Edo

sábado, 27 de julio de 2019 16:00

Raíces complejas $a \pm bi$

$y(x) = e^{ax}(c_1 \cos(bx) + c_2 \operatorname{sen}(bx))$

$\frac{dP}{dt} = k \cdot P$, $P(t) = P_0 e^{kt}$

$\frac{dP}{dt} = k \cdot P(M - P)$, $P(t) = \frac{M P_0}{P_0 + (M - P_0) e^{-kMt}}$

Ecuaciones lineales homogéneas

$\vec{X}'(t) = A \cdot \vec{x}(t)$, $x(t) = e^{\lambda t} \cdot \vec{v}$

$A \cdot \vec{v} = \lambda \cdot \vec{v}$

suma de la diagonal

2×2 : $\lambda^2 - \text{traza} \cdot \lambda + \det A = 0$

3×3 : $-\lambda^3 + \text{traza}\ \lambda^2 - (c_{11} + c_{22} + c_{33})\lambda + \det A = 0$

2×2

i) $\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathbb{R}$

$x(t) = c_1 \cdot \vec{v_1} e^{\lambda_1 t} + c_2 \vec{v_2} e^{\lambda_2 t}$

ii) $\lambda_1 = \lambda_2 \in \mathbb{R}$, $mg = 2$

$\vec{x}(t) = c_1 \cdot \vec{v_1} e^{\lambda t} + c_2 \vec{v_2} e^{\lambda t}$

iii) $\lambda_1 = \lambda_2 \in \mathbb{R}$, $mg = 1$

Encontramos $\vec{v}$ y calculamos $\vec{u}$

$(A - \lambda I)\vec{u} = \vec{v}$

$\vec{x}(t) = c_1 \vec{v} e^{\lambda t} + c_2 e^{\lambda t}(\vec{v} t + \vec{u})$

iv) $\lambda_1 = \overline{\lambda_2} \in \mathbb{C}$, $\lambda = \alpha + i\beta$, $\vec{v} = \vec{a} + i \vec{b}$

$\vec{x}(t) = e^{\alpha t}[c_1(\vec{a} \cos \beta t - \vec{b} \sin \beta t) + c_2(\vec{a} \sin \beta t + \vec{b} \cos \beta t)]$