

# SYSTÈMES D'INFORMATION DÉCISIONNELS

ANALYSE MULTICRITERE

Département d'informatique

Module: Systèmes d'information décisionnels

Chargé du module: Mokeddem, S

Email: [sidahmed.mokadem@univ-mosta.dz](mailto:sidahmed.mokadem@univ-mosta.dz)



Année universitaire: 2017/2018

# AIDE A LA DECISION

L'art d'aider (assister) les decideurs à prendre de bonnes decisions

- Plusieurs possibilités pour decider
  - Exemple:
    - Quelle specialité de doctorat je dois choisir?
    - Probleme classique: Traveller Salesman Problem
  - Optimisation combinatoire:
    - Trouver les meilleurs solutions
    - Dans un espace de solution fini
    - Sans trouver toute les solutions

# AIDE A LA DÉCISION

L'art d'aider (assister) les decideurs à prendre de bonnes decisions

- Plusieurs possibilités pour decider
  - Exemple:
    - Quelle specialité de doctorat je dois choisir?
    - Probleme classique: Traveller Salesman Problem
  - Optimisation combinatoire:
    - Trouver les meilleurs solutions
    - Dans un espace de solution fini
    - Sans trouver toute les solutions

# AIDE A LA DÉCISION

- Plusieurs décideurs!
- Exemple:



# AIDE A LA DÉCISION

- Mise en commun de la meilleure solution
- Connaitre les préférences de chaque décideur
- Parfois la solution n'existe pas (pas de consensus!)

# AIDE A LA DÉCISION

- Le processus décisionnels est un processus non trivial
  - Plusieurs possibilités pour décider
  - Plusieurs décideurs
  - Plusieurs critères
- Exemple:
  - Est ce que je dois voir un mauvais film avec mon acteur préféré ou bien un bon film sans lui
  - multicriteria decision aiding

# AIDE A LA DÉCISION

- Plusieurs possibilités: optimisation combinatoire
- Plusieurs décideurs: Théorie du choix social
  - Préférence individuelle  $>$  Préférence globale
- Plusieurs critères: Aide à la décision multicritère
  - Préférence sur un critère  $>$  Préférence sur une alternative

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- un **agent décisionnel** se trouve face a un problème de décision : choix d'une alternative, classement de plusieurs alternatives par ordre de préférence, rangement des alternatives dans des catégories prédéfinies...
- les alternatives sont décrites par plusieurs **attributs**.
- un **critère** est un attribut muni d'une relation de préférence.
- les critères ne sont **pas réductibles** a un seul et sont **potentiellement conflictuels**

attribut	VTT	vélo de course
vitesse	20 km/h	35 km/h
robustesse	Très bonne	Moyenne
prix	500e	1000e



# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- un **agent décisionnel** se trouve face a un problème de décision : choix d'une alternative, classement de plusieurs alternatives par ordre de préférence, rangement des alternatives dans des catégories prédéfinies...
- les alternatives sont décrites par plusieurs **attributs**.
- un **critère** est un attribut muni d'une relation de préférence.
- les critères ne sont **pas réductibles** a un seul et sont **potentiellement conflictuels**

attribut	VTT	vélo de course
vitesse	20 km/h	35 km/h
robustesse	Très bonne	Moyenne
prix	500e	1000e

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

## ■ Formalisme des données:

un ensemble  $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_n$  d'alternatives

une représentation des préférences sur chacun des critères  $i \in N$  (fonction d'utilité, relation de préférence  $\succsim_i \dots$ )

une représentation de l'importance des coalitions de critères (coefficients, mesures non additives, relations d'importance)

## ■ Formalisme des traitements :

une règle de décision utilisant les informations sur les critères et sur les coalitions pour discriminer les alternatives possibles

$$\left. \begin{array}{l} x = (x_1, \dots, x_n) \\ y = (y_1, \dots, y_n) \end{array} \right\} \Rightarrow (x \succsim y) \text{ ou } (y \succsim x)$$

