4.1 二叉搜索树

什么是二叉搜索树

查找问题:

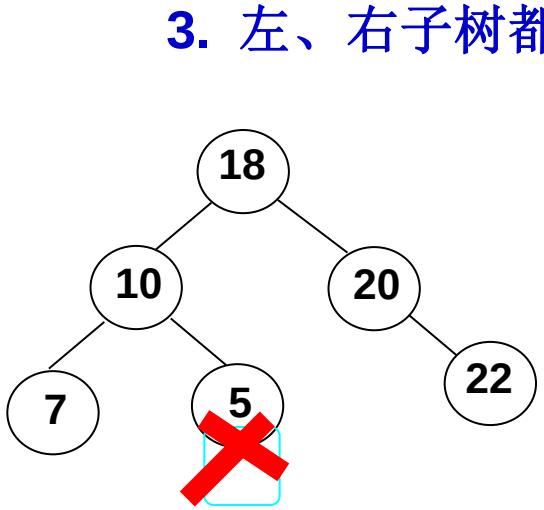
- 静态查找与动态查找
- 针对动态查找，数据如何组织?

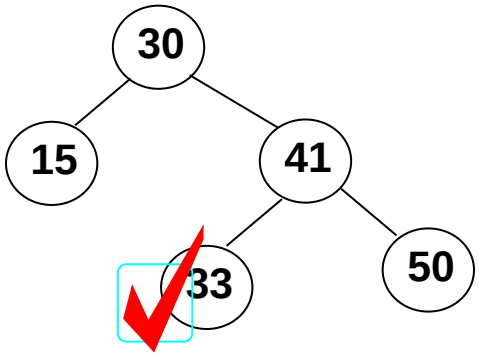
什么是二叉搜索树

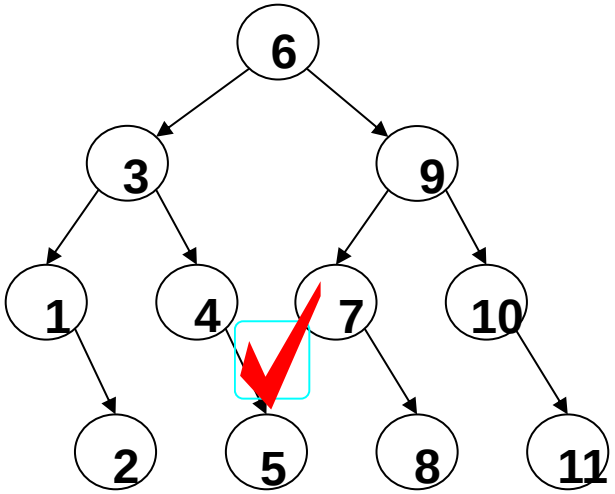
二叉搜索树（BST，Binary Search Tree），
也称二叉排序树或二叉查找树

二叉搜索树：一棵二叉树，可以为空；如果不为空，满足以下性质：

1. 非空左子树的所有键值小于其根结点的键值。
2. 非空右子树的所有键值大于其根结点的键值。
3. 左、右子树都是二叉搜索树。







二叉搜索树操作的特别函数：

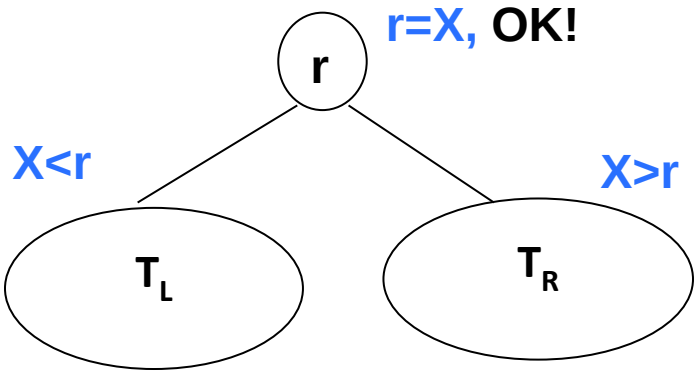
- **Position Find(ElementType X, BinTree BST)**：从二叉搜索树**BST**中查找元素**X**，返回其所在结点的地址；
- **Position FindMin(BinTree BST)**：从二叉搜索树**BST**中查找并返回最小元素所在结点的地址；
- **Position FindMax(BinTree BST)** ：从二叉搜索树**BST**中查找并返回最大元素所在结点的地址。

- **BinTree Insert(ElementType X, BinTree BST)**
- **BinTree Delete(ElementType X, BinTree BST)**

