

## 3.2 二叉树及存储结构

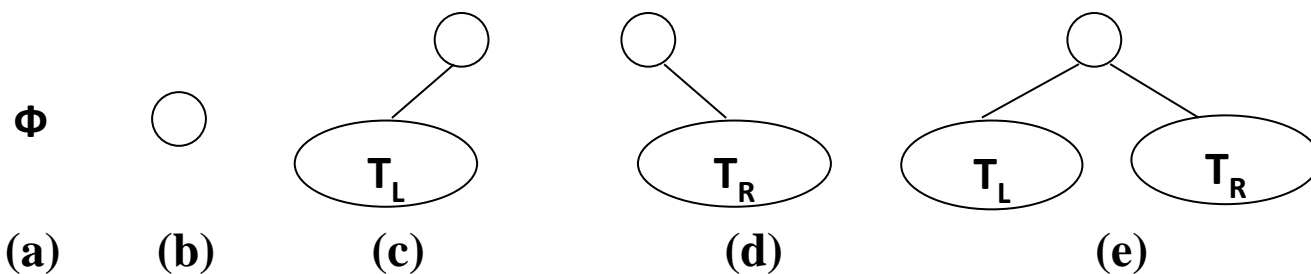
# 二叉树的定义

**二叉树T**：一个有穷的结点集合。

这个集合**可以为空**

若不为空，则它是由**根结点**和称为其**左子树 $T_L$** 和**右子树 $T_R$** 的两个不相交的二叉树组成。

## □ 二叉树具体五种基本形态

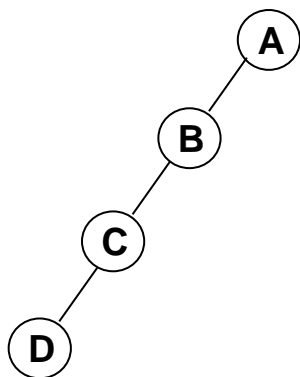


## □ 二叉树的子树有左右顺序之分

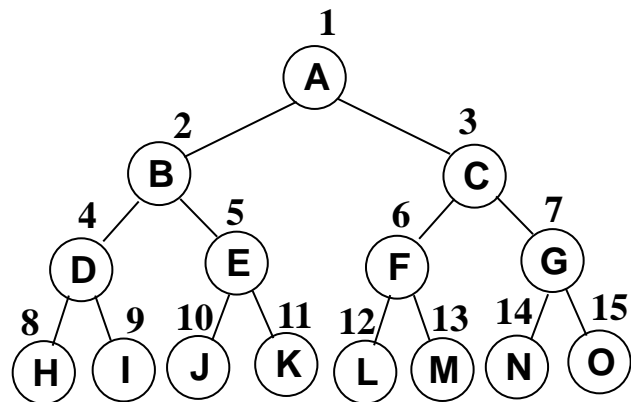


## ❖ 特殊二叉树

### □ 斜二叉树(Skewed Binary Tree)



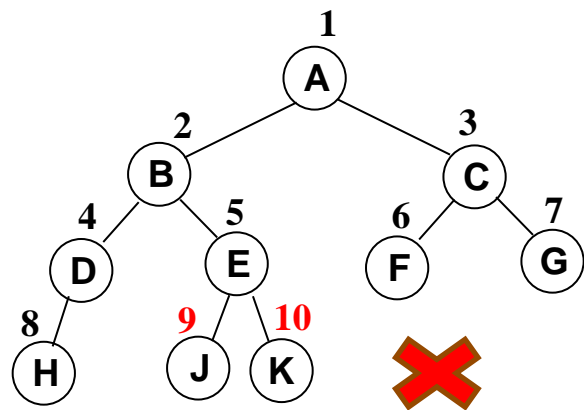
### □ 完美二叉树(Perfect Binary Tree) 满二叉树(Full Binary Tree)



### □ 完全二叉树

(Complete Binary Tree)

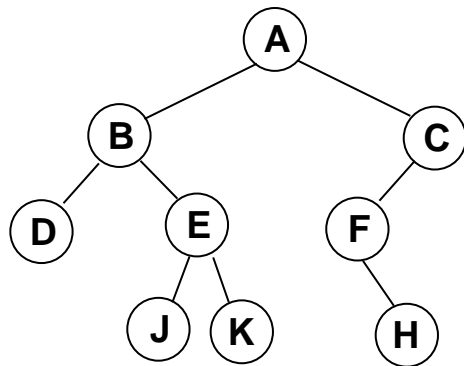
有 $n$ 个结点的二叉树，对树中结点按从上至下、从左到右顺序进行编号，编号为 $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 结点与满二叉树中编号为 $i$  结点在二叉树中位置相同



# 二叉树几个重要性质

- 一个二叉树第  $i$  层的最大结点数为:  $2^{i-1}$ ,  $i \geq 1$ 。
- 深度为  $k$  的二叉树有最大结点总数为:  $2^k - 1$ ,  $k \geq 1$ 。
- 对任何非空二叉树  $T$ , 若  $n_0$  表示叶结点的个数、 $n_2$  是度为2的非叶结点个数, 那么两者满足关系  $n_0 = n_2 + 1$ 。