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- La dominance de Pareto
- La somme pondérée
- Le vote

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

## ■ La dominance de Pareto

- Une alternative est préférée à une autre si elle est considérée comme meilleure sur **tous** les critères.

$$x \succsim y \iff [\forall i \in N, x_i \succsim_i y_i]$$

critère	Vélo A	Vélo B
vitesse max	20 km/h	35 km/h
robustesse	bonne	très bonne
prix	1000e	500e

critère	Vélo A	Vélo B
vitesse	20 km/h	35 km/h
robustesse	mauvaise	très bonne
prix	999e	1000e

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

## ■ La somme pondérée

	g1	g2	g3	g4	g5	V
a	100	100	100	100	55	91
b	85	85	85	85	100	88
	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	

	g1	g2	V
a	100	0	50
b	0	100	50
c	50	50	50
d	50	50	50
	1/2	1/2	

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

## ■ Vote

- Une alternative est préférée à une autre si elle est considérée comme meilleure sur **une majorité** de critères.

$$x \succsim y \iff |\{i \in N, x_i \succsim_i y_i\}| \geq |\{i \in N, y_i \succsim_i x_i\}|$$

critère	Vélo A	Vélo B
vitesse	35km/h	20km/h
robustesse	bonne	très bonne
prix	1000e	500e

$$\begin{cases} \{i \in N, B_i \succsim_i A_i\} &= \{\text{robustesse, prix}\} \\ \{i \in N, A_i \succsim_i B_i\} &= \{\text{vitesse}\} \end{cases} \Rightarrow B \succ A$$

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

$x$	$c_1$	$c_1$	$c_1$	$c_1$
$a$	9	10	10	11
$b$	8	7	6	19
$c$	12	13	14	1
$d$	3	2	18	17

Calculer les valeurs obtenues par agrégation avec les fonctions  $f$  suivantes :

1. *minimum*
2. *maximum*
3. *Moyenne arithmétique*
4. *Moyenne quadratique*
5. *Moyenne harmonique*

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- la décision multicritère est un problème délicat. On parle d'ailleurs plus volontiers « d'aide multicritère a la décision » pour montrer que la décision finale appartient a l'humain.
- toutes les méthodes ont des avantages et des inconvénients : il n'y a pas une « meilleure » méthode
- les méthodes apparemment naturelles possèdent toutes de fort biais structurels



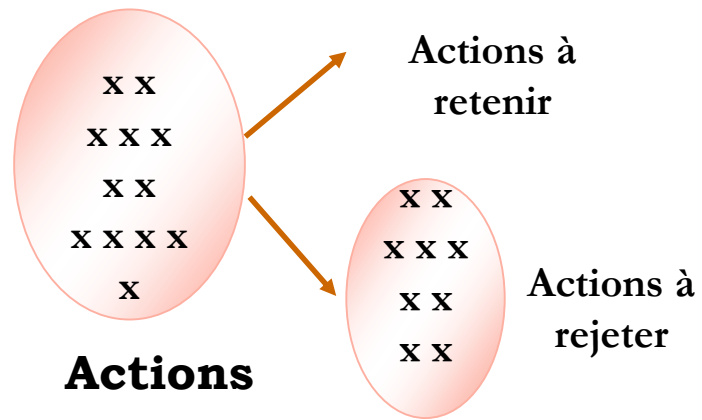
# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- problématique du choix : on doit choisir la ou les meilleures alternatives
- problématique du classement : on doit classer toutes les alternatives de la meilleure à la moins bonne
- problématique du tri : on doit répartir les alternatives dans des catégories préexistantes (ordonnées ou non)

