EXAMEN DE COMPETENCIAS FUNDAMENTALES:

Ejercicios resueltos de Electricidad y Magnetismo

Selección y traducción por Daniela Hurtado

Los siguientes ejercicios representan la traducción de una selección que se realizó de los problemas e imágenes publicados en los siguientes libros:

- Lindeburg, M.R. (2016). *FE Mechanical: Practice problems for the Mechanical Fundamentals of Engineering Exam*. Belmont, CA: PPI
- Lindeburg, M.R. (2014). *1001 Solved Engineering Fundamentals Problems*. Belmont, CA: PPI

Problema 1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca a una carga ubicada dentro de un dieléctrico es verdadera?

(a) La carga se esparce sobre la superficie del material

(b) La carga se esparce a través del interior del material

(c) La carga se limita a la región en que la carga está ubicada

(d) La carga incrementa la conductividad del material

Solución:

En un dieléctrico, todas las cargas están en átomos y moléculas específicas.

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 2. La fuerza entre dos electrones en el vacío es 1×10^{-15} N. Aproximadamente, ¿qué tan separados están los electrones?

(a) $1{,}4 \times 10^{-12}$ m

(b) $5{,}1 \times 10^{-12}$ m

(c) $4{,}8 \times 10^{-7}$ m

(d) $1{,}7 \times 10^{-6}$ m

Solución:

La ley de Coulomb es:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

donde $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/N \cdot m^2$.

Además, para un electrón $q = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Resolvemos:

$$
\begin{aligned}
r &= q\sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}F} \\
&= (1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})\sqrt{\frac{1}{4\pi\left(8{,}85 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\right)(1 \times 10^{-15}\,\mathrm{N})}} \\
&= 4{,}8 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 3. Dos esferas sólidas tienen cargas de $1\,\mathrm{C}$ y $-8\,\mathrm{C}$, respectivamente. La permisividad es $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/N \cdot m^2$ y la distancia entre el centro de las esferas es $r = 0{,}3\,\mathrm{m}$. Determine la fuerza entre las esferas.

(a) $-1 \times 10^{13}\,\mathrm{N}$

(b) $-8 \times 10^{11}\,\mathrm{N}$

(c) $0\,\mathrm{N}$

(d) $8 \times 10^{11}\,\mathrm{N}$

Solución:

Por su simetría, las esferas cargadas pueden ser tratadas como cargas puntuales. Utilizamos la ley de Coulomb:

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\
&= \frac{(1\,\mathrm{C})(-8\,\mathrm{C})}{4\pi\left(8{,}85 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\right)(0{,}3\,\mathrm{m})^2} \\
&= -8 \times 10^{11}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 4. Considere un capacitor de placas paralelas de área A que están separadas por una distancia d. Entre ellas hay aire y están inicialmente cargadas con carga q_c. La energía almacenada inicialmente en el capacitor es E. Ahora, las placas se encuentran separadas por una distancia $2d$. ¿Cuál es la nueva energía almacenada en el capacitor?

(a) 0

(b) 0,5E

(c) E

(d) 2E

Solución:

La energía almacenada inicialmente en el capacitor es:

$$E = \frac{q_c^2}{2C}$$

donde C es la capacitancia inicial.

Luego de aumentar la distancia entre las placas, la nueva capacitancia C' es:

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{2d} = \frac{1}{2}C$$

Entonces, la energía E' almacenada en el capacitor luego de separar las placas es:

$$\begin{aligned} E' &= \frac{q_c^2}{2C'} \\ &= \frac{q_c^2}{2\left(\frac{1}{2}C\right)} \\ &= 2E \end{aligned}$$

El cambio de energía se añade al sistema cuando la fuerza utilizada para separar las placas es contra la fuerza electrostática.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 5. Si una diferencia de potencial es generada por un solo conductor pasando a través de un campo magnético, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

(a) La diferencia de potencial depende de la velocidad con que el conductor corta el campo magnético

(b) La diferencia de potencial depende del largo del conductor de corta el campo magnético

(c) La diferencia de potencial depende de la densidad de campo magnético que está presente

(d) La diferencia de potencial depende del diámetro del conductor que corta el campo magnético

Solución:

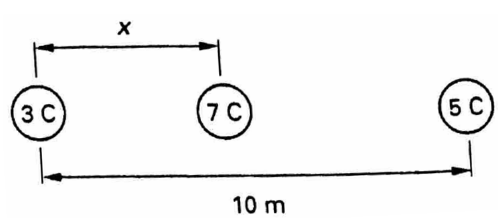
La diferencia de potencial es el voltaje inducido que describe la ley de Faraday:

$$v = -N\frac{d\phi}{dt}$$

El cambio en el flujo magnético $\frac{d\phi}{dt}$ estará influenciado por el largo del conductor pero no por el área transversal o el diámetro de este. Para un solo conductor, $N = 1$.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 6. Una carga de 3 C y una de 5 C están separadas por 10 m. Una carga de 7 C se ubica en la línea que conecta las dos cargas, a una distancia x de la carga de 3 C. Si la carga de 7 C está en equilibrio, encuentre el valor de x.



(a) 3,9 m

(b) 4,4 m

(c) 5,0 m

(d) 5,7 m

Solución:

En equilibrio, $F_{37} = F_{75}$. Utilizamos la ley de Coulomb:

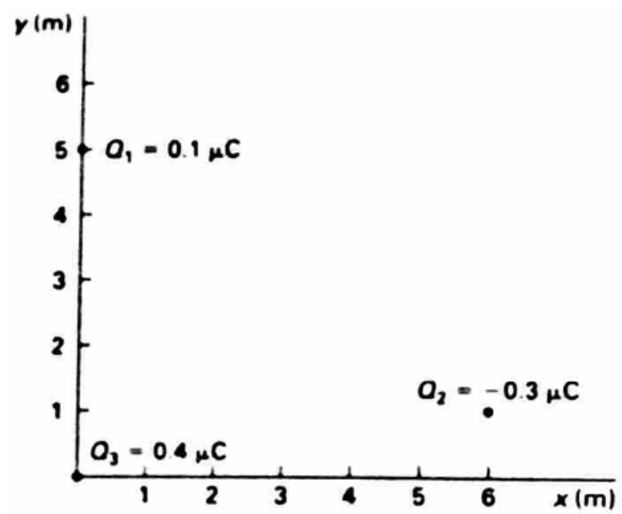
$$\begin{aligned}
\frac{(3\,\mathrm{C})(7\,\mathrm{C})}{4\pi\epsilon_0 x^2} &= \frac{(7\,\mathrm{C})(5\,\mathrm{C})}{4\pi\epsilon_0(10\,\mathrm{m}-x)^2} \\
\Rightarrow (21\,\mathrm{C}^2)(10\,\mathrm{m}-x)^2 &= 35x^2 \\
\Rightarrow x^2+30x-150 &= 0
\end{aligned}$$

Resolvemos para el valor positivo de x:

$$\begin{aligned}
x &= \frac{-30\,\mathrm{m}+\sqrt{(30\,\mathrm{m})^2-4(1\,\mathrm{m})(-150\,\mathrm{m})}}{2} \\
&= 4{,}36\,\mathrm{m} \ \approx 4{,}4\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 7. Las cargas puntuales Q_1, Q_2 y Q_3 se localizan como muestra la figura. ¿Cuál es el valor más cercano a la magnitud de la fuerza que siente Q_3 debido a Q_1 y Q_2?



(a) $2{,}3 \times 10^{-5}\,\mathrm{N}$

(b) $3{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{N}$

(c) $9{,}8 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}$

(d) $5{,}1 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$

Solución:

La fuerza entre Q_1 y Q_3 es repulsiva y completamente en la dirección negativa del eje y. Además, la distancia entre ellas es 5 m. La magnitud de la fuerza es:

$$\begin{aligned} F_{3-1} &= \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon r^2} \\ &= \frac{(0{,}1\times 10^{-6}\,\mathrm{C})(0{,}4\times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{4\pi\left(8{,}85\times 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right)(5\,\mathrm{m})^2} \\ &= 1{,}44\times 10^{-5}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

La distancia entre Q_2 y Q_3 es:

$$d_{3-2} = \sqrt{(1\,\mathrm{m})^2 + (6\,\mathrm{m})^2} = 6{,}08\,\mathrm{m}$$

La fuerza entre Q_2 y Q_3 es atractiva y va en dirección positiva tanto en el eje x como en le y. Su magnitud es:

$$\begin{aligned} F_{3-2} &= \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon r^2} \\ &= \frac{(-0{,}3\times 10^{-6}\,\mathrm{C})(0{,}4\times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{4\pi\left(8{,}85\times 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right)(6{,}08\,\mathrm{m})^2} \\ &= -2{,}92\times 10^{-5}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

La porción de la fuerza entre Q_2 y Q_3 en la dirección positiva del eje y es:

$$F_{3-2,y} = (-2{,}92\times 10^{-5}\,\mathrm{N})\left(\frac{1\,\mathrm{m}}{6{,}08\,\mathrm{m}}\right) = -4{,}8\times 10^{-6}\,\mathrm{N}$$

La porción de la fuerza entre Q_2 y Q_3 en la dirección positiva del eje y es:

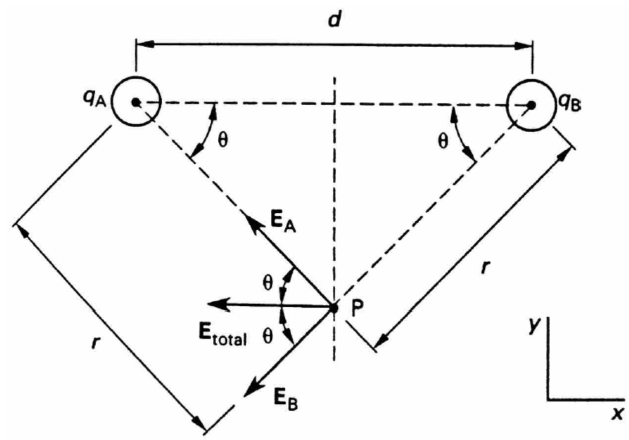
$$F_{3-2,x} = (2{,}92\times 10^{-5}\,\mathrm{N})\left(\frac{6\,\mathrm{m}}{6{,}08\,\mathrm{m}}\right) = -2{,}88\times 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

La fuerza total es la suma vectorial entre las dos fuerzas:

$$\begin{aligned} F_{total} &= \sqrt{\left(1{,}44\times 10^{-5}\,\mathrm{N} + (-4{,}8\times 10^{-6}\,\mathrm{N})\right)^2 + (-2{,}88\times 10^{-5}\,\mathrm{N})^2} \\ &= 3{,}04\times 10^{-5}\,\mathrm{N} \approx 3{,}0\times 10^{-5}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 8. Dos cargas, A y B, de igual magnitud pero signo opuesto se encuentran separadas por una distancia d. La distancia entre una carga y el punto P es r, y el punto P se encuentra en el plano normal que bisecta d. ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto P si $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$?



