

LINMA1510 - Automatique linéaire

Laboratoire 2 - Contrôle d'un moteur à courant continu

GROUPE 62

Antoine Paris Philippe Verbist

7 mai 2016

1 Identification du modèle

En boucle ouverte, la fonction de transfert du moteur à courant continu est celle d'un système du premier ordre

$$G(s) = \frac{K}{1 + s\tau} \quad (1.1)$$

où K est le gain statique et τ la constante de temps. On applique ensuite un échelon d'amplitude 6 V en entrée (on passe de 3 V à 9 V). La transformée de Laplace d'un échelon d'amplitude a est donnée par

$$\frac{a}{s} \quad (1.2)$$

et donc la sortie $Y(s)$ est donnée par

$$Y(s) = \frac{K}{1 + s\tau} \cdot \frac{a}{s}. \quad (1.3)$$

Dans le domaine temporel, on a alors pour $t > 0$

$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})a. \quad (1.4)$$

Le résultat de la mesure sur le moteur DC est donné à la figure 1.1. En isolant la partie régime permanent et en prenant la moyenne de la vitesse angulaire sur cette partie, on trouve que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 16.15 \text{ rot s}^{-1}. \quad (1.5)$$

Comme ici l'amplitude de l'échelon est de 6 V et qu'on démarre de 3 V (la vitesse de rotation était alors de $3 \text{ rot s}^{-1} \text{ V}^{-1}$), on obtient

$$K = \frac{16.15 - 3}{6} = 2.19 \text{ rot s}^{-1} \text{ V}^{-1}. \quad (1.6)$$

On trouve également de manière expérimentale par essai/erreur en s'arrangeant pour que la courbe théorique colle le mieux possible à la courbe expérimentale

$$\tau = 0.8 \text{ s.} \quad (1.7)$$

Le modèle obtenu est confronté aux mesures expérimentales à la figure 1.2. On constate que le modèle colle assez bien à la réalité.

