \end{aligned}$$

Por conservación de energía:

$$\begin{aligned} E_{p,1} &= E_{c,2} \\ mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

Utilizando ambos resultados se obtiene:

$$\begin{aligned} T_{\text{máx}} &= \frac{m(\sqrt{2gh})^2}{l} + mg \\ &= mg\left(\frac{2h + l}{l}\right) \\ &= (100\,\text{g})\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left(\frac{2(5\,\text{cm}) + 50\,\text{cm}}{50\,\text{cm}}\right)\left(\frac{1\,\text{kg}}{1000\,\text{g}}\right) \\ &= 1{,}177\,\text{kg}\cdot\text{m/s}^2 \approx 1{,}18\,\text{N} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 31. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

(a) La tasa de cambio con respecto al tiempo del momento angular con respecto a un punto fijo es igual al momento total con respecto al punto de las fuerzas externas actuando sobre el sistema.

(b) El coeficiente de restitución puede ser menor que cero.

(c) La fuerza de roce siempre actúa para resistirse al movimiento.

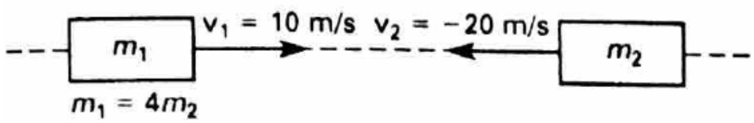
(d) El momentum se conserva en colisiones elásticas.

Solución:

El coeficiente de restitución se define como la razón entre los impulsos correspondientes al periodo de restitución y el periodo de deformación del cuerpo, respectivamente. Su valor siempre va entre 0 y 1.

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 32. Dos masas colisionan en un choque perfectamente elástico. Dados los datos de la figura, encuentre la velocidad y dirección del movimiento de la masa resultante.



(a) La masa está en reposo

(b) 4 m/s hacia la derecha

(c) 5 m/s hacia la izquierda

(d) 10 m/s hacia la derecha

Solución:

Utilicemos la dirección positiva de movimiento hacia la derecha. Sea m_3 la masa resultante combinada, que se mueve a velocidad v_3 después de la colisión.

Por conservación de momentum:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_3v_3$$

Sin embargo,

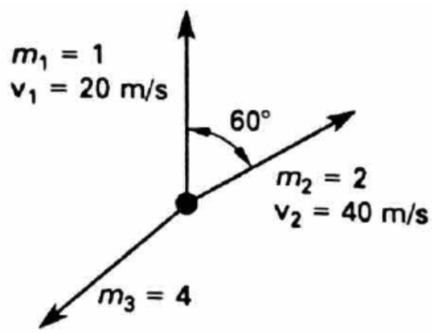
$$m_3 = m_1 + m_2 = 4m_2 + m_2 = 5m_2$$

Entonces, de la conservación de momentum se obtiene:

$$\begin{aligned} 4m_2\left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + m_2\left(-20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) &= 5m_2v_3 \\ 40m_2 - 20m_2 &= 5m_2v_3 \\ \Rightarrow v_3 &= 4\,\mathrm{m/s} \text{ hacia la derecha} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 33. Una masa suspendida en el espacio explota en tres piezas, cuyas masas, velocidades iniciales y direcciones se muestran en la figura. Todo el movimiento ocurre en un solo plano. Encuentre la velocidad de m_3.



(a) 20 m/s

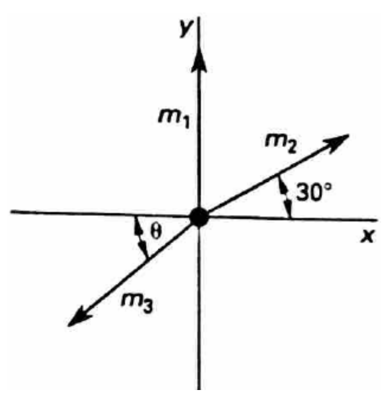
(b) 23 m/s

(c) 35 m/s

(d) 40 m/s

<u>Solución</u>:

A continuación se muestra un esquema de la situación descrita.