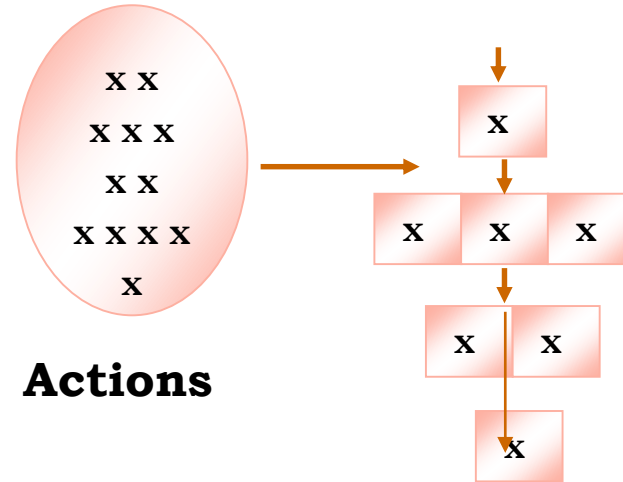
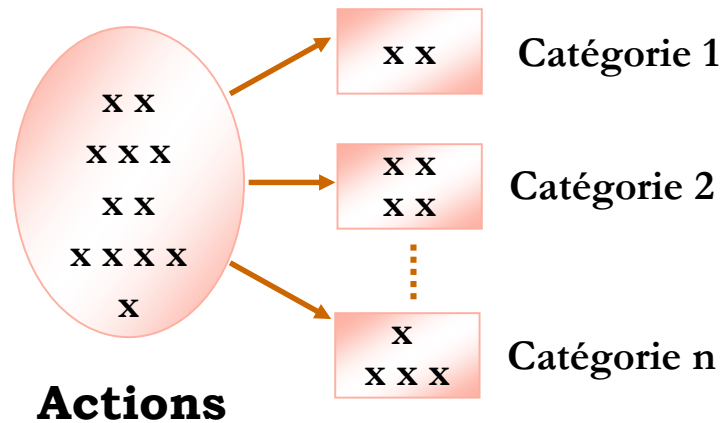
# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- l'approche quantitative « agréger puis comparer » (critère unique de synthèse)
- l'approche qualitative « comparer puis agréger » (surclassement de synthèse)

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE



## Problématique de Choix (Alpha)



## Problématique de Rangement (Gamma)

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

## AMC: Concepts Fondamentaux

### Action

La représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale;

Les actions appartiennent à un ensemble dénoté par  $A$ .

Définition de  $A$ :

En extension :  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$

En compréhension :  $A$  sous-ensemble de  $R^n$ .

Critères	$g_1$	$g_2$	$\dots g_j \dots$	$g_m$
Action $a_0$	1.00	0.68	$\dots g_j(a_0) \dots$	0.92
Action $a_1$	1.00	0.45	$\dots g_j(a_1) \dots$	0.91
Une expression qualitative ou quantitative permettant d'examiner les actions	$\dots$		$\dots \dots \dots$	
Action $a_i$			$\dots g_j(a_i) \dots$	
$\dots$	$\dots$		$\dots \dots \dots$	
Action $a_n$	0.64	0.81	$\dots g_j(a_n) \dots$	0.78

### Critère

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

<div>Critères</div> <div>Actions</div>	Nuisances	Bruit	.. $g_j$ ..	Climat
Action $a_0$	1.00	0.68	.. $g_j(a_0)$ ..	0.92
Action $a_1$	1.00	0.45	.. $g_j(a_1)$ ..	0.91
<div>..</div> <div>Action <math>a_i</math></div> <div>..</div>	<div>..</div> <div>..</div>		<div>.. .. ..</div> <div>.. <math>g_j(a_i)</math> ..</div> <div>.. .. ..</div>	
Action $a_m$	0.64	0.81	.. $g_j(a_m)$ ..	0.78

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

<b>Critères</b>	<b>Échelle</b>	<b>Facteurs associés</b>
Nuisances	[0,1]	Pollutions Atmosphériques, Odeurs.
Bruit	[0,1]	Autoroutes routes, Chemins de fer
Impacts	{0,..,6}	Eaux souterraines, Plan Sectoriel: sites et contraintes naturelles, paysages à protéger, Forêts.
Géotechnique et risques naturels	{0,..,6}	Glissements de terrain.
Équipements	[0,2244]	Distance aux équipements : gaz, électricité, eaux, routes de desserte.
Accessibilité	[0,15]	Durée moyenne des trajets entre le domicile et le lieu de travail
Climat	[0,1]	Ensoleillement, brouillard, température.