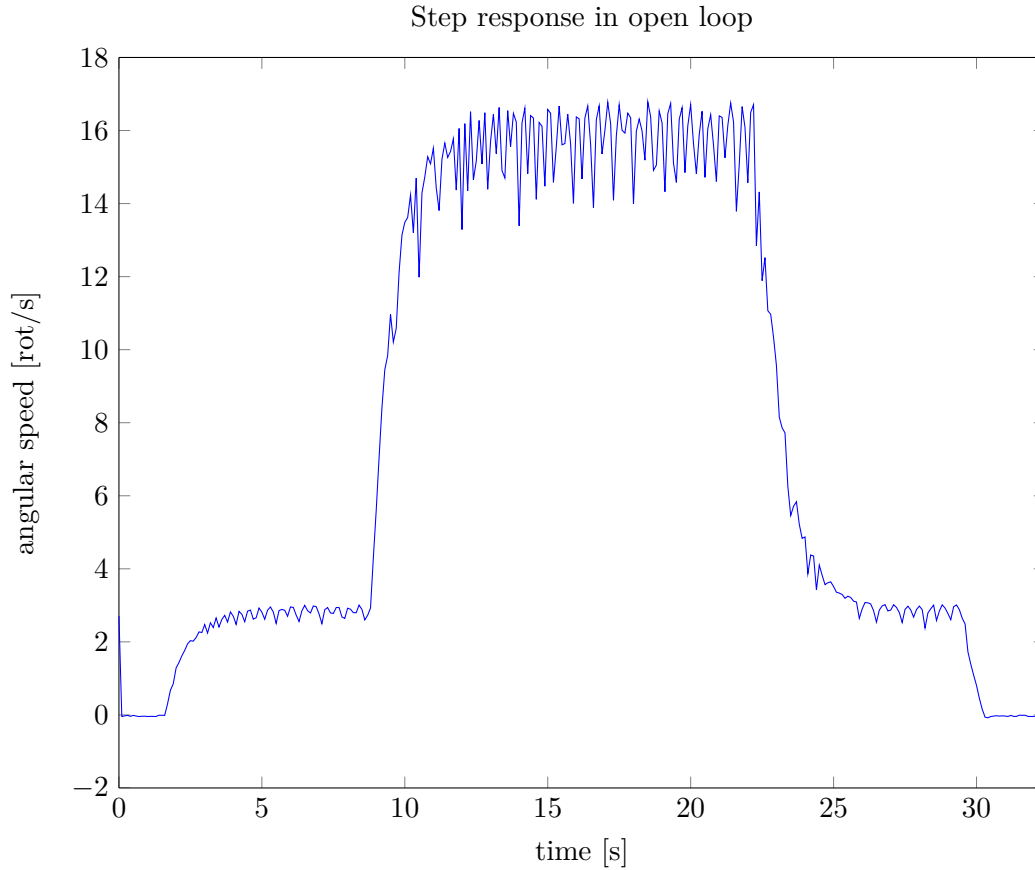


FIGURE 1.1: Réponse indicielle en boucle ouverte.

2 Contrôle de la vitesse angulaire

On s'intéresse maintenant au contrôle de la vitesse angulaire du moteur. Pour ce faire, on utilise un système de contrôle dont le schéma bloc est donné à la figure 2.1.

Dans ces conditions, la fonction de transfert $T_r(s)$ est donnée par

$$T_r(s) = \frac{\frac{K_0 K}{\tau}}{s^2 + \frac{K_1 K + 1}{\tau} s + \frac{K_0 K}{\tau}}. \quad (2.1)$$

Le système de commande en boucle fermée de la vitesse angulaire constitue donc un système du deuxième ordre que l'on peut réexprimer sous une forme canonique