二叉搜索树的查找操作：Find

- 查找从根结点开始，如果树为空，返回NULL
- 若搜索树非空，则根结点关键字和X进行比较，并进行不同处理：

① 若X小于根结点键值，只需在左子树中继续搜索；
② 如果X大于根结点的键值，在右子树中进行继续搜索；
③ 若两者比较结果是相等，搜索完成，返回指向此结点的指针。



二叉搜索树的查找操作Find

用递归方式效率不是很高。从编译角度来看，尾递归都可以通过循环的方式实现

```
Position Find( ElementType X, BinTree BST )
{
    if( !BST ) return NULL; /*
    if( X > BST->Data )
        return Find( X, BST->Right ); /*在右子树中继续查找*/
    Else if( X < BST->Data )
        return Find( X, BST->Left ); /*在左子树中继续查找*/
    else /* X == BST->Data */
        return BST; /*查找成功，返回结点的找到结点的地址*/
}
```

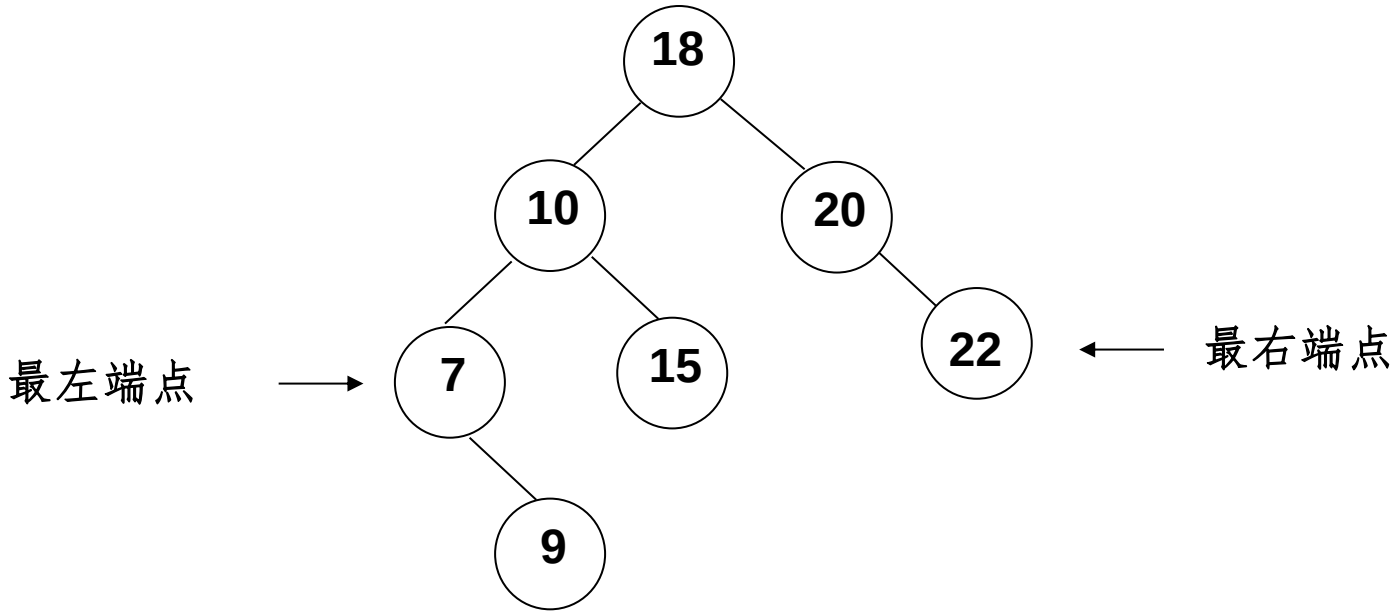
- 由于非递归函数的执行效率高，可将“尾递归”函数改为迭代函数

```
Position IterFind( ElementType X, BinTree BST )
{
    while( BST ) {
        if( X > BST->Data )
            BST = BST->Right; /*向右子树中移动，继续查找*/
        else if( X < BST->Data )
            BST = BST->Left;  /*向左子树中移动，继续查找*/
        else /* X == BST->Data */
            return BST; /*查找成功，返回结点的找到结点的地址*/
    }
    return NULL; /*查找失败*/
}
```