Definiendo los ejes x e y como en la figura, la conservación de momentum en el eje x da:

$$\begin{aligned}
m_2 v_2 \cos(30°) + m_3 v_3 \cos(\theta) &= 0 \\
2v_2 \cos(30°) + 4v_3 \cos(\theta) &= 0 \\
\Rightarrow\ -4v_3 \cos(\theta) &= 2\left(40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(30°) \\
\Rightarrow\ 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cos(30°) &= -v_3\cos(\theta) \\
\Rightarrow\ v_3 &= -\frac{17{,}32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\cos(\theta)}
\end{aligned}$$

En el eje y:

$$\begin{aligned}
m_1 v_1 + m_2 v_2 \sin(30°) + m_3 v_3 \sin(\theta) &= 0 \\
m_1\left(20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + 2m_1\left(40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\sin(30°) &= -4m_1 v_3 \sin(\theta) \\
\Rightarrow\ -4v_3\sin(\theta) &= 60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\
\Rightarrow\ v_3 &= -\frac{60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4\sin(\theta)}
\end{aligned}$$

Combinando ambos resultados, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\tan(\theta) &= \frac{60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4\left(17{,}32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)} \\
\Rightarrow\ \theta &= 40{,}9° \\
\Rightarrow\ v_3 &= \frac{-17{,}32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-\cos(40{,}9°)} = 22{,}9\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 34. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

(a) La cinemática es el estudio de los efectos del movimiento, mientras que la cinética es el estudio de las causas del movimiento.

(b) El radio de giro de una masa de grosor uniforme es idéntico al radio de giro de un área plana con la misma forma.

(c) El momento angular para sólidos rígidos puede considerarse como el producto de la velocidad angular y la inercia.

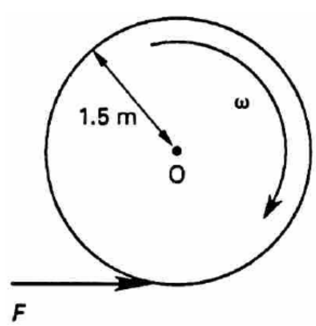
(d) La aceleración de cualquier punto dentro de un sólido rotando con velocidad angular constante es proporcional a la distancia de ese punto al centro de masa.

Solución:

Un cuerpo rotando con velocidad angular constante no posee aceleración angular.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 35. Un disco circular delgado de masa 25 kg y radio 1,5 m está girando alrededor de su eje con velocidad angular $\omega = 1800\,\text{rpm}$. Si se aplica una fuerza F en el borde del disco, toma 2,5 min que este se detenga. ¿Cuál es el valor más cercano de F?



(a) 7,2 N

(b) 16 N

(c) 24 N

(d) 32 N

Solución:

La relación entre el momento de retraso F_r y la desaceleración es:

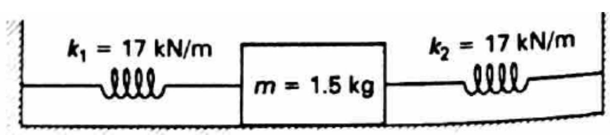
$$F_r = -I_O\alpha$$

Si asignamos dirección de rotación positiva a la contrarreloj, entonces $\omega = -1800\,\text{rpm}$. Entonces,

$$\begin{aligned}
F &= -\frac{I_O\alpha}{r} \\
&= -\frac{\frac{1}{2}mr^2\alpha}{r} \\
&= -\frac{1}{2}mr\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \\
&= \left(\frac{-1}{2}\right)(25\,\text{kg})(1{,}5\,\text{m})\left(\left(\frac{-1800\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}}{2{,}5\,\text{min}}\right)(2\pi)\left(\frac{1\,\text{min}^2}{3600\,\text{s}^2}\right)\right) \\
&= 23{,}6\,\text{N} \;\approx 24\,\text{N}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 36. En el sistema masa-resorte de la figura, la masa m se desplaza 0,09 m hacia la derecha desde la posición de equilibrio y luego se suelta. Encuentre la velocidad máxima de m. Para ello, asuma que la superficie no posee roce.



