Cálculo I

domingo, 30 de junio de 2019 13:12

Antiderivada de $f(x) = x^n \rightarrow F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

Derivada de $\cos(x) \rightarrow -\operatorname{sen}(x)$
$\operatorname{sen}(x) \rightarrow \cos(x)$

Teorema fundamental del calculo, parte 1.
Si f es continua sobre $[a,b]$, entonces
$$g(x) = \int_a^x f(t)\,dt \quad , \quad a \leq x \leq b$$
es continua sobre $[a,b]$ y derivable sobre (a,b)
Además, $g'(x) = f(x)$

$$g'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f(x)$$

Teorema fundamental del cálculo, parte 2.
Si f es continua sobre $[a,b]$, entonces
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$$

$$\int e^x\,dx = e^x + c$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$$

$$\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x + c$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx = -\cot x + c$$

$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$$

$$\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$$

$$\int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \tan^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \operatorname{sen}^{-1} x + c$$

$$\int \operatorname{sech} x\,dx = \cosh x + c$$

$$\int \cosh x\,dx = \operatorname{senh} x + c$$

$$\int \tan x\,dx = \ln|\sec x| + c$$

sen / cos = tan
cos / sen = cotan
1 / cos = sec
1 / sen = cosec

Integrales de funciones simétricas
Suponga que f es continua sobre $[-a, a]$
a) Si f es par $[f(-x) = f(x)]$, $\Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$

b) Si f es impar $[f(-x) = -f(x)]$ $\Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$

Sustituciones trigonométricas
$\sqrt{a^2 - x^2}$, $x = a \operatorname{sen}\theta$
$\sqrt{a^2 + x^2}$, $x = a \tan\theta$
$\sqrt{x^2 - a^2}$, $x = a \sec\theta$