查找的效率决定于树的高度

查找最大和最小元素

- 最大元素一定是在树的最右分枝的端结点上
- 最小元素一定是在树的最左分枝的端结点上



```
Position FindMin( BinTree BST )
{
    if( !BST ) return NULL; /*空的二叉搜索树，返回NULL*/
    else if( !BST->Left )
        return BST;  /*找到最左叶结点并返回*/
    else
        return FindMin( BST->Left ); /*沿左分支继续查找*/
}
```

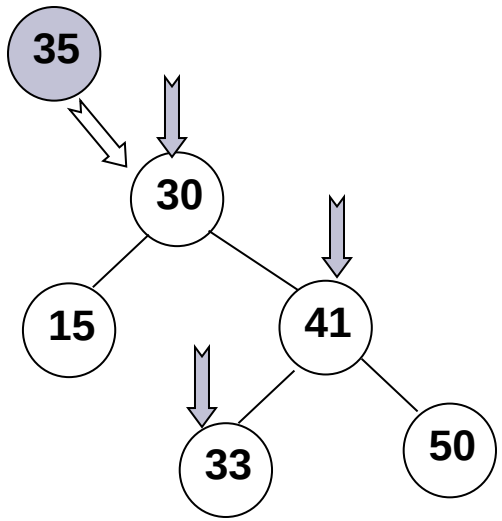
查找最小元素的递归函数

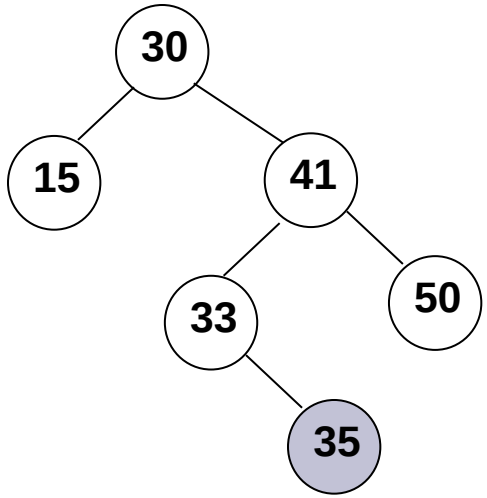
```
Position FindMax( BinTree BST )
{
    if(BST )
        while( BST->Right )  BST = BST->Right;
            /*沿右分支继续查找，直到最右叶结点*/
    return BST;
}
```

查找最大元素的迭代函数

二叉搜索树的插入

〖分析〗关键是要找到元素应该插入的位置，
可以采用与Find类似的方法



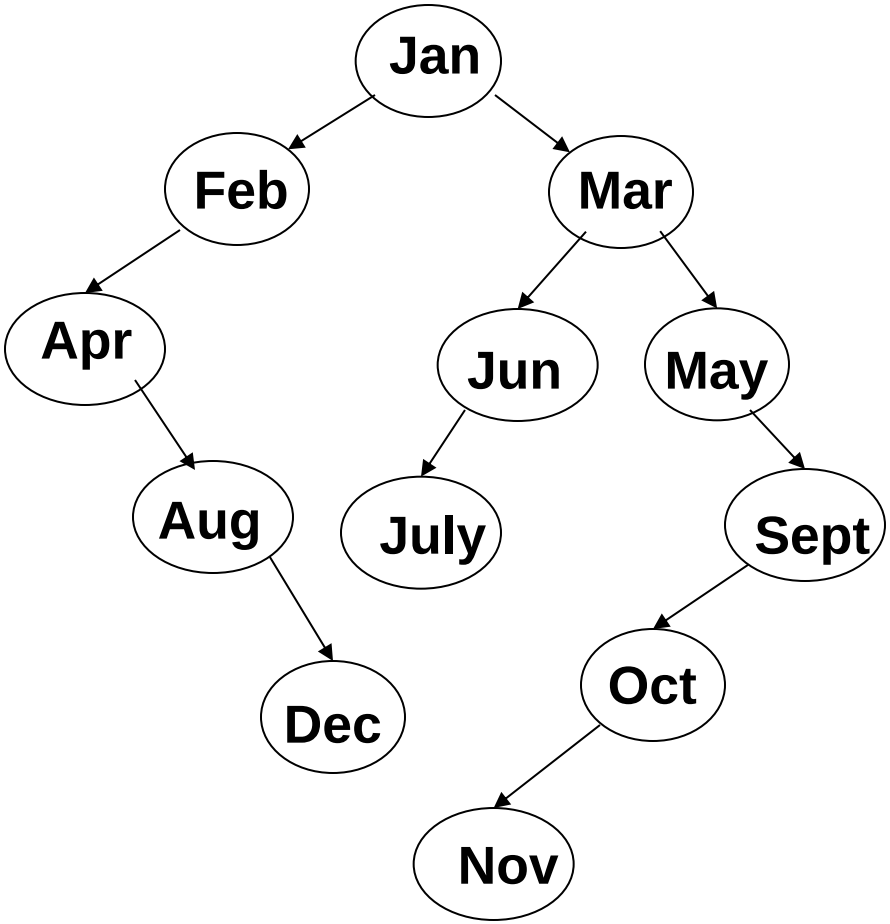


```
BinTree Insert( ElementType X, BinTree BST )
{
    if( !BST ){
            /*若原树为空，生成并返回一个结点的二叉搜索树*/
        BST = malloc(sizeof(struct TreeNode));
        BST->Data = X;
        BST->Left = BST->Right = NULL;
    }else  /*开始找要插入元素的位置*/
        if( X < BST->Data )
            BST->Left = Insert( X, BST->Left);
                        /*递归插入左子树*/
        else  if( X > BST->Data )
            BST->Right = Insert( X, BST->Right);
                        /*递归插入右子树*/
        /* else X已经存在，什么都不做 */
    return BST;
}
```