(a) 0,3 m/s

(b) 5 m/s

(c) 8 m/s

(d) 14 m/s

Solución:

La energía cinética antes de que la masa se suelte es cero. La máxima velocidad ocurrirá cuando la masa retorne al punto de equilibrio estático, donde la contracción/expansión de los resortes es cero y, por ende, la energía potencial también. Por ende, la energía total del sistema es constante:

$$\begin{aligned} E_{p,1} &= E_{c,1} \\ \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2 &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

El desplazamiento de cada resorte es $x = 0{,}09\,\mathrm{m}$. Entonces,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{k_1x_1^2 + k_2x_2^2}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{\left(\left(17\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}09\,\mathrm{m})^2 + \left(17\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}09\,\mathrm{m})^2\right)\left(1000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kN}}\right)}{1{,}5\,\mathrm{kg}}} \\ &= 13{,}5\,\mathrm{m/s} \approx 14\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 37. La posición de una partícula se define de la siguiente manera:

$$\vec{s}(t) = 2\sin(t)\,\hat{i} + 4\cos(t)\,\hat{j}$$

donde t se mide en radianes.

¿Cuál es el valor más cercano a la magnitud de la velocidad de la partícula cuando $t = 4\,\mathrm{rad}$?

(a) 2,6

(b) 2,7

(c) 3,3

(d) 4,1

<u>Solución</u>:

Por definición, la velocidad es:

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \frac{d}{dt}\vec{s}(t) \\ &= \frac{d}{dt}(2\sin(t)\,\hat{i} + 4\cos(t)\,\hat{j}) \\ &= 2\cos(t)\,\hat{i} - 4\sin(t)\,\hat{j} \end{aligned}$$

Cuando $t = 4\,\text{rad}$:

$$\begin{aligned}\overleftrightarrow{v}(4) &= 2\cos(4\,\text{rad})\,\hat{\imath} - 4\sin(4\,\text{rad})\,\hat{\jmath} \\ &= -1{,}31\,\hat{\imath} - (-3{,}03)\,\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Luego, la magnitud de la velocidad es:

$$|\overrightarrow{v}(4)| = \sqrt{(-1{,}31\,\hat{\imath})^2 + (3{,}03\,\hat{\jmath})^2} = 3{,}3$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 38. Encuentre la ecuación que mejor represente a un cuerpo rígido o una partícula bajo aceleración constante:

(a) $a = 9{,}81\,\text{m/s}^2 + \dfrac{v_0}{t}$

(b) $v = a_0(t - t_0) + v_0$

(c) $v = v_0 + \displaystyle\int_0^t a(t)\,dt$

(d) $a = \dfrac{v_t^2}{r}$

Solución:

- La alternativa (a) es una expresión para aceleración que varía en el tiempo
- La alternativa (c) es una expresión para velocidad con respecto a una aceleración generalizada que varía en el tiempo
- La alternativa (d) es una relación que relaciona la velocidad tangencial y la aceleración normal, respectivamente, con la velocidad tangencial sobre una trayectoria curvilínea

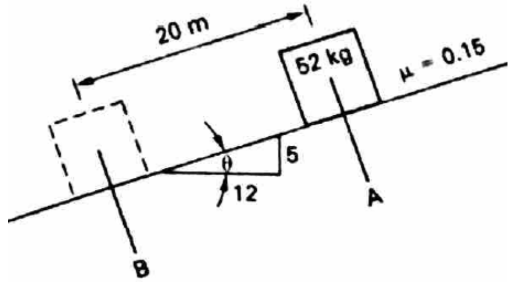
En una trayectoria curva generalizada, estas aceleraciones no son constantes.

La alternativa (b) es una expresión para la velocidad de un sistema lineal con aceleración constante:

$$v(t) = a_0 \int dt = a_0(t - t_0) + v_0$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 39. El bloque de 52 kg que se muestra en la figura comienza desde el reposo en la posición A y se desliza hacia abajo por el plano inclinado hasta la posición B. El coeficiente de roce entre el bloque y el plano es $\mu = 0{,}15$. ¿Cuál es el valor más cercano a la velocidad del bloque en el punto B?



