

LINMA1510 - Automatique linéaire

# Laboratoire 3 - Régulation de la tension aux bornes d'un circuit électrique à l'aide d'un régulateur industriel

GROUPE 62

Antoine Paris    Philippe Verbist

2 mai 2016

## 1 Fonctions de transfert en boucle ouverte

**Minimum de phase** Le système nous est donné :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + bu + dv \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 - a_{22}x_2 \\ y &= 10x_2\end{aligned}$$

On trouve rapidement les fonctions de transfert

$$\begin{aligned}G_A(s) &= \frac{0.08792}{s^2 + 1.161s + 0.09353} = \frac{0.08792}{(s + 1.073)(s + 0.08714)} \\ H_A(s) &= \frac{9.751}{s^2 + 1.161s + 0.09353} = \frac{9.751}{(s + 1.073)(s + 0.08714)}\end{aligned}$$

**Non-minimum de phase** Le système est le même que précédemment, sauf que :

$$y = -10x_1 + 20x_2$$

On trouve rapidement les fonctions de transfert

$$\begin{aligned}G_B(s) &= \frac{-0.9091s + 0.08792}{s^2 + 1.161s + 0.09353} = \frac{-0.90909(s - 0.09671)}{(s + 1.073)(s + 0.08714)} \\ H_B(s) &= \frac{-100.8s + 9.751}{s^2 + 1.161s + 0.09353} = \frac{-100.83(s - 0.09671)}{(s + 1.073)(s + 0.8714)}\end{aligned}$$

Ajouter les fonctions de transfert de Matlab. Attention de bien mettre les valeurs des composants en kilo-ohms et en millifarads comme conseillé.

## 2 Fonctions de transferts en boucle fermée

Idem.

### Minimum de phase

$$T_{v,A} = \frac{H}{1 + CG} = \frac{0.09751s}{s^3 + 1.161s^2 + s(0.09353 + \frac{8.792}{PB}) + \frac{8.792}{PB T_i}}$$

Le dénominateur est du 3<sup>ème</sup> degré. Pour le simplifier, nous allons réaliser un placement de pôle au niveau du pôle le plus lent, à savoir 11.5 s. En outre, pour supprimer un degré de liberté, nous allons tenter d'obtenir un pôle double en  $a$ . Nous voulons donc obtenir un dénominateur de la forme

$$\begin{aligned} D(s) &= (s + 0.087)(s + a)^2 \\ &= s^3 + s^2(2a + 0.087) + s(a^2 + 0.174a) + 0.087a^2 \end{aligned}$$

Il ne reste plus qu'à identifier les coefficients, et on trouve

$$\begin{aligned} a &= 0.537 \\ PB &= 30.5 \\ T_i &= 11.5 \end{aligned}$$

**Non-minimum de phase** Si on calcule directement la fonction de transfert en boucle fermée, on obtient une fonction du 4<sup>ème</sup> ordre, ce qui n'est pas très commode.

Nous allons commencer par calculer la fonction de transfert sans tenir compte du retour unitaire en sortie

$$C \cdot G = \frac{100}{sPB} \left(s + \frac{1}{T_i}\right) \cdot \frac{-0.90909(s - 0.09671)}{(s + 1.073)(s + 0.08714)}$$

Nous allons nous arranger pour simplifier le pôle le plus lent (il ne s'agit pas d'un pôle et d'un zéro instables, on peut donc faire légitimement la simplification), parce que "its action is leading".

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_i} &= 0.08714 \\ T_i &= 11.5 \text{ s} \end{aligned}$$

Calculons maintenant la fonction de transfert en boucle fermée

$$T_{r,B} = \frac{\frac{-91}{PB}(s - 0.09671)}{s^2 + s(1.073 - \frac{91}{PB}) + \frac{8.8}{PB}}$$

En comparant le dénominateur à la forme canonique, on trouve

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{8.8}{PB}} \\ 2\zeta\omega_n &= 1.073 - \frac{91}{PB} \end{aligned}$$

Calculer  $T_{v,B}$ , et remplacer les valeurs  $PB$  et  $T_i$ .