(a) $\frac{Kqd}{r^3}$

(b) $\frac{Kq^2d}{r^3}$

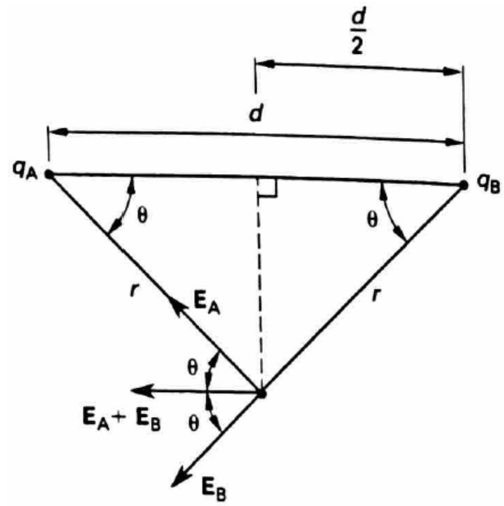
(c) $\frac{Kd}{r^2}$

(d) $\frac{2Kq}{r^2}$

Solución:

El campo eléctrico total será solo en la dirección x, pues la componente y de las cargas se cancela entre ellas. Por definición, con $\vec{a_r}$ denotando un vector radial:

$$\vec{E}_{total} = \left(\frac{Kq}{r^2}\right)\vec{a_r}$$

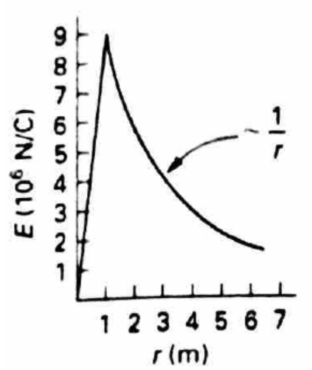


Por lo tanto,

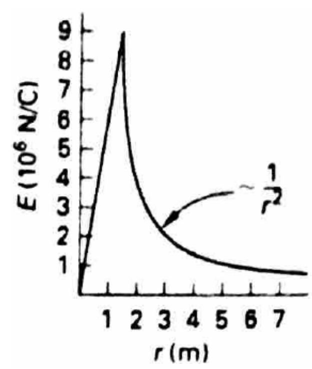
$$
\begin{aligned}
E_{total} &= E_A + E_B \\
&= \left(\frac{Kq_A}{r^2}\right)\cos(\theta) + \left(\frac{Kq_B}{r^2}\right)\cos(\theta) \\
&= \left(\frac{2Kq}{r^2}\right)\left(\frac{\frac{1}{2}d}{r}\right) \\
&= \frac{Kqd}{r^3}
\end{aligned}
$$

La respuesta es (a)

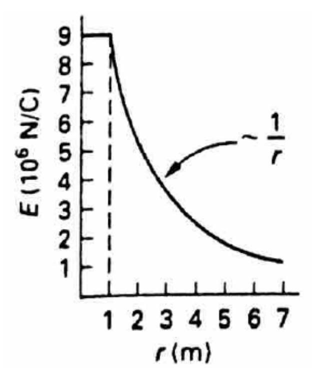
Problema 9. Un cascarón esférico metálico tiene una carga de 0,001 C. El diámetro del cascarón es 2 m. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra correctamente la variación del cambo eléctrico con respecto a la distancia r desde el centro de la esfera?



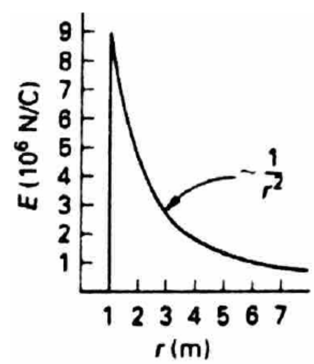
(a)



(b)



(c)



(d)

Solución:

Fuera de la esfera, se puede utilizar la ley de Coulomb para encontrar el campo eléctrico. Por lo tanto, el campo eléctrico varía como $\dfrac{1}{r^2}$ para $r > 1\,\mathrm{m}$.

En la superficie de la esfera, $r = 1\,\mathrm{m}$:

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{0{,}001\,\mathrm{C}}{4\pi\left(8{,}85\times10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{C}^2}{N\cdot\mathrm{m}^2}\right)(1\,\mathrm{m})^2} \\ &= 9\times10^6\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada por la superficie. Como no hay carga dentro de la esfera, el campo eléctrico es cero para $r < 1\,\mathrm{m}$. Así, solo (d) es correcta.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 10. Aproximadamente, ¿a qué distancia debe estar una carga puntual aislada de $1 \times 10^{-8}\,\mathrm{C}$ para producir un potencial de $100\,\mathrm{V}$. La carga se encuentra en un espacio libre, con $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/N \cdot \mathrm{m}^2$.

(a) $0{,}9\,\mathrm{m}$

(b) $1{,}2\,\mathrm{m}$

(c) $5{,}3\,\mathrm{m}$

(d) $8{,}6\,\mathrm{m}$

Solución:

El voltaje a una distancia r de una carga puntual q es:

$$\begin{aligned} V &= -\int E\,dr\,\frac{q}{4\pi\epsilon r} \\ \Rightarrow r &= \frac{q}{4\pi\epsilon V} \\ &= \frac{1 \times 10^{-8}\,\mathrm{C}}{4\pi\left(8{,}85 \times 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\right)(100\,\mathrm{V})} \\ &= 0{,}90\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 11. Una carga puntual q en el vacío crea un potencial V a distancia r. El voltaje de referencia cero se escoge arbitrariamente en $r = a$. Si $K = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$, ¿cuál de las siguientes expresiones es correcta para V?

(a) $Kq\left(\dfrac{1}{r^2} - \dfrac{1}{a^2}\right)$

(b) $Kq\left(\dfrac{1-a}{r^2}\right)$

(c) $Kq\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{a}\right)$

(d) $Kq\left(\dfrac{1}{r^3} - \dfrac{1}{a^3}\right)$

Solución:

Por la ley de Coulomb, para una carga puntual:

$$E = \frac{Kq}{r^2}$$

El voltaje total se mide entre el voltaje de referencia, a, y r.

$$\begin{aligned} V &= -\int E\,dr \\ &= -\int_a^r \frac{Kq}{\rho^2}\,d\rho \\ &= Kq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right) \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 12. ¿Qué voltaje de aceleración se requiere para acelerar un electrón hasta una energía cinética de 5×10^{-15} J? La carga de un electrón es $1{,}6 \times 10^{-19}$ C

(a) 8 kV

(b) 13 kV

(c) 19 kV

(d) 31 kV

Solución:

Para un electrón, luego de que la energía potencial se ha convertido en energía cinética, la energía cinética es:

$$\begin{aligned} E_k &= qV \\ \Rightarrow V &= \frac{E_k}{q} \\ &= \frac{5 \times 10^{-15}\,\text{J}}{1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}} \\ &= 31250\,\text{V} \approx 31\,\text{kV} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 13. La variación de potencial en el plano xy está dado por la siguiente expresión:

$$\nabla V = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} \right) (\hat{i} + \hat{j})$$

¿Cuál de las siguientes expresiones da la magnitud y dirección (ángulo con respecto al eje x) de la intensidad del campo eléctrico en el punto $(2, 1)$?

(a) $\dfrac{-\sqrt{2}}{4}$, π

(b) $\dfrac{1}{12}$, $\dfrac{-\pi}{4}$

(c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\dfrac{\pi}{4}$

(d) $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{\pi}{4}$

Solución:

$$V = \int E\, dr \qquad ; \qquad \vec{E} = \nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j}$$

Como esto es equivalente a la expresión dada:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4y^2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4y^2}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{2}{x^2 + 4y^2}} \end{aligned}$$

Evaluando en el punto $(2, 1)$:

$$E = \sqrt{\frac{2}{2^2 + 4(1)^2}} = \frac{1}{2}$$

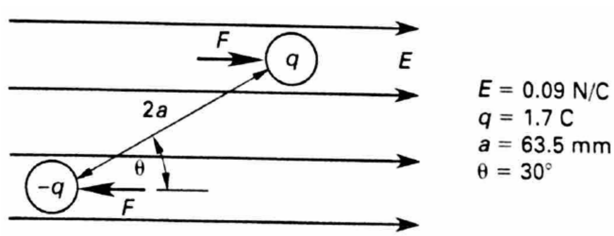
El ángulo θ que forma el campo $\vec{E}$ con la horizontal es:

$$\begin{aligned}\tan(\theta) &= \frac{E_x}{E_y} \\ &= \frac{\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4y^2}}}{\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4y^2}}} = 1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow\ \theta = \frac{\pi}{4}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 14. Un dipolo eléctrico se ubica en un campo eléctrico uniforme de intensidad E. Considerando la información de la figura, ¿cuál es el valor más cercano al torque que actúa sobre el dipolo?