(a) 2,4 m/s

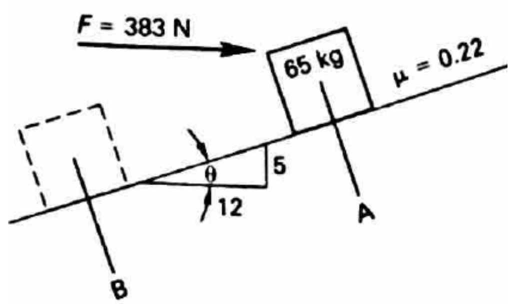
(b) 4,1 m/s

(c) 7,0 m/s

(d) 9,8 m/s

Solución:

Elegimos el sistema de ejes coordenados paralelo y perpendicular al plano inclinado, como se muestra en la figura. Además, el eje x es positivo en el sentido del movimiento, es decir, hacia la izquierda.



Calculamos: $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

Luego, por las ecuaciones para el roce y la ecuación para la componente radial de la fuerza, la aceleración se obtiene de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
ma_x &= \sum F_x \\
&= W_x - \mu N \\
&= mg\sin(\theta) - \mu mg\cos(\theta) \\
\Rightarrow a_x &= g\sin(\theta) - \mu g\cos(\theta) \\
&= g\big(\sin(\theta) - \mu\cos(\theta)\big) \\
&= \left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(\frac{5}{13} - 0{,}15\cdot\frac{12}{13}\right) \\
&= 2{,}415\,\mathrm{m/s^2}
\end{aligned}
$$

La velocidad en la posición B es:

$$
\begin{aligned}
v^2 &= v_0^2 + 2a_x(x - x_0) \\
&= \left(0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2\left(2{,}415\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(20\,\mathrm{m} - 0\,\mathrm{m}) \\
&= 96{,}6\,\mathrm{m^2/s^2} \\
\Rightarrow v &= \sqrt{96{,}6\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} \\
&= 9{,}83\,\mathrm{m/s} \approx 9{,}8\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 40. Si la suma de fuerzas sobre una partícula no es cero, entonces la partícula está:

(a) moviéndose con velocidad constante en el sentido de la fuerza resultante

(b) acelerando en el sentido opuesto a la fuerza resultante

(c) acelerando en el mismo sentido que la fuerza resultante

(d) moviéndose con velocidad constante en sentido contrario a la fuerza resultante

Solución:

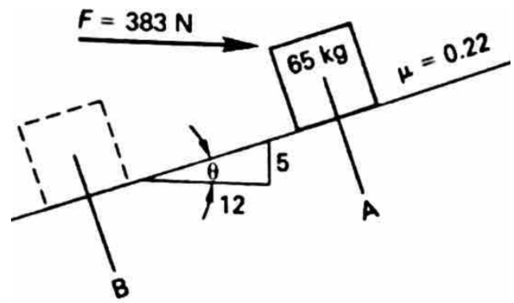
La segunda ley de Newton se puede aplicar de manera separada a cada una de las direcciones en que se descomponen las fuerzas, incluyendo la fuerza resultante. Entonces,

$$F_R = ma_R$$

Como la fuerza y la aceleración son vectores y la masa es un escalar, el sentido de la aceleración es el mismo que el de la fuerza resultante.

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 41. Una fuerza horizontal de 383 N se aplica sobre un bloque de 65 kg. El bloque comienza en la posición A, comienza a moverse hacia abajo de la pendiente con velocidad 12,5 m/s y se detiene completamente en el punto B. El coeficiente de roce entre el bloque y el plano es $\mu = 0{,}22$.



¿Cuál es el valor más cercano a la distancia entre el punto A y el punto B?