$$T_r(s) = K' \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.2)$$

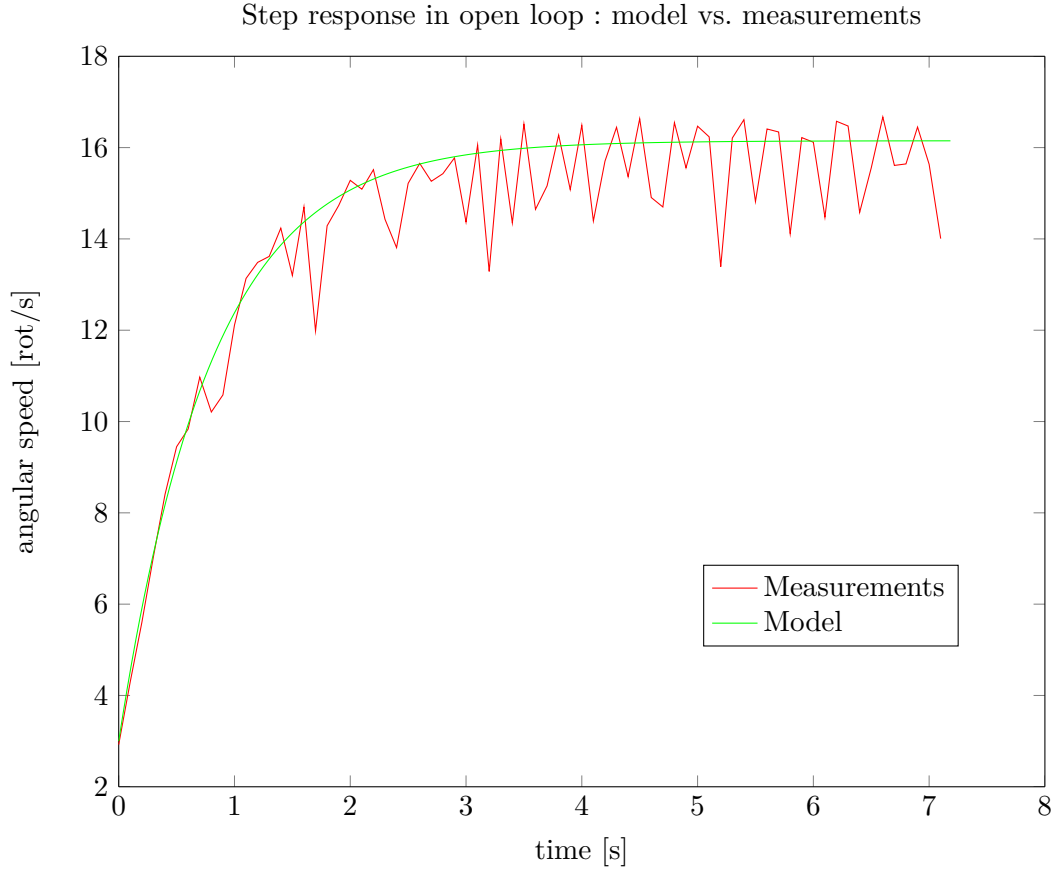


FIGURE 1.2: Confrontations modèles et mesures pour la réponse indicielle en boucle ouverte.

où K' est utilisé pour bien différencier le gain statique du système en boucle fermée du deuxième ordre du gain statique du système en boucle ouverte. On trouve alors

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_0 K}{\tau}} \quad \zeta = \frac{K_1 K + 1}{2\sqrt{K_0 K/\tau}} \quad K' = 1. \quad (2.3)$$

Pour déterminer les paramètres K_0 et K_1 , on a deux spécifications qui nous amène chacune une équation

1. Un overshoot d'environ 2%. Cette spécification a deux conséquences. Premièrement, elle implique que $\zeta < 1$ (sinon pas d'overshoot). Deuxièmement, il faut que

$$D = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.02. \quad (2.4)$$

2. Un temps de réponse légèrement inférieur au temps de réponse en boucle ouverte (i.e. 4τ pour le temps de réponse à 2%)

$$t_R = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \alpha \cdot 4\tau \quad (2.5)$$

où $\alpha < 1$.

Pour $\alpha = 0.9$ et avec les valeurs de K et τ obtenues précédemment, on obtient

$$\zeta = 0.78 \quad K_0 = 1.16 \quad K_1 = 0.81. \quad (2.6)$$

La confrontation du modèle calculé avec les mesures est donnée à la figure 2.2. On peut faire plusieurs observations :

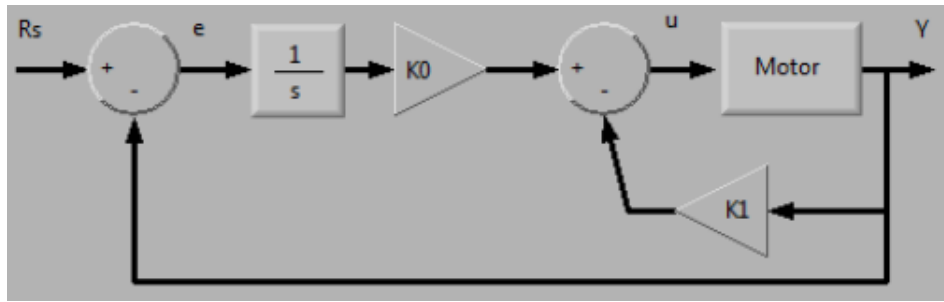
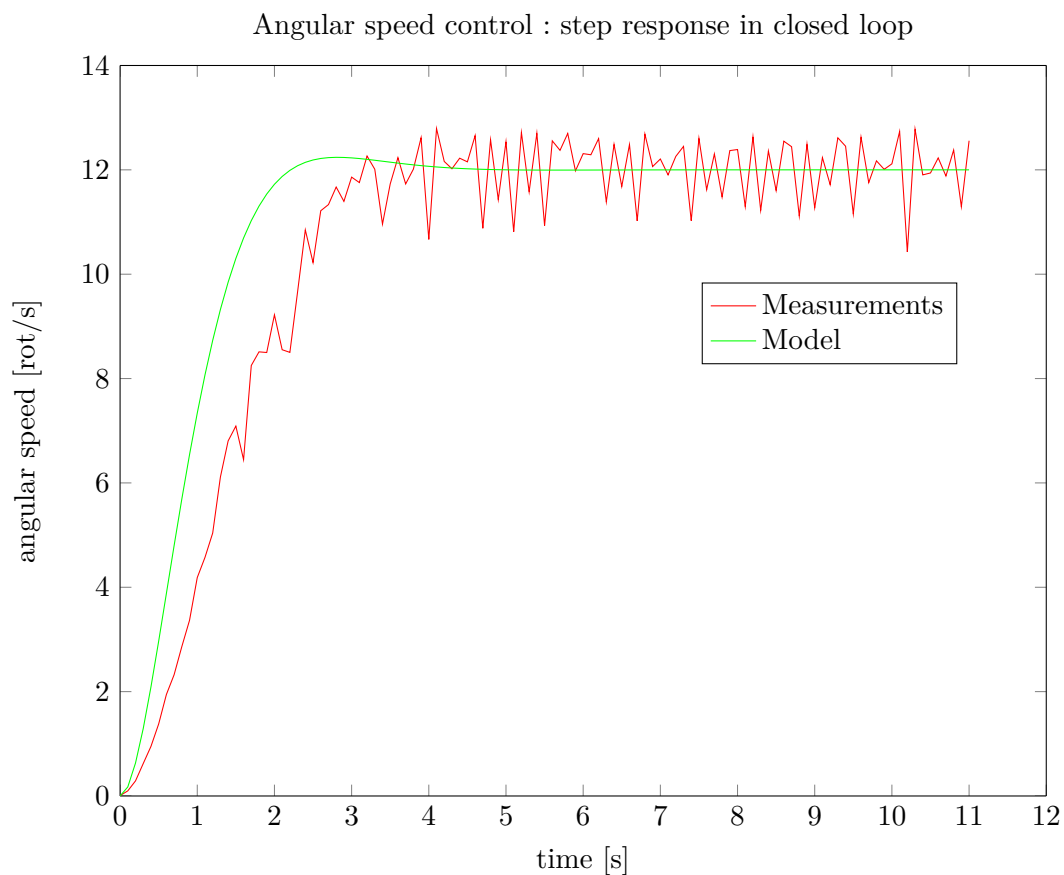