(a) $1{,}7 \times 10^{-3}\,\mathrm{N \cdot m}$

(b) $3{,}3 \times 10^{-3}\,\mathrm{N \cdot m}$

(c) $4{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{N \cdot m}$

(d) $9{,}7 \times 10^{-2}\,\mathrm{N \cdot m}$

<u>Solución</u>:

El torque es:

$$T = F(2a)\sin(\theta)$$

donde F es la fuerza del campo eléctrico.

$$
\begin{aligned}
F &= Eq \\
&= 0{,}09\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \times 1{,}7\,\mathrm{C} \\
&= 0{,}153\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Resolviendo para el torque:

$$
\begin{aligned}
T &= (0{,}153\,\mathrm{N})(2)\left(\frac{63{,}5\,\mathrm{mm}}{1000\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}}\right)\sin(30^\circ) \\
&= 9{,}7 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 15. Se aplica una corriente i a un solenoide con N vueltas con área transversal A y largo d. La intensidad del campo magnético dentro del solenoide es $H = \frac{Ni}{d}$, con d muy grande. ¿Cuál es la inductancia de este largo solenoide en el aire?

(a) $\frac{\mu_0 N A}{d}$

(b) $\frac{\mu_0 N^2 A}{d}$

(c) $\frac{\mu_0 N A}{i}$

(d) $\frac{\mu_0 N A}{id}$

<u>Solución</u>:

El flujo magnético que pasa a través de una vuelta del solenoide es:

$$\Phi_1 = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 H A$$

El flujo total encerrado por las N vueltas se obtiene sumando la contribución de todas ellas.

$$\Phi = \sum_{vueltas} \Phi_1 = \mu_0 N H A$$

La inductancia es:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\Phi}{i} \\ &= \frac{\mu N H A}{i} \\ &= \frac{\mu_0 N \left(\frac{Ni}{d}\right) A}{i} \\ &= \frac{\mu_0 N^2 A}{d} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 16. ¿Cuál de las siguientes NO es una propiedad de las líneas de campo magnético?

(a) El campo es más fuerte donde las líneas están más cerca entre ellas

(b) Las líneas intersectan superficies de igual intensidad en ángulo recto

(c) Las líneas de campo magnético no tienen comienzo ni fin

(d) Las líneas se cruzan a sí mismas solo en ángulo recto

<u>Solución</u>:

Las líneas de campo magnético no se cruzan, pues su dirección en cualquier punto es única.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 17. Un conductor tiene largo 1 m, resistividad eléctrica 0,1 Ω·m y área transversal de 0,01 m^2. Una corriente directa y uniforme con densidad 100 A/m^2 fluye a través de este conductor. ¿Cuál es la potencia que se pierde en el conductor?

(a) 0 W

(b) 1 W

(c) 10 W

(d) 100 W

Solución:

La resistencia del conductor es:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho L}{A} \\ &= \frac{(0{,}1\,\Omega \cdot \mathrm{m})(1\,\mathrm{m})}{0{,}01\,\mathrm{m}^2} \\ &= 10\,\Omega \end{aligned}$$

La corriente que fluye a través del conductor es:

$$\begin{aligned} I &= JA \\ &= \left(100\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right)(0{,}01\,\mathrm{m}^2) \\ &= 1\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la potencia consumida por el conductor es:

$$\begin{aligned} P &= I^2 R \\ &= (1\,\mathrm{A})^2(10\,\Omega) \\ &= 10\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 18. Dos espiras idénticos de radio r se ubican separadas por una distancia r, como muestra la figura. Tal configuración se denomina espiras de Helmholtz. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe el campo magnético que se crea al pasar una corriente uniforme a través del sistema?

(a) El campo magnético es despreciable sin importar la magnitud de I

(b) El campo magnético es cero justo en la mitad entre ambas espiras

(c) El campo magnético es uniforme entre ambas espiras

(d) El campo magnético es cero en el centro de las espiras

Solución:

El campo magnético entre las dos espiras es la superposición del campo creado por cada espira. Como la corriente en ambas espiras va en la misma dirección, la dirección de cada campo magnético individual es el mismo, utilizando la regla de la mano derecha. Por lo tanto, los campos no se van a cancelar.

Como ambas espiras son circulares con centros alineados, el campo entre ellos es uniforme.

La respuesta es (c)

Problema 19. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(a) Las líneas de flujo magnético solo poseen fuente

(b) Las líneas de flujo magnético solo tienen sumidero

(c) Las líneas de flujo magnético tienen fuente y sumidero

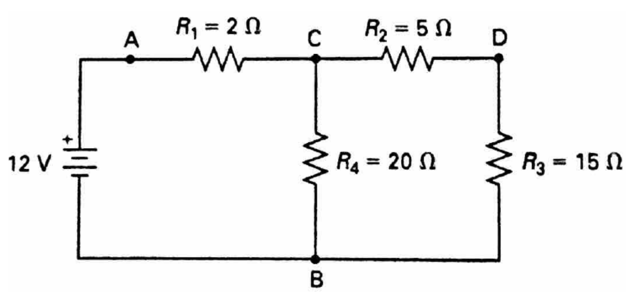
(d) Las líneas de flujo magnético no tienen fuente ni sumidero

Solución:

Las líneas de fuente magnético son *loops* cerrados sin fuente ni sumidero. No existen partículas conocidas que produzcan líneas de magnetismo.

La respuesta es (d)

Problema 20. ¿Cuál es el valor más cercano a la resistencia entre los puntos A y B?



(a) $0\,\Omega$

(b) $12\,\Omega$

(c) $16\,\Omega$

(d) $22\,\Omega$

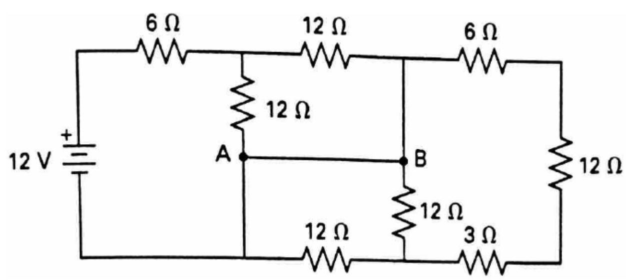
Solución:

La resistencia total es la suma de las resistencias entre los puntos A y C más la resistencia equivalente de los resistores en paralelo entre los puntos C y B.

$$\begin{aligned}
R_{total} &= R_1 + R_4 \,||\, (R_2 + R_3) \\
&= R_1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_4} + \cfrac{1}{R_2 + R_3}} \\
&= 2\,\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{20\,\Omega} + \cfrac{1}{5\,\Omega + 15\,\Omega}} \\
&= 2\,\Omega + 10\,\Omega \\
&= 12\,\Omega
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 21. ¿Cuál es la resistencia total (que "siente" la batería) de la siguiente red?



(a) $6{,}0\,\Omega$

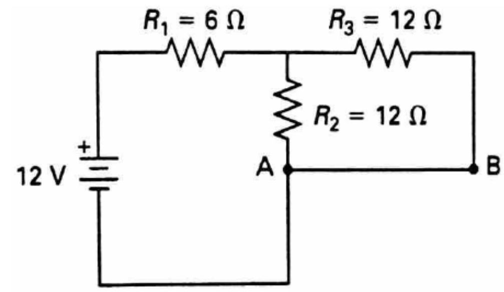
(b) $12\,\Omega$

(c) $15\,\Omega$

(d) $24\ \Omega$

Solución:

AB es un circuito corto. Entonces, el resto de la corriente no contribuye a la resistencia. El circuito efectivo es:

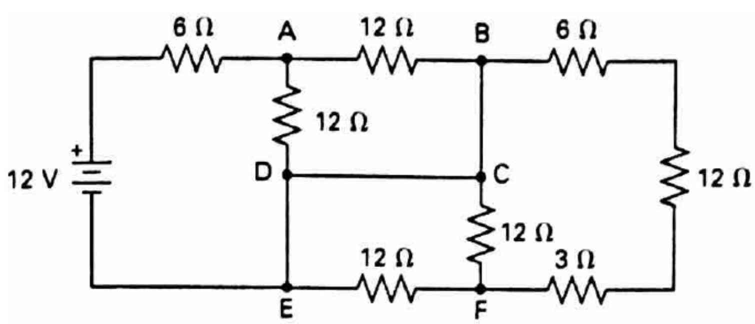


Luego,

$$
\begin{aligned}
R_{total} &= R_1 + R_2 \,||\, R_3 \\
&= R_1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2} + \cfrac{1}{R_3}} \\
&= 6\,\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{12\,\Omega} + \cfrac{1}{12\,\Omega}} \\
&= 6\,\Omega + 6\,\Omega \\
&= 12\,\Omega
\end{aligned}
$$

La respuesta es (b)

Problema 22. Encuentre la corriente que pasa por la resistencia de $3\,\Omega$.



(a) 0 A

(b) 0,3 A

(c) 1 A

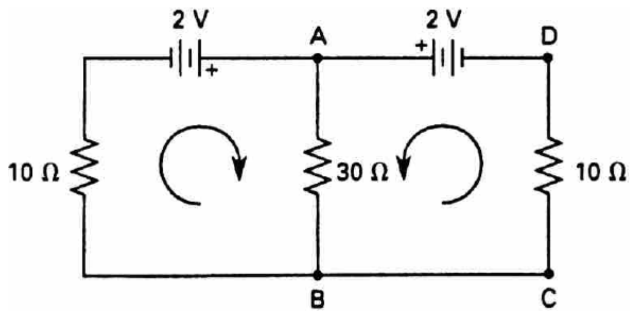
(d) 4 A

Solución:

La corriente desde la batería siempre va a seguir una ruta de resistencia cero en el circuito. En vez de fluir por la resistencia de $3\,\Omega$ y los resistores vecinos, la corriente seguirá la ruta $BCDE$, un circuito corto. De este modo, no habrá corriente en el resistor de $3\,\Omega$.

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 23. ¿Cuál es el valor más cercano a la corriente que pasa a través de la resistencia de $30\,\Omega$?