(a) 6,1 m

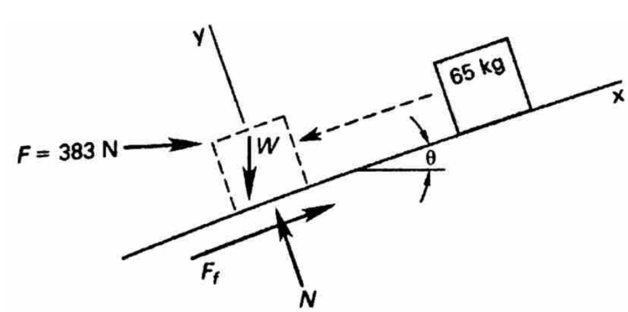
(b) 9,1 m

(c) 15 m

(d) 19 m

Solución:

Elegimos el sistema de coordenadas de modo tal que el eje x es paralelo al plano inclinado, como muestra la figura. Además, el eje x es positivo en el sentido del movimiento, es decir, hacia la izquierda.



Notemos que $\sqrt{5^2+12^2} = 13$.

Utilizamos la suma de fuerzas y las ecuaciones para el roce y la fuerza normal:

$$\begin{aligned}
ma_t &= \sum F_t \\
&= W_x - F_x - \mu N \\
&= mg\sin(\theta) - F\cos(\theta) - \mu\big(mg\cos(\theta) + F\sin(\theta)\big) \\
\Rightarrow\ a_t &= \frac{1}{m}\Big(mg\sin(\theta) - F\cos(\theta) - \mu\big(mg\cos(\theta) + F\sin(\theta)\big)\Big) \\
&= g\big(\sin(\theta) - \mu\cos(\theta)\big) - \frac{F}{m}\big(\cos(\theta) + \mu\sin(\theta)\big) \\
&= \left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(\frac{5}{13} - 0{,}22\cdot\frac{12}{13}\right) - \frac{383\,\mathrm{N}}{65\,\mathrm{kg}}\left(\frac{12}{13} + 0{,}22\cdot\frac{5}{13}\right) \\
&= -4{,}157\,\mathrm{m/s^2}
\end{aligned}$$

A partir de la ecuación de velocidad, calculamos la distancia recorrida:

$$\begin{aligned}
v^2 &= v_0^2 + 2a_t(x - x_0) \\
\Rightarrow\ x &= \frac{-v_0^2}{2a_t} \\
&= \frac{-\left(12{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\cdot\left(-4{,}157\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} \\
&= 18{,}79\,\mathrm{m}\ \approx 19\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 42. ¿Por qué crece la velocidad angular de un bailarín sobre hielo si, al girar sobre su eje, atrae sus brazos hacia su cuerpo?

(a) Se reduce su momento de inercia

(b) Su momento angular es constante

(c) Su radio de giro se reduce

(d) Todas las anteriores

Solución:

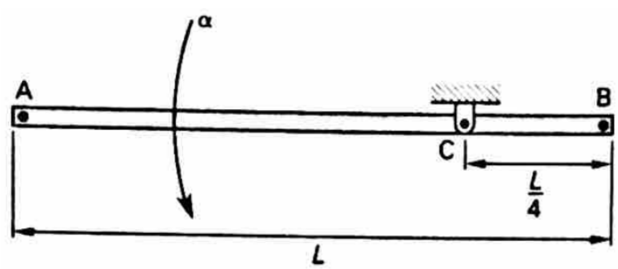
Como el bailarín atrae sus brazos hacia su cuerpo, su radio de giro y su momento de inercia decrecen. Sin embargo, cuando no hay roce su momento angular H es constante. Además,

$$\omega = \frac{H}{I}$$

Como la velocidad angular ω es inversamente proporcional a al momento de inercia, la velocidad angular crece cuando el momento de inercia decrece.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 43. Una viga uniforme (AB) de largo L y peso W se fija en el punto C. La viga comienza desde el reposo y acelera con aceleración angular $\frac{12g}{7L}$. ¿Cuál es la reacción instantánea en el punto C en el momento que comienza la rotación?