FIGURE 2.1: Schéma blocs du système de contrôle de la vitesse angulaire.

- Le temps de réponse du système réel est un plus grand que le temps de réponse désiré ;
- Il n'y a pas de dépassement.



Expliquer pourquoi on observe ça, voir le rapport avec la non-linéarité.

FIGURE 2.2: Confrontations modèles et mesures pour le contrôle de la vitesse angulaire.

3 Contrôle de la position angulaire

Pour contrôler la position angulaire, on utilise cette fois un schéma de contrôle avec une action intégrale, un retour d'états et un retour de sortie unitaire, comme illustré à la figure 3.1

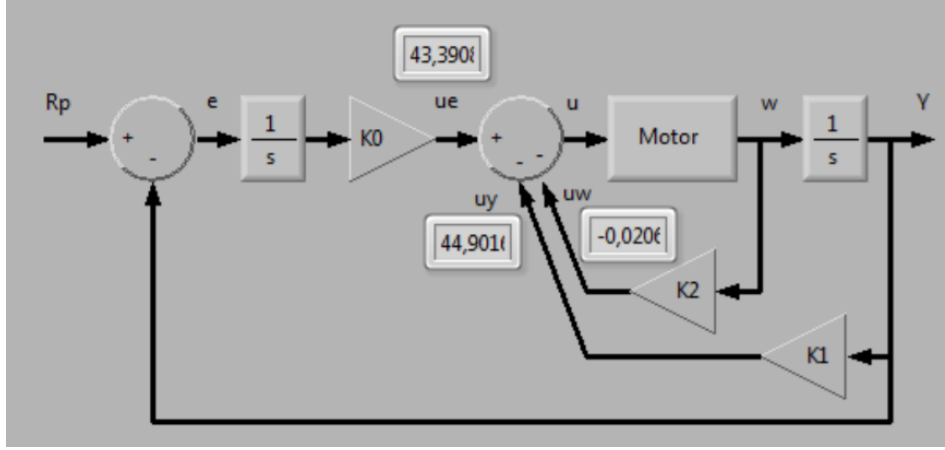


FIGURE 3.1: Schéma blocs du système de contrôle de la position.