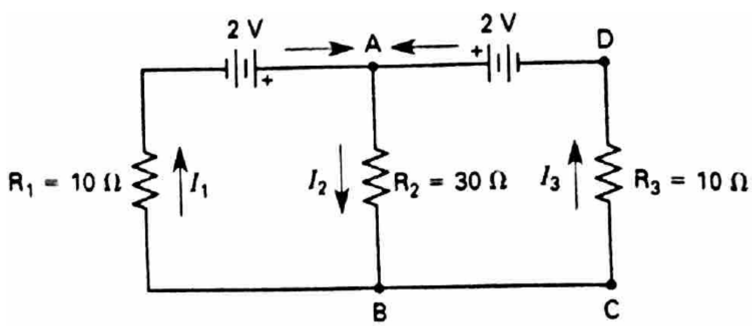
(a) 0,0 mA

(b) 29 mA

(c) 50 mA

(d) 57 mA

Solución:



El circuito es simétrico. Por lo tanto, la corriente I_1 fluye a través de las resistencias R_1 y R_3. Otra corriente, I_2, fluye a través de la resistencia R_2. Por la ley de Kirrchhoff en el punto A:

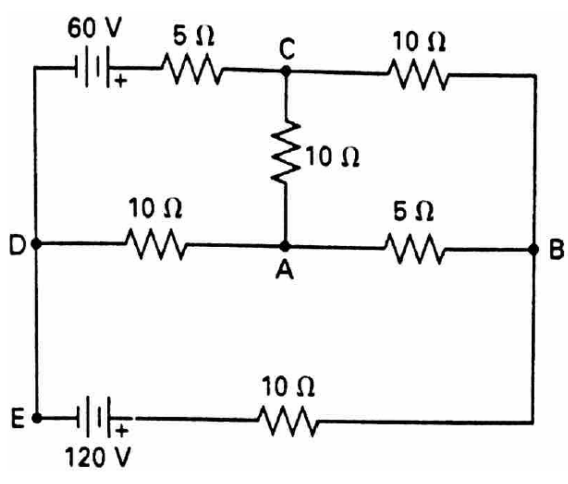
$$\begin{aligned}\sum I &= 0\\ \Rightarrow I_2 &= 2I_1\end{aligned}$$

Utilizando la ley de Kirchhoff para voltaje en el *loop* $ABCDA$:

$$\begin{aligned}V &= R_2I_2 + R_3I_1\\ \Rightarrow 2\,\mathrm{V} &= (30\,\Omega)I_2 + (10\,\Omega)I_1\\ \Rightarrow 2\,\mathrm{V} &= (30\,\Omega)(2I_1) + (10\,\Omega)I_1\\ \Rightarrow 2\,\mathrm{V} &= (70\,\Omega)I_1\\ \Rightarrow I_1 &= 0{,}0286\,\mathrm{A}\\ \Rightarrow I_2 &= 2I_1\\ &= 2(0{,}0286\,\mathrm{A})\left(1000\,\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{A}}\right)\\ &= 57\,\mathrm{mA}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 24. ¿Cuál es el valor más cercano a la corriente a través de AB?



(a) 0,5 A

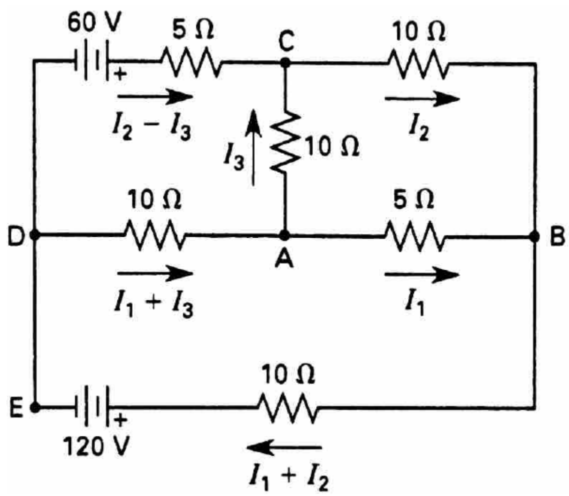
(b) 1 A

(c) 3 A

(d) 4 A

Solución:

Redibujamos el circuito.



Designando las corrientes como se muestra en el *loop* $ACBA$, las corrientes a través de los *loops* remanentes se pueden expresar en términos de I_1, I_2 e I_3. Como el voltaje es igual a la resistencia multiplicada por la corriente, para el *loop* $CDAC$ tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} 60\,\mathrm{V} &= (5\,\Omega)(I_2 - I_3) - (10\,\Omega)(I_1 + I_3) - (10\,\Omega)I_3 \\ \Rightarrow\ -12\,\mathrm{A} &= 2I_1 - I_2 + 5I_3 \qquad (i) \end{aligned}$$

Para el *loop* $BEDAB$:

$$\begin{aligned} 120\,\mathrm{V} &= (10\,\Omega)(I_1 + I_2) + (10\,\Omega)(I_1 + I_3) + (5\,\Omega)I_1 \\ \Rightarrow\ 0 &= 25I_1 + 10I_2 + 10I_3 - 120 \\ \Rightarrow\ 24\,\mathrm{A} &= 5I_1 + 2I_2 + 2I_3 \qquad (ii) \end{aligned}$$

En el *loop* $ACBA$:

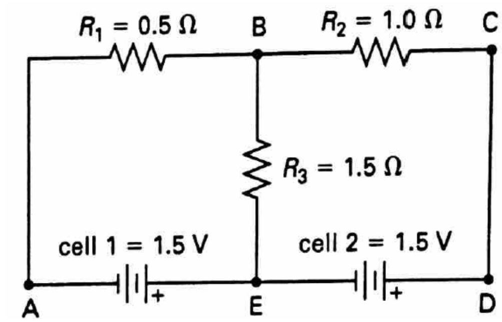
$$\begin{aligned} 0\,\mathrm{V} &= -(5\,\Omega)I_1 + (10\,\Omega)I_2 + (10\,\Omega)I_3 \\ \Rightarrow\ 0\,\mathrm{A} &= I_1 - 2I_2 - 2I_3 \qquad (iii) \end{aligned}$$

Sumamos las ecuaciones (i), (ii) y (iii) y resolvemos para I_1:

$$\begin{aligned} 6I_1 &= 24\,\mathrm{A} \\ I_1 &= 4\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 25. En el circuito de la figura, ¿cuál es la corriente a través de CD?



(a) 0,20 A

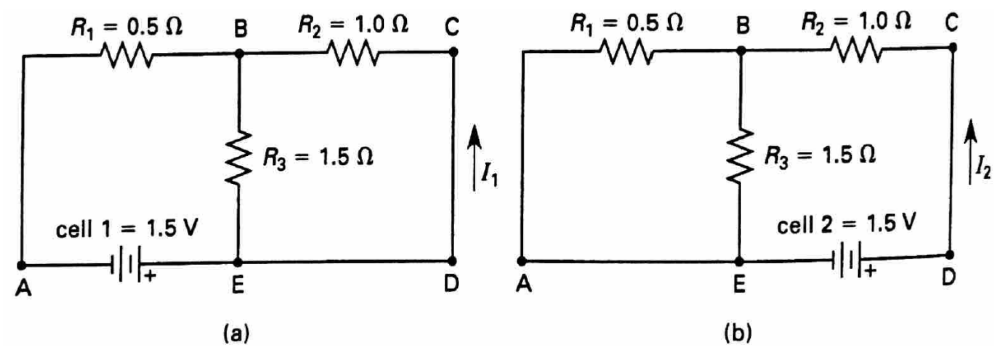
(b) 0,60 A

(c) 1,0 A

(d) 1,9 A

Solución:

Utilizaremos el método de superposición para hallar la corriente I. Sea I_1 la corriente desde la celda 1 e I_2 la corriente desde la celda 2. Entonces, $I = I_1 + I_2$.



En la figura (a):

$$
\begin{aligned}
R_{total,1} &= R_1 + R_2 \,||\, R_3 \\
&= R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\
&= 0{,}5\,\Omega + \frac{(1{,}5\,\Omega)(1\,\Omega)}{2{,}5\,\Omega} \\
&= 1{,}1\,\Omega \\
\Rightarrow\ I_1 &= \left(\frac{1{,}5\,\Omega}{2{,}5\,\Omega}\right)\left(\frac{1{,}5\,\mathrm{V}}{1{,}1\,\Omega}\right) \\
&= 0{,}82\,\Omega
\end{aligned}
$$

En la figura (b):

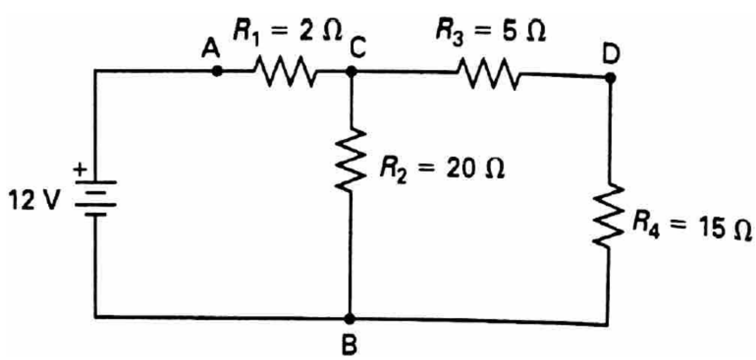
$$\begin{aligned}
R_{total,2} &= R_1 \,||\, R_3 + R_2 \\
&= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 \\
&= 1\,\Omega + \frac{(0{,}5\,\Omega)(1{,}5\,\Omega)}{2\,\Omega} \\
&= 1{,}375\,\Omega \\
\Rightarrow \ I_2 &= \frac{1{,}5\,\mathrm{V}}{1{,}375\,\Omega} \\
&= 1{,}1\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

La corriente total es:

$$\begin{aligned}
I &= I_1 + I_2 \\
&= 0{,}82\,\mathrm{A} + 1{,}1\,\mathrm{A} \\
&= 1{,}92\,\mathrm{A} \ \approx 1{,}9\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 26. Para la red de la figura, determine la caída de voltaje desde C hacia D.