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- **Exhaustivité** : il s'agit de ne pas oublier un critère. Le test d'exhaustivité proposé par B. Roy et D. Bouyssou est très simple : quand les conséquences de deux actions sont identiques pour l'ensemble des critères en présence, il doit exister une relation **d'indifférence** entre ces deux actions.
- **Cohérence** : il doit y avoir une cohérence entre les **préférences locales** de chaque critère et les **préférences globales**. I.e: si une action  $a$  est égale à une action  $b$  pour tous les critères sauf un où elle lui est supérieure, ceci signifie que l'action  $a$  est globalement supérieure à l'action  $b$ .
- **Indépendance** : il ne doit pas y avoir une **redondance** entre les critères. Leur nombre doit être tel que la suppression d'un des critères ne permet plus de satisfaire les deux conditions précédentes.

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- Considérons deux actions potentielles  $a$  et  $b$  ainsi que leurs performances respectives sur les  $n$  critères considérés.
- Plus souvent,  **$a$  sera meilleure que  $b$**  pour certains critères, et  **$b$  meilleure que  $a$**  pour d'autres.
- Dans des cas pareils, en comparant  $a$  et  $b$ , sur quelle base pouvons-nous trouver un *jugement compréhensif* ?
  - I.e: prendre en compte, d'une manière compréhensive, les  $n$  performances de  $a$  et les  $n$  performances de  $b$ .
- Ce problème s'appelle habituellement : ***le problème d'agrégation.***



# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- Agrégation complète transitive (approche du critère unique de synthèse évacuant toute incomparabilité)
- Les principales méthodes sont :
  - produit de ratios pondérés ,
  - Goal-Programming,
  - Maut : théorie de l'utilité multi-attribut,
  - Uta : utilités additives, Ahp : analytic hierarchy process,
  - analyse coûts-bénéfices,