Dans ces conditions, la fonction de transfert $T_r(s)$ est donnée par

$$T_r(s) = \frac{\frac{K_0 K}{\tau}}{s^3 + \frac{1+K_2 K}{\tau} s^2 + \frac{K_1 K}{\tau} s + \frac{K_0 K}{\tau}}. \quad (3.1)$$

En plaçant judicieusement les pôles, on peut décomposer ce système en un système du deuxième ordre dominant en série avec un système du premier ordre. Sous forme canonique, le dénominateur peut alors s'écrire

$$D(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + a) \quad (3.2)$$

où l'on pose $a = \alpha\omega_n$. L'équation 3.2 devient, sous forme développée

$$D(s) = s^3 + s^2(\alpha\omega_n + 2\zeta\omega_n) + s(2\alpha\zeta\omega_n^2 + \omega_n^2) + \alpha\omega_n^3. \quad (3.3)$$

En comparant avec le dénominateur de 3.1, on obtient les relations

$$\omega_n(\alpha + 2\zeta) = \frac{1 + K_2 K}{\tau} \quad \omega_n^2(1 + 2\alpha\zeta) = \frac{K_1 K}{\tau} \quad \alpha\omega_n^3 = \frac{K_0 K}{\tau} \quad (3.4)$$

On a cette fois 3 contraintes sur le système

1. $\alpha \geq 10$ pour que le pôle du système du deuxième ordre soit négligeable¹ ;
2. Le système doit avoir un overshoot $D \approx 5\%$. Cela implique que $\zeta < 1$ (sinon pas d'overshoot) et que

$$D = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.05. \quad (3.5)$$

3. Le temps de réponse doit être de 5 s

$$t_R = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 5 \text{ s}. \quad (3.6)$$

En résolvant toutes ces équations, on obtient :

$$\zeta = 0.69 \quad K_0 = 5.69 \quad K_1 = 7.26 \quad K_2 = 4.36. \quad (3.7)$$

La confrontation du modèle calculé avec les mesures est donnée à la figure 3.2. On peut faire plusieurs observations :

1. Imposer cela revient à dire que la constante de temps $\tau \propto \frac{1}{\alpha}$ du système du premier ordre est au moins d'un ordre de grandeur plus faible que le temps de réponse du système du deuxième ordre. Comme c'est évidemment le système plus lent qui caractérise le système global, on peut alors considérer le système global comme étant approximativement égal au système du deuxième ordre.

- Le temps de réponse du système réel est plus grand que le temps de réponse désiré ;
- Il n'y a pas de dépassement.
- comme le système théorique correspond aux spécifications, il s'agit de l'effet d'une non-idéalité du système (voir chapitre suivant).