(a) 2,0 V

(b) 2,5 V

(c) 3,0 V

(d) 8,0 V

Solución:

La resistencia total es:

$$\begin{aligned}
R_{total} &= R_1 + R_2 \,||\, (R_3 + R_4) \\
&= R_1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2} + \cfrac{1}{R_3 + R_4}} \\
&= 2\,\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{20\,\Omega} + \cfrac{1}{15\,\Omega + 5\Omega}} \\
&= 12\,\Omega
\end{aligned}$$

Luego,

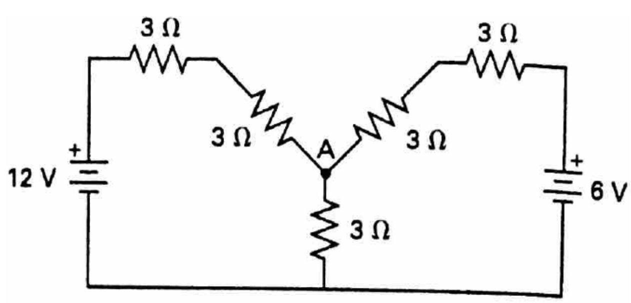
$$I_{total} = \frac{V}{R_{total}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{12\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}$$

Utilizamos un divisor de corriente para hallar la corriente en la sección CDB:

$$\begin{aligned}
I_{CDB} &= I_{total}\left(\frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4}\right) \\
&= (1\,\mathrm{A})\left(\frac{20\,\Omega}{40\,\Omega}\right) \\
&= 0{,}5\,\mathrm{A} \\
\Rightarrow\; V_{CD} &= I_{CDB} R_3 \\
&= (0{,}5\,\mathrm{A})(5\,\Omega) \\
&= 2{,}5\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 27. ¿Cuál es el valor más cercano al voltaje en el punto A en la red de la figura?



(a) 1,0 V

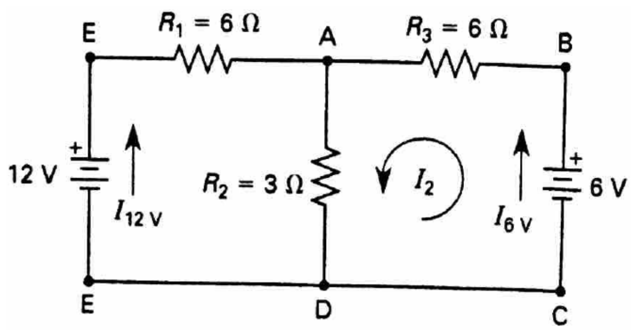
(b) 2,3 V

(c) 3,0 V

(d) 4,5 V

Solución:

Redibujamos el circuito:



Utilizamos superposición para hallar I_2:

$$I_2 = I_{6\,\mathrm{V}} + I_{12\,\mathrm{V}}$$

donde $I_{6\,\mathrm{V}}$ es la corriente a través de BA proveniente de la fuente de $6\,\mathrm{V}$ e $I_{12\,\mathrm{V}}$ es la corriente a través de BA proveniente de la fuente de $12\,\mathrm{V}$. Las resistencias equivalentes se calculan para cada fuente:

$$\begin{aligned}
R_{6\,\mathrm{V}} &= R_3 + R_1 \,||\, R_2 \\
&= R_3 + \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} \\
&= 6\,\Omega + \frac{1}{\dfrac{1}{6\,\Omega} + \dfrac{1}{3\,\Omega}} \\
&= 8\,\Omega \\
I_{6\,\mathrm{V}} &= \frac{V_{6\,\mathrm{V}}}{R_{6\,\mathrm{V}}} \\
&= \frac{6\,\mathrm{V}}{8\,\Omega} \\
&= 0{,}75\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

Para la fuente de 12 V:

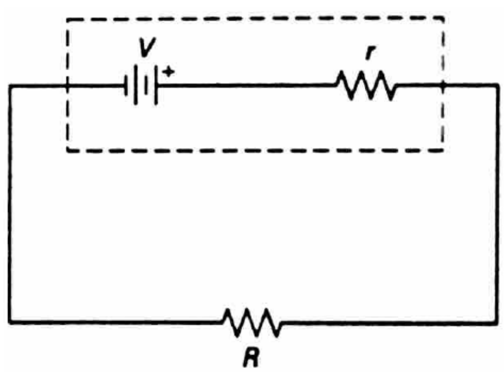
$$\begin{aligned}
R_{12\,\mathrm{V}} &= R_1 + R_2 \,||\, R_3 \\
&= R_1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2} + \cfrac{1}{R_3}} \\
&= 6\,\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{6\,\Omega} + \cfrac{1}{3\,\Omega}} \\
&= 8\,\Omega \\
\Rightarrow I_{12\,\mathrm{V}} &= \left(\frac{V_{12\,\mathrm{V}}}{R_{12\,\mathrm{V}}}\right)\left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \left(\frac{3\,\Omega}{9\,\Omega}\right)\left(\frac{12\,\mathrm{V}}{8\,\Omega}\right) \\
&= 0{,}5\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned}
I_2 &= I_{6\,\mathrm{V}} - I_{12\,\mathrm{V}} \\
&= 0{,}75\,\mathrm{A} - 0{,}5\,\mathrm{A} \\
&= 0{,}25\,\mathrm{A} \\
\Rightarrow V_A &= V_{6\,\mathrm{V}} - I_2 R_3 \\
&= 6\,\mathrm{V} - (0{,}25\,\mathrm{A})(6\,\Omega) \\
&= 4{,}5\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 28. En el circuito de la figura, $V = 6\,\mathrm{V}$ y la resistencia interna de la fuente es $r = 1\,\Omega$. Para un valor específico de R, la potencia de salida es máxima. ¿Cuál es el valor más cercano a este máximo?



(a) 4,5 W

(b) 6,0 W

(c) 9,0 W

(d) 18 W

Solución:

La potencia de salida está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} P &= I^2 R \\ \Rightarrow I &= \frac{V}{R+r} \\ \Rightarrow P &= \frac{RV^2}{(R+r)^2} \end{aligned}$$

La máxima potencia ocurre cuando $\dfrac{dP}{dR} = 0$:

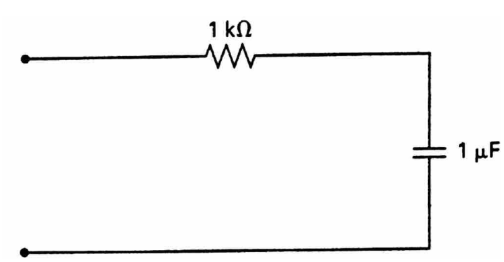
$$\begin{aligned} \frac{dP}{dR} &= V^2\Big(-2(R+r)^{-3}R + (R+r)^{-2}\Big) = 0 \\ \Rightarrow (R+r)^{-2} &= 2(R+r)^{-3}R \\ \Rightarrow R+r &= 2R \\ \Rightarrow R &= r = 1\,\Omega \end{aligned}$$

Entonces, la potencia máxima es:

$$\begin{aligned} P_{\text{máx}} &= \frac{RV^2}{(R+r)^2} \\ &= \frac{(1\,\Omega)(6\,\text{V})^2}{(1\,\Omega + 1\,\Omega)^2} \\ &= \frac{36}{4}\,\text{W} \\ &= 9\,\text{W} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 29. ¿Cuál es la constante de tiempo del siguiente sistema?



(a) 0,001 s

(b) 10 s

(c) 100 s

(d) 1000 s

Solución:

La constante de tiempo τ es:

$$\begin{aligned}\tau &= RC \\ &= (1000\,\Omega)(1\times 10^{-6}\,\mathrm{F}) \\ &= 0{,}001\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 30. La capacitancia equivalente de los capacitores C_1 y C_2 conectados en serie es 7,3 μF. Si la capacitancia de $C_1 = 9{,}6\,\mu$F, ¿cuál es el valor más cercano a la capacitancia de C_2?

(a) 2,3 μF

(b) 31 μF

(c) 35 μF

(d) 49 μF

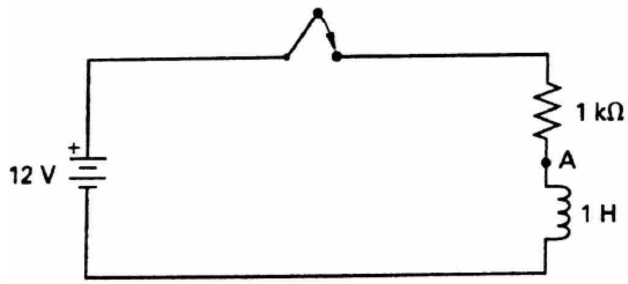
Solución:

Para capacitores en serie, la capacitancia equivalente C es:

$$\begin{aligned}\frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ C_2 &= \frac{C_1 C}{C_1 - C} \\ &= \frac{(9{,}6\,\mu\mathrm{F})(7{,}3\,\mu\mathrm{F})}{9{,}6\,\mu\mathrm{F} - 7{,}3\,\mu\mathrm{F}} \\ &= 30{,}5\,\mu\mathrm{F}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 31. Encuentre el voltaje en el punto A en el instante en que se cierra el interruptor.



(a) 0,0 V

(b) 1,0 V

(c) 3,0 V

(d) 12 V

Solución:

La corriente inicial en $t = 0^+$ s cero, entonces no hay caída de voltaje a través del resistor. El potencial completo de 12 V aparece a través del inductor, es decir, $V_A = 12\,\mathrm{V}$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 32. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del movimiento de un conductor a través un campo magnético cambiante es FALSA?

(a) Las líneas de flujo magnético pasan desde el polo norte hacia el polo sur del magneto

(b) Cuando un conductor está en un circuito abierto no hay flujo de corriente, independiente de su movimiento a través del campo

(c) El conductor se debe mover a velocidad constante para generar corriente

(d) Un replicador de flujo de corriente en la dirección del movimiento del conductor creará torque

Solución:

Una cantidad variante de flujo aumentará la corriente. El flujo a través del *loop* conductor puede cambiar al variar el campo magnético o al variar la velocidad del conductor a través del campo. Por lo tanto, un conductor acelerando a través de un campo magnético generará corriente.