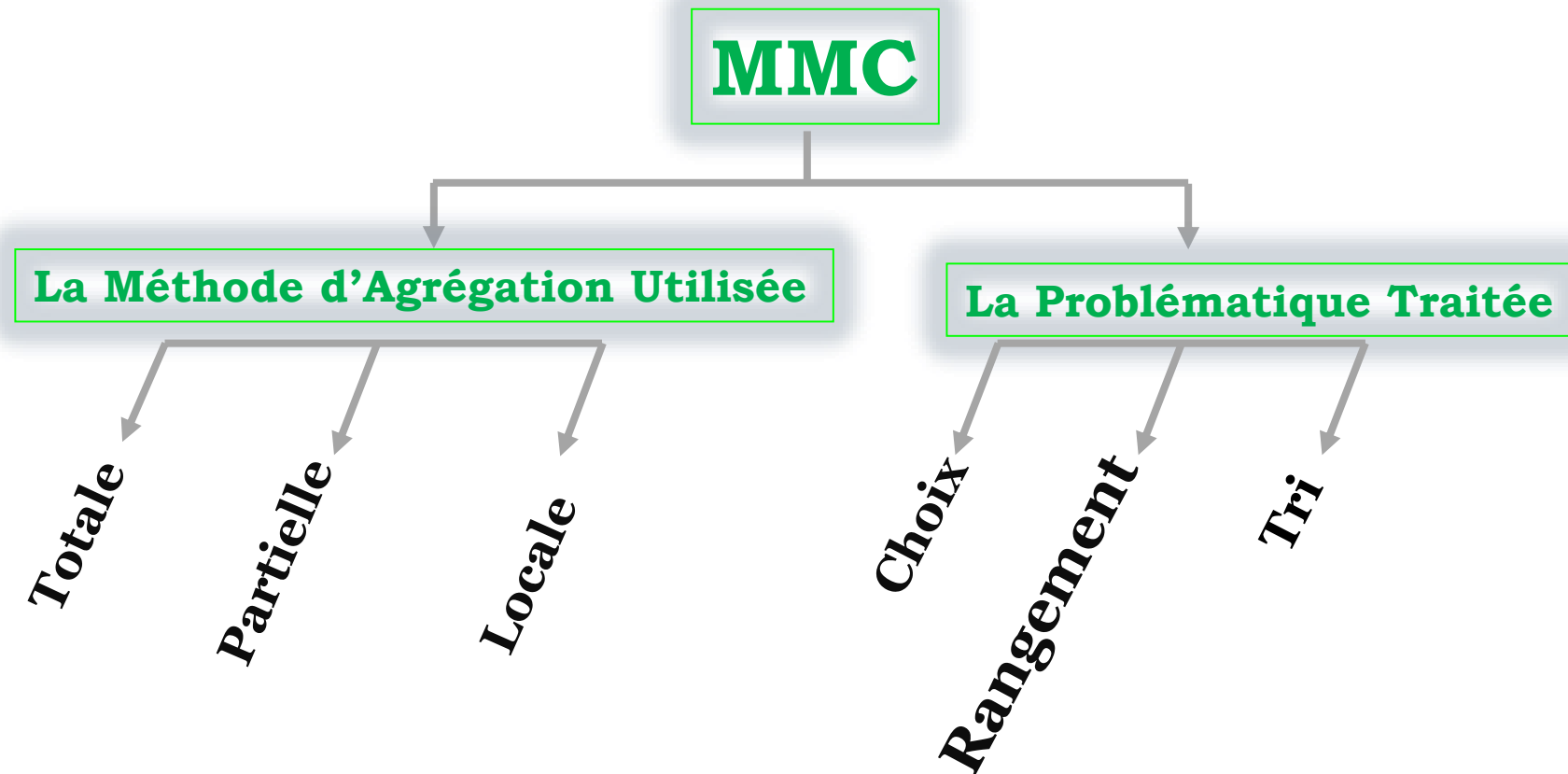
# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- Agrégation partielle (approche du surclassement de synthèse acceptant l'incomparabilité)
- Principales méthodes:
  - Electre,
  - Promethee

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE

- Agrégation locale et itérative (approche du jugement local interactif avec itérations essai-erreur)
- Principales méthodes:
  - Stem (Pop),
  - Uta interactive,
  - Prefalc

# AIDE A LA DÉCISION MULTICRITÈRE



# ELECTRE I

- Les méthodes ELECTRE considèrent les poids comme une mesure de l'importance de chaque critère pour le décideur.
- Ensuite, les poids est utilisée dans le but de construire des indices (ou des coefficients) de **concordance** et **discordance**.

Variable	Symbole	Signification
Action potentielle	$a_i$	La représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale. L'ensemble des actions comprend $n$ actions (de $a_1$ à $a_n$ )
Critère	$c_j$	Une expression qualitative ou quantitative permettant d'examiner les actions L'ensemble des critères comprend $m$ critères (de $c_1$ à $c_m$ )
Performance	$g_j(a_i)$	La performance ou l'évaluation de l'action $a_i$ pour un critère $c_j$ donné
Relation de Surclassement S	$a_i S a_k$	Une action $a_i$ surclasse une action $a_k$ si elle est au moins aussi bonne que $a_k$ relativement à une majorité de critères, sans être trop nettement plus mauvaise que $a_k$ relativement aux autres critères
Poids	$P_j$	Qualifie l'importance relative d'un critère $c_j$ donné vis à vis des autres critères