(a) $\frac{W}{4}$

(b) $\frac{W}{3}$

(c) $\frac{4W}{7}$

(d) $\frac{7W}{12}$

Solución:

El momento de inercia de la viga con respecto a su centro de gravedad es:

$$I_{CG} = \frac{ML^2}{12} = \frac{WL^2}{12g}$$

Tomamos momentos con respecto al centro de gravedad de la viga. Todos los momentos que se deben a la fuerza de gravedad de cancelarán. La única fuerza desbalancead actuando sobre la viga será la reacción vertical en el punto C, R_C.

$$\begin{aligned} \sum M_{CG} &= \frac{R_C L}{4} = I_{CG}\alpha_{CG} \\ \Rightarrow \frac{R_C L}{4} &= \left(\frac{WL^2}{12g}\right)\left(\frac{12g}{7L}\right) \\ \Rightarrow R_C &= \frac{4W}{L} \end{aligned}$$

La velocidad angular es cero, entonces el centro de masa no posee una componente horizontal en su aceleración. Por ende, no hay componente horizontal en la reacción en el punto C.

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 44. Una rueda de radio 0,75 m posee una masa de 200 kg. La rueda se fija en el centro y tiene un radio de giro de 0,25 m. Se enrolla una cuerda alrededor de la rueda y esta soporta un bloque de 100 kg. Cuando la rueda se suelta, la cuerda comienza a desenrollarse. ¿Cuál es el valor más cercano a la aceleración angular de la rueda cuando el bloque desciende?

(a) $5{,}9\,\mathrm{rad/s^2}$

(b) $6{,}5\,\mathrm{rad/s^2}$

(c) $11\,\mathrm{rad/s^2}$

(d) $14\,\mathrm{rad/s^2}$

<u>Solución</u>:

De la ecuación para el radio de giro, el momento de inercia de la rueda es:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{I}{m_{rueda}}} \\ \Rightarrow I &= m_{rueda} r^2 \end{aligned}$$

El momento no balanceado en la rueda es:

$$\begin{aligned} M &= FR \\ &= (mg - ma)R \\ &= mR(g-a) \\ &= m_{bloque}R(g - R\alpha) \end{aligned}$$

La aceleración α se obtiene de la siguiente forma:

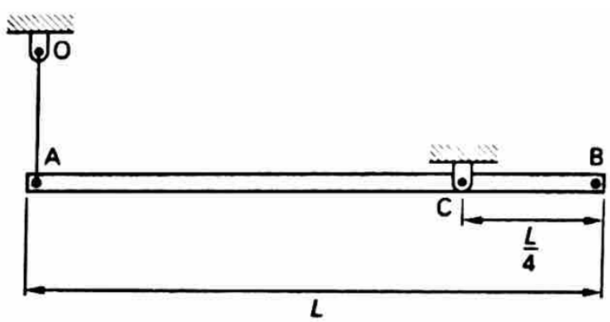
$$\begin{aligned} M &= I\alpha \\ \Rightarrow m_{bloque}R(g - R\alpha) &= m_{rueda}r^2\alpha \end{aligned}$$

Combinando ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{m_{bloque}Rg}{m_{rueda}r^2 + m_{bloque}R^2} \\ &= \frac{(100\,\mathrm{kg})(0{,}75\,\mathrm{m})\left(9{,}81\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}{(200\,\mathrm{kg})(0{,}25\,\mathrm{m})^2 + (100\,\mathrm{kg})(0{,}75\,\mathrm{m})^2} \\ &= 10{,}7\,\mathrm{rad/s^2} \approx 11\,\mathrm{rad/s^2} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 45. Una viga uniforme (AB) de largo L y peso W está fija en el punto C y cuelga en el cable OA. El cable se corta repentinamente. La viga comienza a rodar alrededor del punto C, con el punto A moviéndose hacia abajo el punto A moviéndose hacia arriba. ¿Cuál es la aceleración lineal instantánea del punto B?