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 33. Un cable transporta corriente alterna de $3\cos(100\pi t)$ A. ¿Cuál es la corriente promedio en 6 s?

(a) 0 A

(b) $\frac{\pi}{6}$ A

(c) 1,5 A

(d) $\frac{6}{\pi}$ A

Solución:

Sea T el periodo total de tiempo e $I(t)$ la corriente como función del tiempo. Entonces, la corriente promedio es:

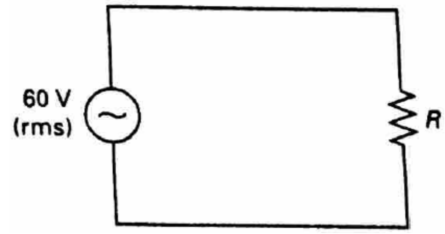
$$I_{prom} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)\,dt$$

Entonces, para esta corriente alterna particular:

$$\begin{aligned} I_{prom} &= \frac{1}{6}\int_0^6 3\cos(100\pi t)\,dt \\ &= \frac{1}{2}\int_0^6 cos(100\pi t)\,dt \\ &= \frac{1}{200\pi}\sin(100\pi t)\Big|_0^6 \\ &= 0\,\text{A} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 34. Un voltaje sinusoidal en corriente alterna con valor eficaz (rms) de 60 V se aplica a un circuito puramente resistivo, como muestra la figura. ¿Cuál es el valor más cercano al voltaje estacionario que genera la misma potencia que el alternante?



(a) 38 V

(b) 42 V

(c) 60 V

(d) 85 V

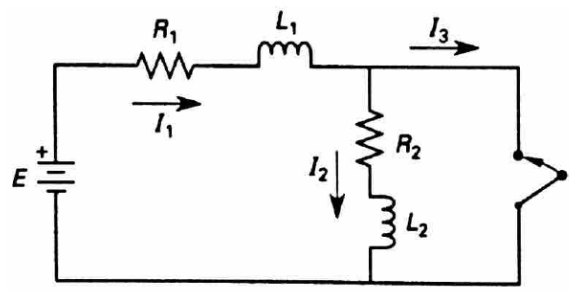
Solución:

Por definición de potencia promedio,

$$\begin{aligned} P_{prom} &= \frac{E_{rms}^2}{R} = \frac{E^2}{R} \\ E &= E_{rms} = 60\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 35. Para el circuito de la figura, $I_1 = I_2$ antes de que el interruptor se cierre. Si el interruptor se cierra en $t = 0$, ¿cuál es el comportamiento de I_1 en $t = 0$?



(a) I_1 es discontinua y decreciente

(b) I_1 es discontinua y creciente

(c) I_1 es continua y decreciente

(d) I_1 es continua y creciente

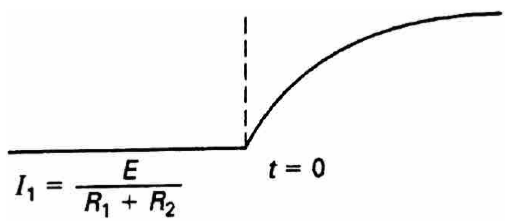
Solución:

Para $t < 0$ la corriente viaja a través de L_1 y L_2. Luego de que se cierra el interruptor, $I_1 = I_2 + I_3$ con I_2 decreciendo lentamente. Cuando t tiende a infinito, la corriente viaja alrededor del *loop* exterior con $I_1 = I_3 = \dfrac{E}{R_1}$ e $I_2 = 0$.

Cuanto $t < 0$ $I_1 = I_2 = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ pero cuando $t \geq 0$:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= I_1(0)e^{-\frac{R_1 t}{L_1}} + \left(\frac{E}{R_1}\right)\left(1 - e^{-\frac{R_1 t}{L_1}}\right) \\ &= \frac{E}{R_1} - \left(\frac{R_2 E}{R_1(R_1 + R_2)}\right)e^{-\frac{R_1 t}{L_1}} \end{aligned}$$

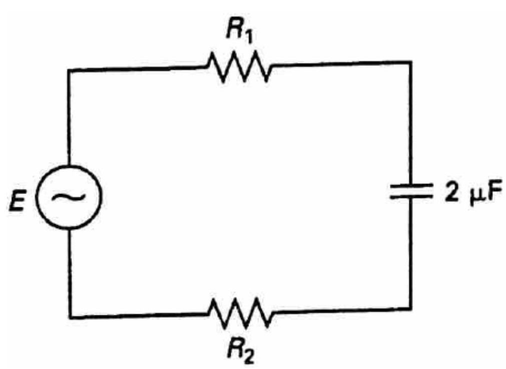
Gráficamente,



Por lo tanto, I_1 es continua y creciente en $t = 0$.

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 36. El capacitor de $2\,\mu$F de la figura tiene una reactancia de $X_C = 1500\,\Omega$. ¿Cuál es el valor más cercano a la frecuencia de la fuente de corriente alterna?



(a) 3,0 Hz

(b) 53 Hz

(c) 60 Hz

(d) 120 Hz

Solución:

La reactancia es

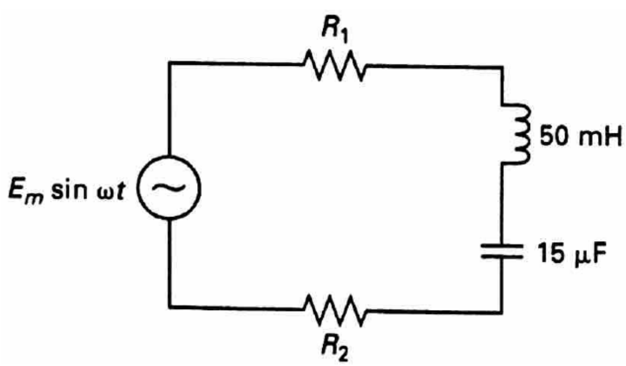
$$
\begin{aligned}
X_C &= \frac{1}{\omega C} \\
\Rightarrow \omega &= \frac{1}{CX_C}
\end{aligned}
$$

La frecuencia es:

$$
\begin{aligned}
f &= \frac{\omega}{2\pi} \\
&= \frac{1}{2\pi C X_C} \\
&= \frac{1}{2\pi(2\times 10^{-6}\,\mathrm{F})(1500\,\Omega)} \\
&= 53\,\mathrm{Hz}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 37. Si el capacitor y el inductor del circuito que se muestra en la figura tienen la misma reactancia, ¿cuál es el valor más cercano a la frecuencia de la fuente de corriente alterna?



(a) 27 Hz

(b) 180 Hz

(c) 210 Hz

(d) 1200 Hz

Solución:

Si el inductor y el capacitor tienen la misma reactancia, entonces:

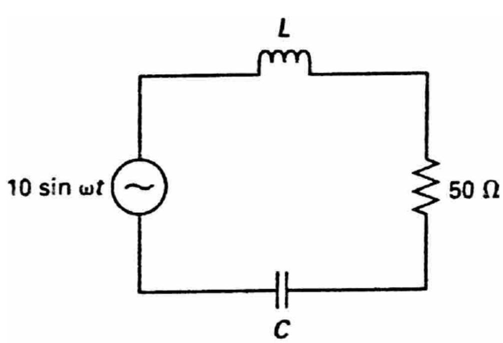
$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega C} &= \omega L \\ \Rightarrow \omega^2 &= \frac{1}{CL} \\ \Rightarrow \omega &= \frac{1}{\sqrt{CL}} \end{aligned}$$

La frecuencia f es:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\omega}{2\pi} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(15\times10^{-6}\,\mathrm{F})(50\times10^{-3}\,\mathrm{H})}} \\ &= 184\,\mathrm{Hz}\ \approx 180\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$

Problema 38. Un voltaje alternante de $E = 10\sin(\omega t)\,\mathrm{V}$ se aplica al circuito RCL de la figura. ¿Cuál es la corriente efectiva I_{rms} si el circuito está en resonancia con el voltaje impulsor?



(a) 0,141 A

(b) 0,200 A

(c) 7,07 A

(d) 7,14 A

Solución:

En resonancia, la impedancia del circuito es igual a la impedancia del resistor. Por lo tanto,

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

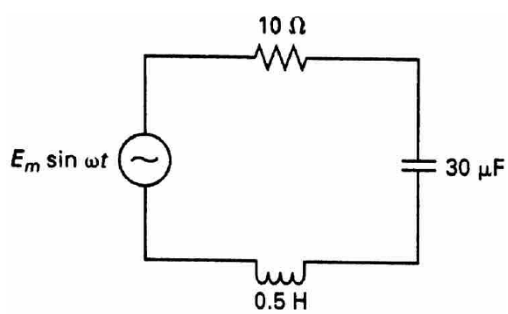
Adicionalmente,

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{\sqrt{R^2+0}} = \frac{E}{R} \\ I_{rms} &= \frac{E_{rms}}{R} \\ &= \frac{\frac{E_{rms}}{\sqrt{2}}}{R} \\ &= \frac{\frac{10\,\mathrm{V}}{\sqrt{2}}}{50\,\Omega} \\ &= 0{,}141\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 39. En el circuito RCL de la figura, $R = 10\,\Omega$, $C = 30\,\mu\mathrm{F}$ y $L = 0{,}5\,\mathrm{H}$. Aproximadamente, ¿a qué frecuencia el valor eficaz (rms) de la corriente será un tercio de su máximo valor posible? La magnitud de la corriente es:

$$I = E\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$



(a) 37 Hz

(b) 41 Hz

(c) 46 Hz

(d) 160 Hz

Solución:

El valor eficaz máximo ocurre en resonancia, es decir:

$$I_{rms,\text{máx}} = \frac{E_{rms}}{R}$$

Para que el valor eficaz de la corriente sea un tercio del máximo:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{3}\left(\frac{E_{rms}}{R}\right) &= \frac{E_{rms}}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \\
\Rightarrow \frac{1}{3R} &= \frac{1}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \\
\Rightarrow 9R^2 &= R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \\
\Rightarrow 8R^2 &= \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \\
\Rightarrow 2\sqrt{2}R &= \omega L - \frac{1}{\omega C} \\
\Rightarrow 0 &= \omega^2 - \frac{2\sqrt{2}R\omega}{L} - \frac{1}{LC}
\end{aligned}$$

Resolviendo para el valor positivo de ω:

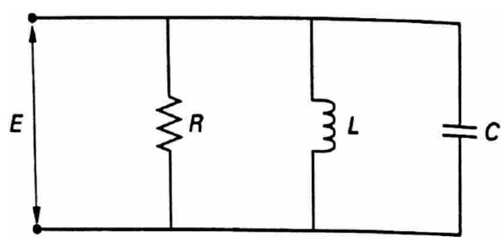
$$\begin{aligned}
\omega &= \frac{\sqrt{2}R}{L} + \sqrt{\frac{2R^2}{L^2} + \frac{1}{LC}} \\
&= \frac{\sqrt{2}(10\,\Omega)}{0{,}5\,\mathrm{H}} + \sqrt{\frac{2(10\,\Omega)^2}{0{,}5\,\mathrm{H}} + \frac{1}{(0{,}5\,\mathrm{H})(30\times 10^{-6}\,\mathrm{F})}} \\
&= 288\,\mathrm{s}^{-1}
\end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned} f &= \frac{\omega}{2\pi} \\ &= \frac{\frac{288}{\mathrm{s}}}{2\pi} \\ &= 45{,}8\,\mathrm{Hz} \approx 46\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 40. Determine la frecuencia de resonancia ω del circuito de la figura.



(a) $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

(b) $\dfrac{2}{\sqrt{LC}}$

(c) $\sqrt{\dfrac{LC}{3}}$

(d) $\sqrt{\dfrac{LC}{2}}$

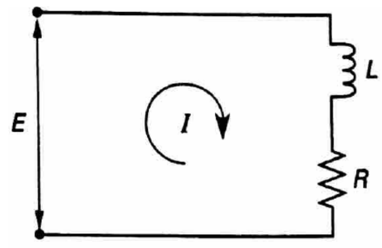
Solución:

La resonancia ocurre cuando $X_C = X_L$. Como $X_C = \dfrac{1}{j\omega C}$ y $X_L = j\omega L$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{j\omega C} &= j\omega L \\ \Rightarrow \omega^2 &= \frac{1}{LC} \\ \Rightarrow \omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 41. Determine el valor más cercano al ángulo de potencia ϕ en el circuito de corriente alterna de la figura si $R = 25\,\Omega$, $L = 0{,}2\,\text{H}$, $V = 200\,\text{V}$ y $f = 30\,\text{Hz}$.



(a) 36°

(b) 46°

(c) 52°

(d) 57°

Solución:

El ángulo de potencia es el ángulo de impedancia. La impedancia del circuito es:

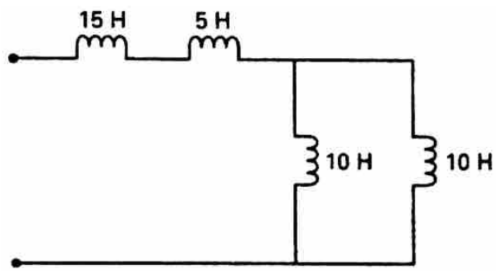
$$\begin{aligned} Z &= R + jX_L \\ &= 25\,\Omega + j\,2\pi(30\,\text{Hz})(0{,}2\,\text{H}) \\ &= 25\,\Omega + j\,37{,}7\,\Omega \end{aligned}$$

Luego, para calcular ϕ utilizamos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \tan(\phi) &= \frac{X_L}{R} \\ \Rightarrow \phi &= \arctan\left(\frac{37{,}7\,\Omega}{25\,\Omega}\right) \\ &= 56{,}5^\circ \approx 57^\circ \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 42. ¿Cuál es el valor más cercano a la inductancia equivalente del circuito de la figura?



(a) 5,0 H

(b) 20 H

(c) 24 H

(d) 25 H

Solución:

Los inductores se combinan como los resistores. Así, la inductancia equivalente es:

$$L_{eq} = 15\,\mathrm{H} + 5\,\mathrm{H} + \frac{(10\,\mathrm{H})(10\,\mathrm{H})}{10\,\mathrm{H} + 10\,\mathrm{H}} = 25\,\mathrm{H}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 43. Un conductor sólido de cobre a 20° C tiene las siguientes características:

$$\begin{array}{lcl} \text{Resistividad} & = & 1{,}77 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m} \\ \text{Diámetro} & = & 5\,\mathrm{mm} \\ \text{Largo} & = & 5000\,\mathrm{m} \end{array}$$

¿Cuál es el valor más cercano a la resistencia del conductor?

(a) 0,017 Ω

(b) 4,5 Ω

(c) 12 Ω

(d) 18 Ω

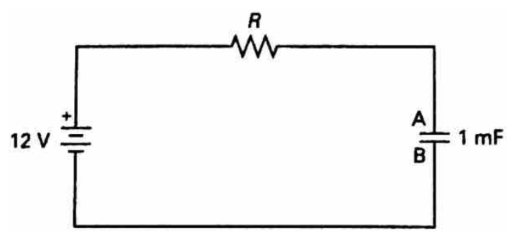
Solución:

Calculamos la resistencia:

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{\rho L}{A} \\
&= \frac{\rho L}{\frac{\pi}{4} d^2} \\
&= \frac{(1{,}77 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m})(5000\,\mathrm{m})}{\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{5\,\mathrm{mm}}{1000\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}}\right)} \\
&= 4{,}51\,\Omega \ \approx 4{,}5\,\Omega
\end{aligned}
$$

La respuesta es (b)

Problema 44. El circuito de la figura se encuentra en estado estacionario. ¿Cuál es el valor más cercano a la carga en el plato A del capacitor?



(a) 83 pC

(b) 120 pC

(c) 83 μC

(d) 0,012 C

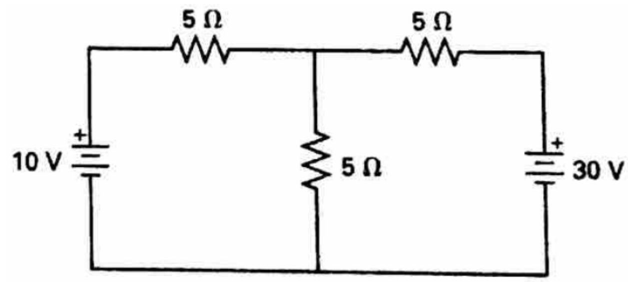
Solución:

En estado estacionario, todo el voltaje se encuentra en el capacitor. Entonces,

$$
\begin{aligned}
Q &= CV \\
&= (1 \times 10^{-3}\,\mathrm{F})(12\,\mathrm{V}) \\
&= 0{,}0012\,\mathrm{C}
\end{aligned}
$$

La respuesta es (d)

Problema 45. ¿Cuál es el valor más cercano al voltaje en la resistencia de $5\,\Omega$ que se encuentra en el centro de la figura?



(a) $13\,\text{V}$

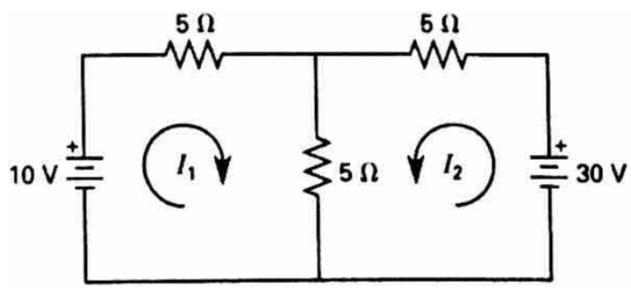
(b) $16\,\text{V}$

(c) $20\,\text{V}$

(d) $24\,\text{V}$

Solución:

Utilizamos el método de los *loops* de corriente para resolver el voltaje. Esta es una red de tres *loops*, entonces seleccionamos $3-1=2$ *loops*. La dirección de las corrientes es arbitraria:



Escribimos la ley de Kirchhoff de voltaje para cada *loop*:

$$\begin{aligned} 10\,\text{V} - I_1(5\,\Omega) - (I_1+I_2)(5\,\Omega) &= 0 \\ 30\,\text{V} - I_2(5\,\Omega) - (I_1+I_2)(5\,\Omega) &= 0 \end{aligned}$$

De la primera ecuación:

$$I_1 = \frac{10\,\text{V} - (5\,\Omega)I_2}{10\,\Omega}$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

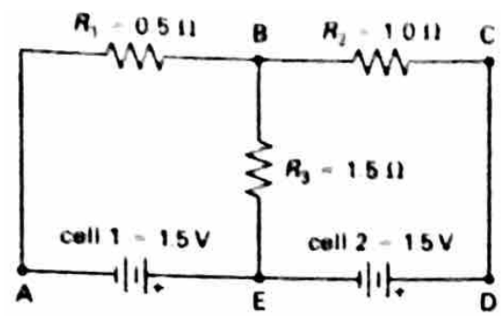
$$\begin{aligned} 30\,\mathrm{V} - I_2(10\,\Omega) - \left(\frac{10\,\mathrm{V} - (5\,\Omega)I_2}{10\,\Omega}\right)(5\,\Omega) &= 0 \\ \Rightarrow\ I_2 = \frac{10}{3}\,\mathrm{A} \qquad , \qquad I_1 = -\frac{2}{3}\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

El voltaje en el resistor del centro:

$$\begin{aligned} V &= IR \\ &= \left(\frac{10}{3}\,\mathrm{A} + \left(-\frac{2}{3}\,\mathrm{A}\right)\right)(5\,\Omega) \\ &= 13{,}33\,\mathrm{V}\ \approx 13\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 46. En el circuito de la figura, ¿cuál es el valor más cercano a la corriente a través de CD?