<b>Seuil de Préférence</b>		$Sp_j$	Il s'agit du seuil à partir duquel la différence entre les deux actions est perceptible et fait préférer l'une à l'autre
<b>Indice de Concordance</b>	<b>de</b>	$c_j(a_i, a_k)$	Qualifie le degré de crédibilité de la relation « $a_i$ surclasse $a_k$ »
<b>Indice de Discordance</b>	<b>de</b>	$d_j(a_i, a_k)$	Indique pour les critères où $a_i \mathbf{P} a_k$ n'est pas vérifié, si le non respect de l'hypothèse de surclassement $a_i \mathbf{S} a_k$ n'est pas trop important

# ELECTRE I

## Construction de la matrice de concordance

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	—	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{15}$
$a_2$	$c_{21}$	—	$c_{23}$	$c_{24}$	$c_{25}$
$a_3$	$c_{31}$	$c_{32}$	—	$c_{34}$	$c_{35}$
$a_4$	$c_{41}$	$c_{42}$	$c_{43}$	—	$c_{45}$
$a_5$	$c_{51}$	$c_{52}$	$c_{53}$	$c_{54}$	—

## Indice de concordance

$$c_{lk} = \frac{\sum_{j: a_l S_j a_k} w_j}{\sum_j w_j}$$



# ELECTRE I

## Construction de la matrice de discordance

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	—	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{14}$	$d_{15}$
$a_2$	$d_{21}$	—	$d_{23}$	$d_{24}$	$d_{25}$
$a_3$	$d_{31}$	$d_{32}$	—	$d_{34}$	$d_{35}$
$a_4$	$d_{41}$	$d_{42}$	$d_{43}$	—	$d_{45}$
$a_5$	$d_{51}$	$d_{52}$	$d_{53}$	$d_{54}$	—

## Indice de discordance

$$d_{lk} = \begin{cases} 0 & \text{si } a_{lj} \geq a_{kj} \forall j \\ \frac{\text{Max}(a_{kj} - a_{lj})}{\delta} & \end{cases}$$

$$\delta = \max (\max(a_{.j}) - \min(a_{.j}))$$

# ELECTRE I

## Construction de la matrice de préférence

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	—	$s_{12}$	$s_{13}$	$s_{14}$	$s_{15}$
$a_2$	$s_{21}$	—	$s_{23}$	$s_{24}$	$s_{25}$
$a_3$	$s_{31}$	$s_{32}$	—	$s_{34}$	$s_{35}$
$a_4$	$s_{41}$	$s_{42}$	$s_{43}$	—	$s_{45}$
$a_5$	$s_{51}$	$s_{52}$	$s_{53}$	$s_{54}$	—

$$s_{lk} = \begin{cases} 1, & \text{si } c_{lk} > p \text{ e } d_{lk} < q \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

# ELECTRE I

## Construction du graphe de préférences

	A	B	C	D	E
A	-	0,9	0,8	1,0	0,4
B	0,3	-	0,7	1,0	0,6
C	0,3	0,3	-	1,0	0,2
D	0,0	0,1	0,0	-	0,0
E	0,6	0,4	0,9	1,0	-

	A	B	C	D	E
A	-	0,3	0,2	0,0	0,7
B	0,8	-	0,4	0,0	0,5
C	0,8	0,8	-	0,0	0,8
D	1,0	1,0	1,0	-	1,0
E	0,4	0,7	0,2	0,0	-

Posant  $p = 1,0$  et  $q = 0,1$ , donner la matrice de préférences (dominance)