要有返回值，否则新建的节点就会丢失和根节点的联系

二叉搜索树的插入算法

【例】以一年十二个月的英文缩写为键值，按从一月到十二月顺序输入，即输入序列为（**Jan, Feb, Mar, Apr, May, Jun, July, Aug, Sep, Oct, Nov, Dec**）

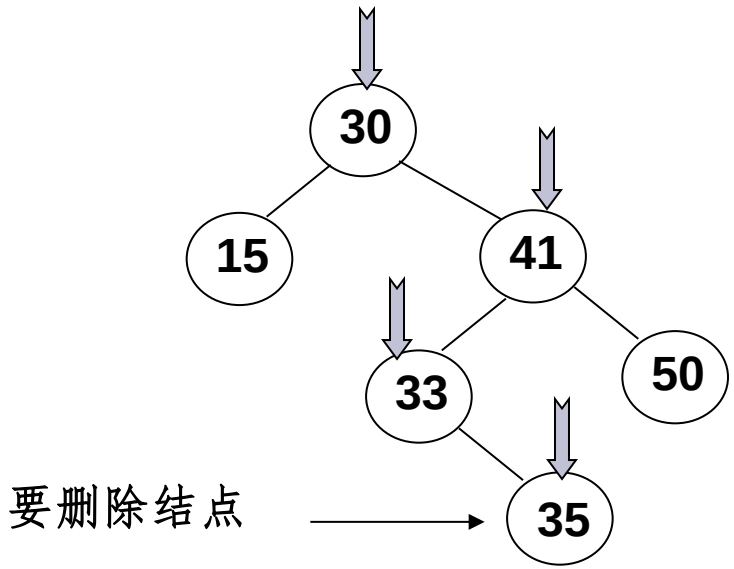


二叉搜索树的删除

- 考虑三种情况：

☞ 要删除的是叶结点：直接删除，并再修改其父结点指针---置为NULL

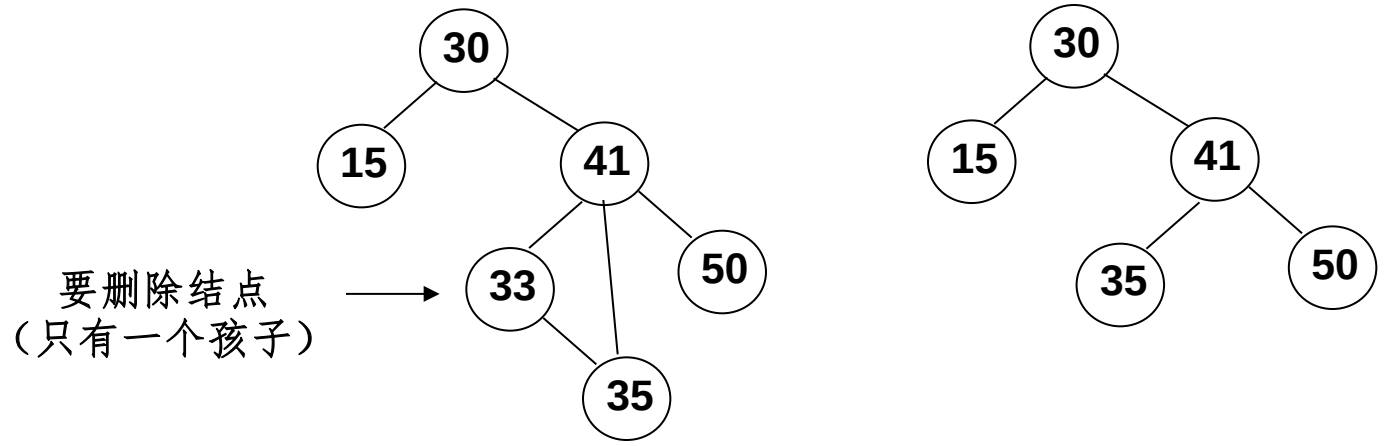
〖例〗：删除 35



☞ 要删除的结点只有一个孩子结点:

将其父结点的指针指向要删除结点的孩子结点

〖例〗：删除 33

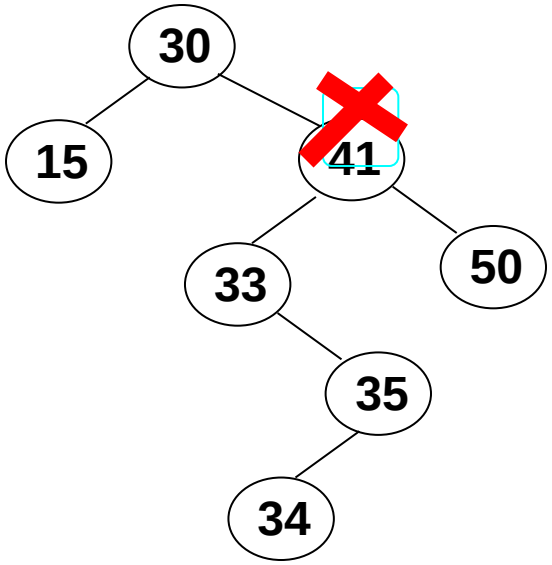


☞ 要删除的结点有左、右两棵子树：

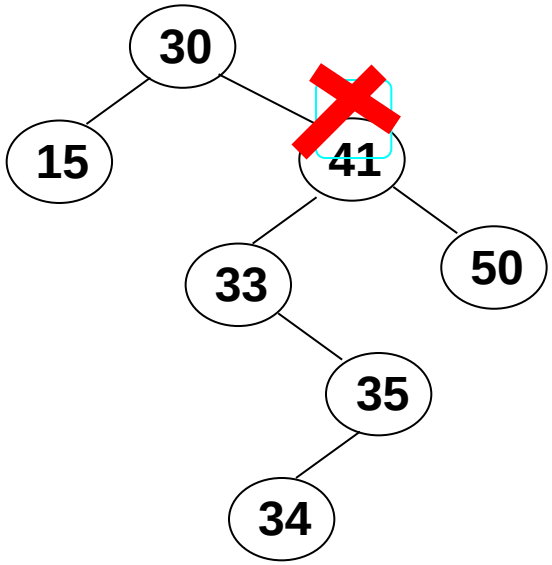
用另一结点替代被删除结点：右子树的最小元素 或者 左子树的最大元素

因为右子树的最小值和左子树的最大值，一定不是有两个儿子的节点，所以问题就转换为了1．复制这个节点到删除的节点。2．要删除的节点有一个子树

〖例〗：删除 41



1、取右子树中的最小元素替代



2、取左子树中的最大元素替代

```
BinTree Delete( ElementType X, BinTree BST )
{   Position Tmp;
    if( !BST ) printf("要删除的元素未找到");
    else if( X < BST->Data )
            BST->Left = Delete( X, BST->Left); /* 左子树递归删除 */
    else if( X > BST->Data )
            BST->Right = Delete( X, BST->Right); /* 右子树递归删除 */
    else /*找到要删除的结点 */
         if( BST->Left && BST->Right ) { /*被删除结点有左右两个子结点 */
             Tmp = FindMin( BST->Right );
                              /*在右子树中找最小的元素填充删除结点*/
             BST->Data = Tmp->Data;                    这里可不可以直接给tmp的地址
             BST->Right = Delete( BST->Data, BST->Right);
                                        /*在删除结点的右子树中删除最小元素*/
         } else { /*被删除结点有一个或无子结点*/
             Tmp = BST;
             if( !BST->Left ) /* 有右孩子或无子结点*/
                  BST = BST->Right;
             else if( !BST->Right ) /*有左孩子或无子结点*/
                  BST = BST->Left;
             free( Tmp );
         }
    return BST;
}
```