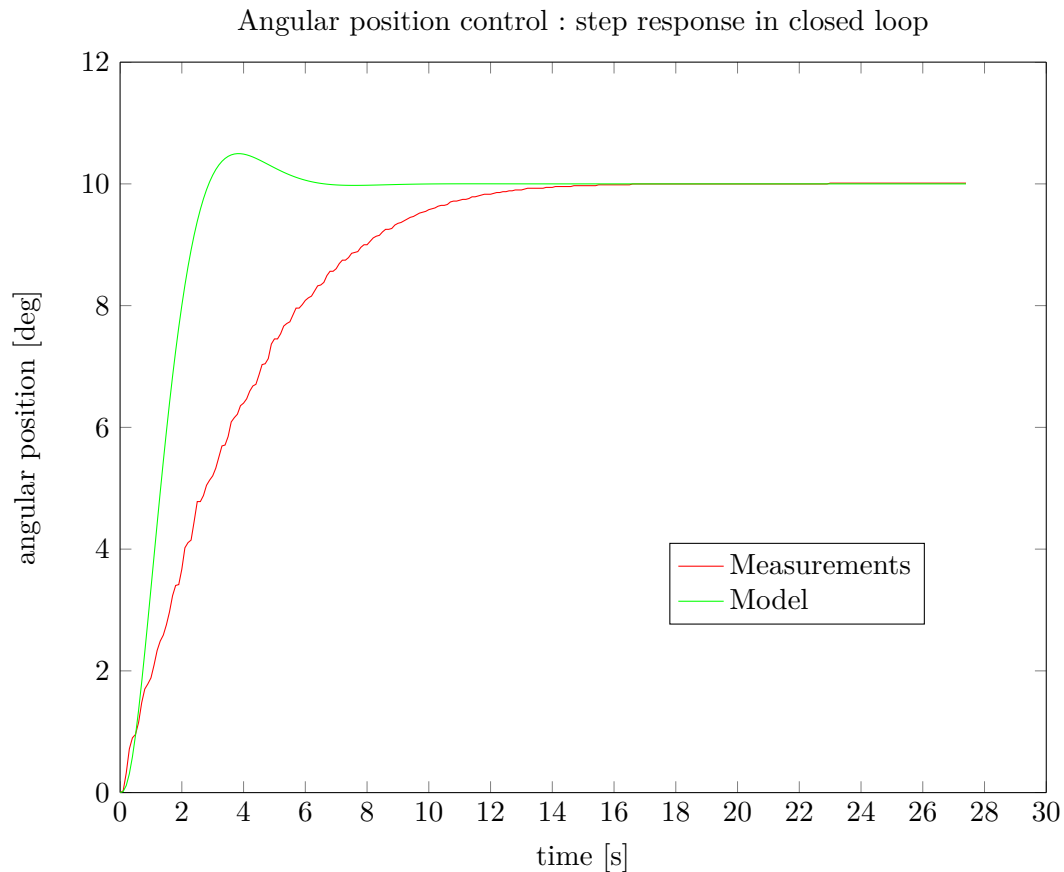


FIGURE 3.2: Confrontations modèles et mesures pour le contrôle de la position angulaire.

Compléter l'explication.

4 Réponse à quelques questions

4.1 Non-linéarités du système

- la réponse du moteur à une tension n'est pas linéaire. Par exemple, il ne tourne pas lorsque le duty cycle se trouve entre $[0,12]$ %.
- sur le même graphique, on voit le retard du système (qui n'est pas pris en compte par le modèle. (voir figure 4.1).

4.2 Amélioration du système

A faire

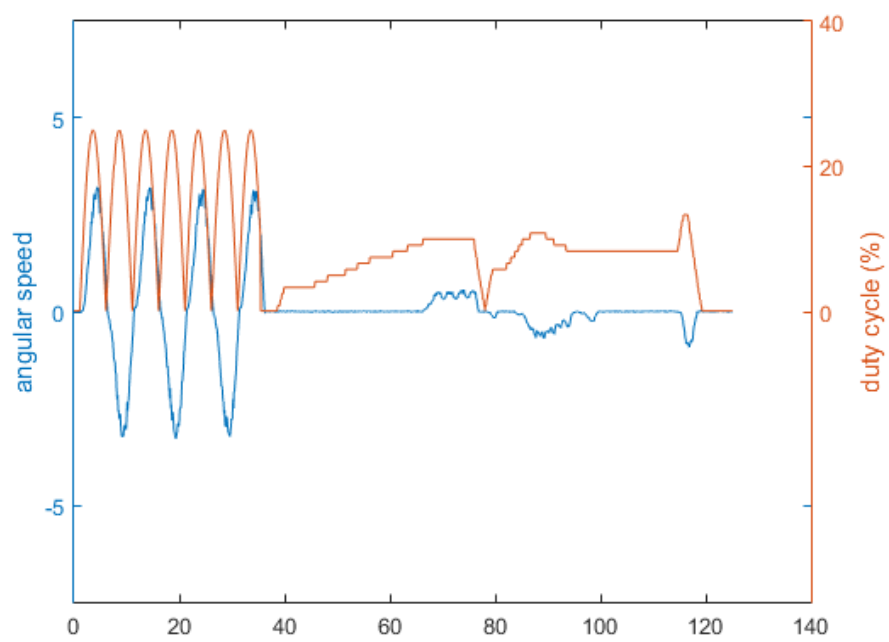


FIGURE 4.1: Application d'un sinus et d'une tension constante (duty cycles faibles).