(a) $\dfrac{3g}{16}$

(b) $\dfrac{g}{4}$

(c) $\dfrac{3g}{7}$

(d) $\dfrac{3g}{4}$

Solución:

El punto C está a $\dfrac{L}{4}$ del centro de gravedad de la viga. EL momento de inercia con respecto al punto C es:

$$\begin{aligned} I_C &= I_{CG} + Md^2 \\ &= \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 \\ &= \frac{7}{48}ML^2 \end{aligned}$$

La suma de momentos es:

$$\begin{aligned} \sum M_C &= \sum Fr \\ &= \left(\frac{3W}{4}\right)\left(\frac{\frac{3L}{4}}{2}\right) - \left(\frac{W}{4}\right)\left(\frac{\frac{L}{4}}{2}\right) \\ &= \frac{WL}{4} \\ &= \frac{MgL}{4} \end{aligned}$$

La aceleración angular es:

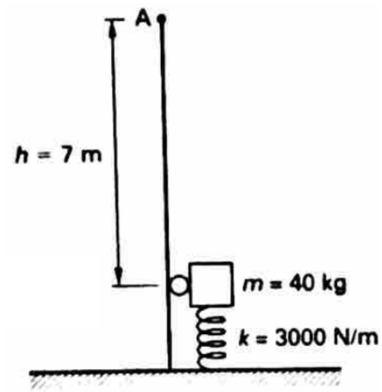
$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sum M_C}{I_C} \\ &= \frac{\frac{MgL}{4}}{\frac{7}{48}ML^2} \\ &= \frac{12g}{7L} \end{aligned}$$

La aceleración tangencial del punto B es:

$$\begin{aligned} \alpha_{t,B} &= r\alpha \\ &= \left(\frac{L}{4}\right)\left(\frac{12g}{7L}\right) \\ &= \frac{3g}{7} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 46. En la imagen, la masa m de 40 kg está guiada por un riel sin fricción. La constante del resorte es $k = 3000\,\mathrm{N/m}$. El resorte está suficientemente comprimido para que, al soltarlo, la masa alcanza justo el punto A. ¿Cuál es el valor más cercano a la compresión inicial del resorte?



(a) 0,96 m

(b) 1,3 m

(c) 1,4 m

(d) 1,8 m

Solución:

En el momento justo antes de que se suelte el resorte, toda la energía del sistema es potencial elástica, mientras que en el punto A toda la energía es debido a la gravedad. Por conservación de energía:

$$\begin{aligned} \frac{kx^2}{2} &= mgh \\ \Rightarrow x &= \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \\ &= \sqrt{\frac{2\,(40\,\mathrm{kg})\left(9{,}81\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(7\,\mathrm{m})}{3000\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}} \\ &= 1{,}35\,\mathrm{m} \approx 1{,}4\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 47. Un automóvil de 3500 kg que viaja a 65 km/s, resbala y luego de 3 s golpea una pared. El coeficiente de fricción entre las ruedas y el camino es 0,6. ¿Cuál es el valor más cercano a la velocidad con que el vehículo golpea la pared?

(a) 0,14 m/s

(b) 0,40 m/s

(c) 5,1 m/s

(d) 6,2 m/s

Solución:

La fuerza de fricción (negativa, porque se opone al movimiento) que hace desacelerar al automóvil es:

$$\begin{aligned} F_f &= -\mu N = -\mu m g \\ &= -(0{,}60)(3500\,\mathrm{kg})\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \\ &= 20.601\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Utilizando el principio de momentum e impulso:

$$\begin{aligned} F_f(t_1 - t_2) &= m(v_1 - v_2) \\ \Rightarrow v_2 &= v_1 - \frac{F_f(t_1 - t_2)}{m} \\ &= \frac{\left(65\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)\left(1000\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{km}}\right)}{\left(60\,\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}\right)\left(60\,\dfrac{\mathrm{min}}{\mathrm{h}}\right)} - \frac{(-20.601\,\mathrm{N})(0\,\mathrm{s} - 3\,\mathrm{s})}{3500\,\mathrm{kg}} \\ &= 0{,}3976\,\mathrm{m/s} \ \approx 0{,}4\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 48. El principio de impulso-momentum es útil principalmente para resolver problemas relacionados con:

(a) Fuerza, velocidad y tiempo

(b) Fuerza, aceleración y tiempo

(c) Velocidad, aceleración y tiempo

(d) Fuerza, velocidad y aceleración

Solución:

- El impulso se calcula a partir de la fuerza y el tiempo
- El momentum se calcula a partir de la masa y la velocidad

Entonces, el principio de impulso-momentum es útil para resolver problemas relacionados con fuerza, tiempo, velocidad y masa.