(a) 0,20 A

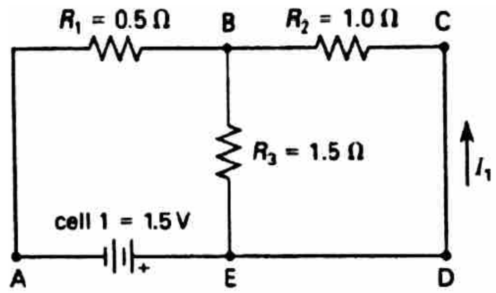
(b) 0,60 A

(c) 1,0 A

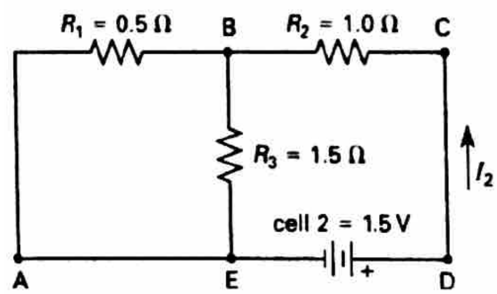
(d) 1,9 A

Solución:

Utilizamos el método de superposición para encontrar la corriente I. Sea I_1 la corriente por la celda 1 e I_2 la corriente por la celda 2. Separamos los circuitos.



(a)



(b)

La resistencia equivalente del circuito (a) es:

$$
\begin{aligned}
R_{total,1} &= R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\
&= 0{,}5\,\Omega + \frac{(1{,}0\,\Omega)(1{,}5\,\Omega)}{1{,}0\,\Omega + 1{,}5\,\Omega} \\
&= 1{,}1\,\Omega
\end{aligned}
$$

La corriente por la celda 1 es:

$$
I_{celda\,1} = \frac{V}{R_{total,1}} = \frac{1{,}5\,\mathrm{V}}{1{,}1\,\Omega}
$$

Toda la corriente de la celda 1 pasa por el resistor 1. Luego, la corriente se divide en proporción inversa hacia ambos lados. Entonces,

$$
\begin{aligned}
I_1 &= I_{celda\,1}\left(\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \left(\frac{1{,}5\,\mathrm{V}}{1{,}1\,\Omega}\right)\left(\frac{1{,}5\,\Omega}{1{,}0\,\Omega + 1{,}5\,\Omega}\right) \\
&= 0{,}82\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

La resistencia equivalente del circuito (b) es:

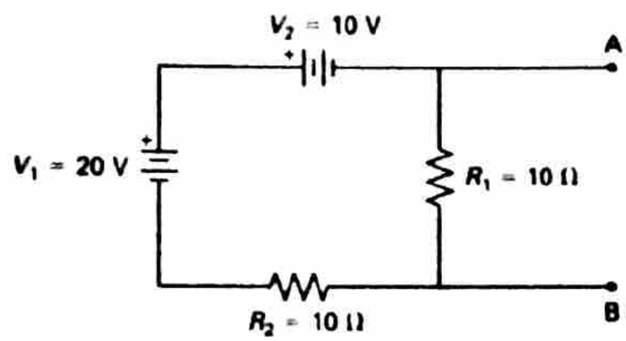
$$\begin{aligned} R_{total,2} &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 \\ &= \frac{(0{,}5\,\Omega)(1{,}5\,\Omega)}{0{,}5\,\Omega + 1{,}5\,\Omega} + 1{,}0\,\Omega \\ &= 1{,}375\,\Omega \\ \Rightarrow I_2 &= \frac{V}{R} \\ &= \frac{1{,}5\,\text{V}}{1{,}375\,\Omega} \\ &= 1{,}1\,\text{A} \end{aligned}$$

La corriente total es:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= 0{,}82\,\text{A} + 1{,}1\,\text{A} \\ &= 1{,}91\,\text{A} \approx 1{,}9\,\text{A} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (d)}}$

Problema 47. ¿Cuál es el valor más cercano al valor del voltaje equivalente de Norton, V_N, y de la resistencia equivalente de Norton, R_N, para el circuito de la figura?



(a) $V_N = 5\,\text{V}$ y $R_N = 5\,\Omega$

(b) $V_N = 10\,\text{V}$ y $R_N = 20\,\Omega$

(c) $I_N = 1\,\text{A}$ y $R_N = 5\,\Omega$

(d) $I_N = 1\,\text{A}$ y $R_N = 10\,\Omega$

Solución:

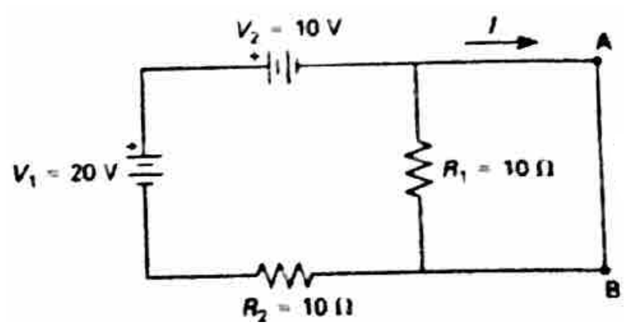
Un circuito equivalente de Norton contiene solo una fuente de corriente y un resistor en paralelo, entonces las alternativas (a) y (b) se pueden eliminar inmediatamente.

Para encontrar la resistencia equivalente, se deben apagar las fuentes de potencia. Luego, la resistencia equivalente entre los terminales A y B es:

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{(10\,\Omega)(10\,\Omega)}{10\,\Omega + 10\,\Omega} \\ &= 5\,\Omega \end{aligned}$$

Este resultado elimina las alternativas (b) y (d).

Para calcular la corriente equivalente de Norton, cerramos el circuito:

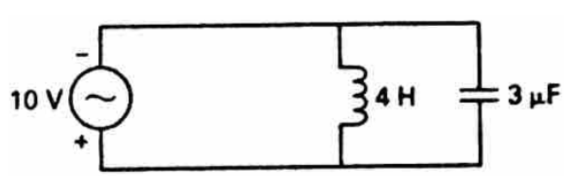


Aplicamos la ley de Kirchhoff para voltaje:

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 - R_2 I_N &= 0 \\ \Rightarrow\ 20\,\mathrm{V} - 10\,\mathrm{V} &= (10\,\Omega) I_N \\ \Rightarrow\ I_N &= 1\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 48. ¿Cuál es el valor más cercano a la frecuencia de resonancia del circuito de la figura?



(a) 1,9 Hz

(b) 4,6 Hz

(c) 46 Hz

(d) 75 Hz

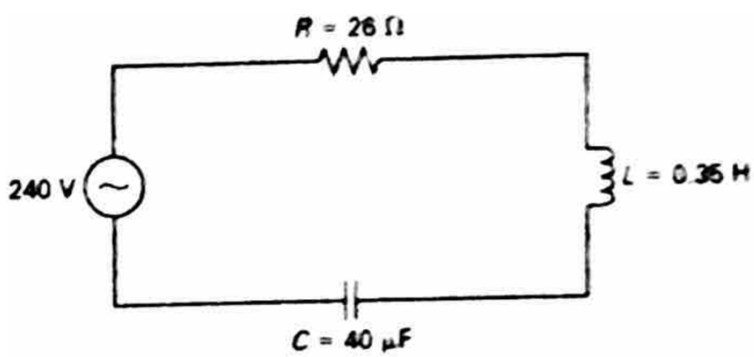
Solución:

La frecuencia de resonancia es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{LC}} &= 2\pi f_0 \\ \Rightarrow f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(4\,\mathrm{H})(3\times 10^{-6}\,\mathrm{F})}} \\ &= 45{,}94\,\mathrm{Hz} \approx 46\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (c)}}$

Problema 49. Una fuente alternante de 240 V a 60 Hz está conectada a un circuito RCL en serie, como muestra la figura. ¿Cuál es el valor más cercano a la reactancia de la figura?



(a) 66 Ω

(b) 130 Ω

(c) 150 Ω

(d) 200 Ω

Solución:

La reactancia inductiva es:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L \\ &= 2\pi(60\,\text{Hz})(0{,}35\,\text{H}) \\ &= 131{,}9\,\Omega \end{aligned}$$

La reactancia capacitiva es:

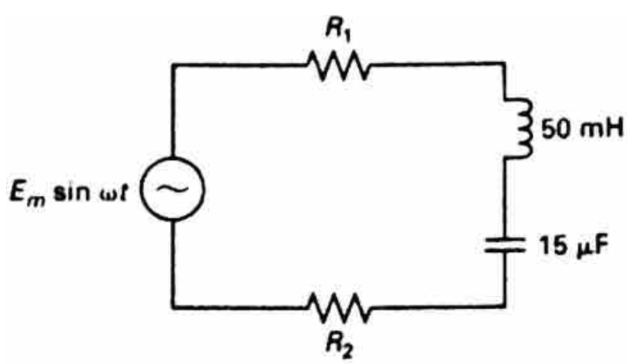
$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{2\pi(60\,\text{Hz})(40\times10^{-6}\,\text{F})} \\ &= 66{,}3\,\Omega \end{aligned}$$

La reactancia total es:

$$\begin{aligned} X_L - X_C &= 131{,}9\,\Omega - 66{,}3\,\Omega \\ &= 65{,}6\,\Omega \ \approx 66\,\Omega \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (a)}}$

Problema 50. Si el capacitor y el inductor de la figura tienen la misma reactancia, ¿cuál es el valor más cercano a la frecuencia de la fuente de corriente alterna?



(a) 27 Hz

(b) 180 Hz

(c) 210 Hz

(d) 1200 Hz

Solución:

Si el inductor y el capacitor tienen la misma reactancia, entonces:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega C} &= \omega L \\ \Rightarrow \omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

La frecuencia es:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\omega}{2\pi} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(50\times 10^{-3}\,\mathrm{H})(15\times 10^{-6}\,\mathrm{F})}} \\ &= 184\,\mathrm{Hz} \approx 180\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{La respuesta es (b)}}$