On pose  $\zeta = 1.1$  pour ne pas avoir de dépassement, sans être "borderline". On trouve alors

$$PB = 162. \quad (2.1)$$

La fonction de transfert de perturbation est

$$\begin{aligned} T_{v,B} &= \frac{-100.83s(s - 0.09671)}{s^3 + s^2(1.16014 - \frac{90.909}{PB}) + s(0.0935 + \frac{8.8853}{PB} + -\frac{90.909}{PBT_i}) + \frac{8.79}{PBT_i}} \\ &= \frac{-100.83s(s - 0.09671)}{(s - 1.74)(s - 0.1668)(s + 0.08634)} \quad (\text{Cas 1}) \\ &= \frac{-100.83s(s - 0.09671)}{(s + 0.3573)(s + 0.1582)(s + 0.0835)} \quad (\text{Cas 2}) \end{aligned}$$

Dans le premier cas, un des zéros est du côté positif, il n'est donc pas étonnant que la fonction de transfert soit instable.

### 3 Mesure des temps d'établissement

Les réponses normalisées à la perturbation des deux systèmes sont reprises sur la figure 3.1. Comme attendu, les temps d'établissement sont identiques dans les deux cas

$$t_R = 45 \text{ s.} \quad (3.1)$$

Calculer  $T_{v,B}$ , et remplacer les valeurs  $PB$  et  $T_i$ .

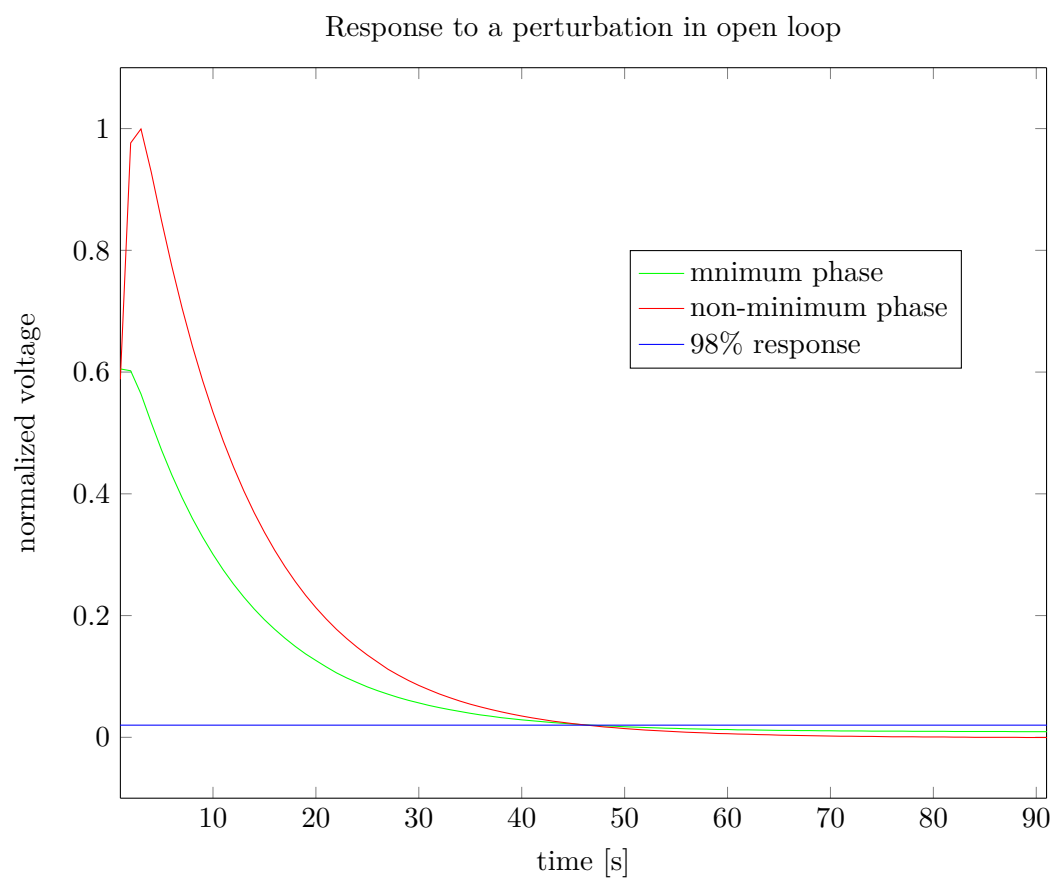


FIGURE 3.1 – Mesure des temps d'établissement.