# ELECTRE I

## Construction du graphe de préférences

	A	B	C	D	E
A	-	0,9	0,8	1,0	0,4
B	0,3	-	0,7	1,0	0,6
C	0,3	0,3	-	1,0	0,2
D	0,0	0,1	0,0	-	0,0
E	0,6	0,4	0,9	1,0	-

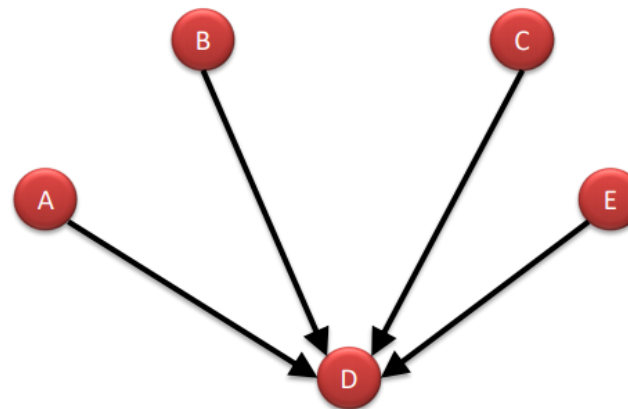
	A	B	C	D	E
A	-	0,3	0,2	0,0	0,7
B	0,8	-	0,4	0,0	0,5
C	0,8	0,8	-	0,0	0,8
D	1,0	1,0	1,0	-	1,0
E	0,4	0,7	0,2	0,0	-

Posant  $p = 1,0$  et  $q = 0,1$ , donner la matrice de préférences (dominance)

# ELECTRE I

## Construction du graphe de préférences

	A	B	C	D	E
A	-	0	0	1	0
B	0	-	0	1	0
C	0	0	-	1	0
D	0	0	0	-	0
E	0	0	0	1	-



- $K = \{A, B, C, E\}$
- $D = \{D\}$

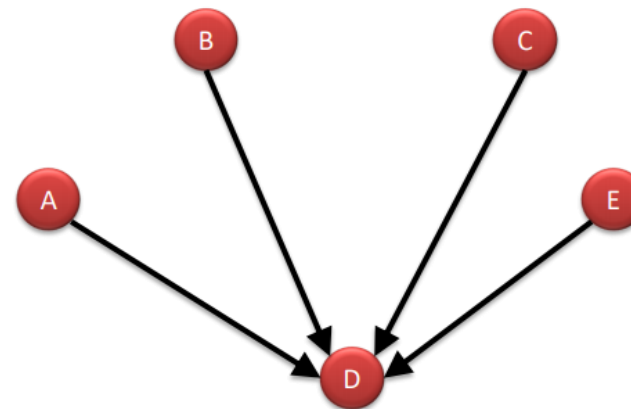
$K$ : Noyau ou Kernel: Ensemble d'alternatives parmi lesquelles il n'y a pas de relation de sur-classement. Ces alternatives sont incomparables ou non dominées.

$D$ : ensemble, dont les alternatives sont surclassées par au moins une alternative dans  $K$ .

# ELECTRE I

## Construction du graphe de préférences

	A	B	C	D	E
A	-	0	0	1	0
B	0	-	0	1	0
C	0	0	-	1	0
D	0	0	0	-	0
E	0	0	0	1	-



- $K = \{A, B, C, E\}$
- $D = \{D\}$

$K$ : Noyau ou Kernel: Ensemble d'alternatives parmi lesquelles il n'y a pas de relation de sur-classement. Ces alternatives sont incomparables ou non dominées.

$D$ : ensemble, dont les alternatives sont surclassées par au moins une alternative dans  $K$ .  
 $p = 0,7$  et  $q = 0,4$ ;

# ELECTRE I

Exercice: Déroulez la méthode Electre 1

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7
a1	1	2	1	5	2	2	4
a2	3	5	3	5	3	3	3
a3	3	5	3	5	3	2	2
a4	1	2	2	5	1	1	1
a5	1	1	3	5	4	1	5
W	0,0780	0,1180	0,1570	0,3140	0,2350	0,0390	0,0590