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{k-1} = 2^k - 1$$



$$n_0 + n_1 + n_2 - 1 = 0 \times n_0 + 1 \times n_1 + 2 \times n_2$$

除了根节点, 每个节点都有一个向上的边

$n_0$  的节点向下贡献0条边,  $n_1$  节点向下贡献1条边,  $n_2$  节点向下贡献2条边

- ◆  $n_0 = 4$ ,  $n_1 = 2$
- ◆  $n_2 = 1$ ;
- ◆  $n_0 = n_2 + 1$

# 二叉树的抽象数据类型定义

类型名称：二叉树

数据对象集：一个有穷的结点集合。

若不为空，则由根结点和其左、右二叉子树组成。

操作集：  $BT \in \text{BinTree}$ ,  $\text{Item} \in \text{ElementType}$ ，重要操作有：

- 1、**Boolean IsEmpty( BinTree BT )**： 判别BT是否为空；
- 2、**void Traversal( BinTree BT )**： 遍历，按某顺序访问每个结点；
- 3、**BinTree CreatBinTree( )**： 创建一个二叉树。

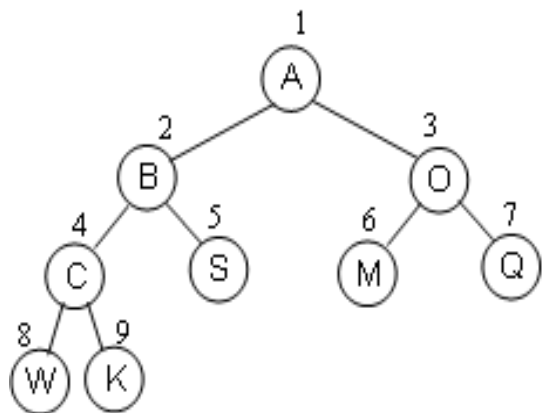
常用的遍历方法有：

- ◆ **void PreOrderTraversal( BinTree BT )**： 先序---根、左子树、右子树；
- ◆ **void InOrderTraversal( BinTree BT )**： 中序---左子树、根、右子树；
- ◆ **void PostOrderTraversal( BinTree BT )**： 后序---左子树、右子树、根
- ◆ **void LevelOrderTraversal( BinTree BT )**： 层次遍历，从上到下、从左到右

# 二叉树的存储结构

## 1. 顺序存储结构

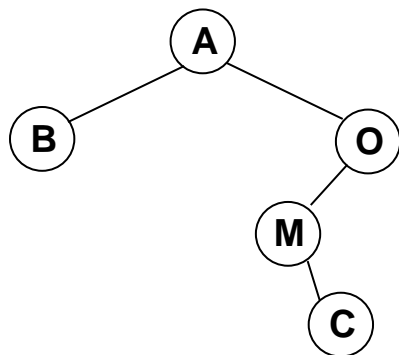
**完全二叉树：**按从上至下、从左到右顺序存储  
**n**个结点的完全二叉树的**结点父子关系**：



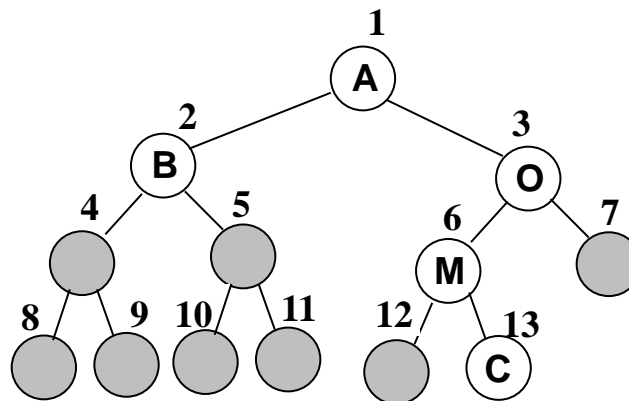
- 非根结点（序号  $i > 1$ ）的**父结点**的序号是  $\lfloor i / 2 \rfloor$ ;
- 结点（序号为  $i$ ）的**左孩子**结点的序号是  $2i$ ,  
（若  $2i \leq n$ ，否则没有左孩子）；
- 结点（序号为  $i$ ）的**右孩子**结点的序号是  $2i+1$ ,  
（若  $2i+1 \leq n$ ，否则没有右孩子）；

结点	A	B	O	C	S	M	Q	W	K
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9

□ 一般二叉树也可以采用这种结构，但会造成空间浪费.....



(a)一般二叉树



(b) 对应的完全二叉树

结点	A	B	O	∧	∧	M	∧	∧	∧	∧	∧	∧	C
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

造成空间浪费!

## 2. 链表存储

```
typedef struct TreeNode *BinTree;  
typedef BinTree Position;  
struct TreeNode{  
    ElementType Data;  
    BinTree Left;  
    BinTree Right;  
}
```