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 49. Una caja de aluminio de 12 kg se deja caer sobre una viga de madera. La caja viaja 0,2 m antes de tocar la viga. Luego del impacto, la caja salta 0,05 m sobre la superficie de la viga. Aproximadamente, ¿cuánto es el impulso que la viga ejerce sobre la caja?

(a) $8{,}6\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$

(b) $12\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$

(c) $36\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$

(d) $42\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$

Solución:

Tomamos como plano de referencia la superficie superior de la viga. Así, inicialmente, la caja tiene solo energía potencial. Cuando la caja alcanza la viga, toda la energía potencial se transforma en energía cinética.

$$
\begin{aligned}
mgh_1 &= \frac{mv_1^2}{2} \\
\Rightarrow v_1 &= \sqrt{2gh_1} \\
&= \sqrt{2\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0{,}2\,\mathrm{m})} \\
&= 1{,}98\,\mathrm{m/s}\text{ hacia abajo}
\end{aligned}
$$

Luego de que la caja salta desde la viga, cuando llega al punto más alto toda la energía es potencial. Entonces,

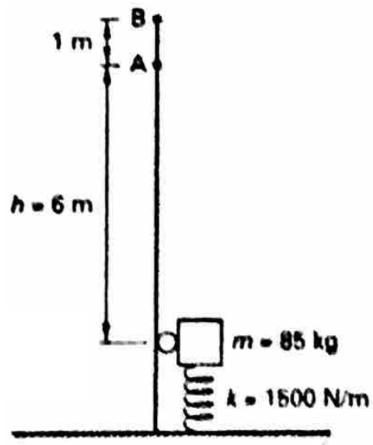
$$
\begin{aligned}
mgh_2 &= \frac{mv_2^2}{2} \\
\Rightarrow v_2 &= \sqrt{2gh_2} \\
&= \sqrt{2\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0{,}05\,\mathrm{m})} \\
&= 0{,}99\,\mathrm{m/s}\text{ hacia arriba}
\end{aligned}
$$

Utilizamos el principio de impulso-momentum. Para ello, consideramos que la velocidad hacia abajo es positiva.

$$
\begin{aligned}
Imp &= \Delta p \\
&= m(v_2 - v_1) \\
&= (12\,\mathrm{kg})\left(1{,}98\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(-0{,}99\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\right) \\
&= 35{,}66\,\mathrm{N\cdot s}\ \approx 36\,\mathrm{N\cdot s}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 50. La masa m que se muestra en la figura es guiada por un riel sin fricción. El resorte está comprimido suficientemente para que, al soltarlo, la masa llegue justo al punto B. La constante del resorte es $k = 1500\,\mathrm{N/m}$. ¿Cuál es el valor más cercano a la velocidad de la masa en el punto A?



(a) 3,1 m/s

(b) 4,4 m/s

(c) 9,8 m/s

(d) 20 m/s

Solución:

En el punto A, la energía de la masa es una combinación de energía cinética y potencial gravitacional. La energía total del sistema es constante y la energía cinética en B es 0.

$$
\begin{aligned}
E_A &= E_B \\
U_A + T_A &= U_B \\
\Rightarrow T_A &= U_B - U_A \\
&= mg(h + 1\,\mathrm{m}) - mgh \\
&= mg(1\,\mathrm{m}) \\
&= (85\,\mathrm{kg})\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(1\,\mathrm{m}) \\
&= 833{,}9\,\mathrm{J}
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, la velocidad de la masa en el punto A es:

$$
\begin{aligned}
T_A &= \frac{mv^2}{2} = 833{,}9\,\mathrm{J} \\
\Rightarrow v &= \sqrt{\frac{2T_A}{m}} \\
&= \sqrt{\frac{2(833{,}9\,\mathrm{J})}{85\,\mathrm{kg}}} \\
&= 4{,}43\,\mathrm{m/s} \ \approx 4{,}4\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$