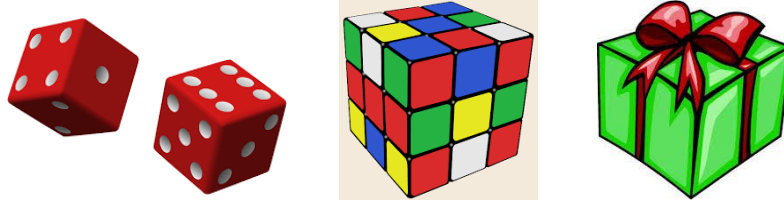


KEGIATAN BELAJAR 1

A. Kubus

Perhatikan gambar dadu, rubik, kado berikut ini? Berbentuk apakah benda-benda itu?



Pastinya berbentuk kubus. Lalu apa yang dimaksud dengan kubus?

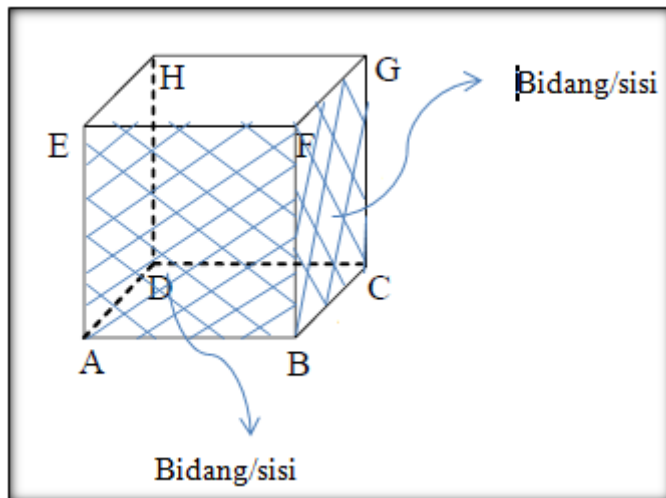
1. Pengertian Kubus

Perhatikan Gambar 2 secara seksama. Gambar tersebut menunjukkan sebuah bangun ruang yang semua sisinya berbentuk persegi dan semua rusuknya sama panjang. Bangun ruang seperti itu dinamakan kubus. Gambar 2 menunjukkan sebuah kubus ABCD.EFGH jadi dapat dikatakan bahwa kubus adalah bangun yang memiliki 6 sisi berbentuk persegi yang kongruen.

2. Unsur-unsur Kubus

a. Bidang atau Sisi

Bidang adalah daerah yang membatasi bagian luar dengan bagian dalam dari suatu bangun ruang. Perhatikan gambar 3 di bawah ini.



Kubus pada gambar diberi nama kubus ABCD.EFGH. bidang pada kubus ABCD.EFGH adalah bidang ABCD sebagai alas, bidang EFGH atas/tutup, bidang ADHE sebagai bidang kiri, bidang BCGF sebagai bidang kanan, bidang ABFE sebagai bidang depan, dan DCGH sebagai bidang belakang. Jadi dapat disimpulkan bahwa kubus mempunyai 6 bidang yang semuanya berbentuk persegi.

b. Rusuk

Rusuk kubus adalah garis potong antara dua sisi bidang kubus dan terlihat seperti kerangka yang menyusun kubus. Rusuk kubus ABCD.EFGH yaitu AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG dan DH.

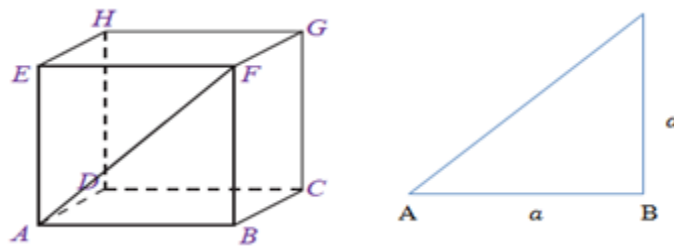
c. Titik sudut

Titik sudut kubus adalah titik potong antara dua rusuk. Kubus ABCD.EFGH memiliki 8 titik sudut, yaitu titik A, B, C, D, E, F, G, DAN H.

d. Diagonal bidang

Jika titik E dan titik G dihubungkan, maka akan diperoleh garis EG. Begitupun jika titik A dan titik H dihubungkan akan diperoleh garis AH. Garis seperti EG dan AH inilah yang dinamakan diagonal bidang.

Dalam kubus, akan ditemukan 24 buah diagonal bidang.



Gambar 5

Pada gambar diatas, garis AF merupakan diagonal bidang dari kubus ABCD.EFGH. Garis AF terletak pada bidang ABFE dan membagi bidang tersebut menjadi dua buah segitiga siku-siku yaitu segitiga ABE dengan siku-siku di B, dan segitiga AEF dengan siku-siku di E. Perhatikan segitiga ABE pada gambar dengan AF sebagai diagonal bidang. Berdasarkan teorema Phytagoras, maka $AF^2 = AB^2 + BF^2$.

Misalkan panjang sisi kubus/rusuk adalah a, maka:

$$AF^2 = AB^2 + BF^2$$

$$AF^2 = a^2 + a^2$$

$$AF^2 = 2a^2$$

$$AF = \sqrt{2a^2}$$

$$AF = a\sqrt{2}$$

Semua bidang kubus berentuk persegi, maka panjang diagonal bidang dari setiap bidang pada kubus nilainya sama. Sehingga jika a panjang rusuk sebuah kubus, panjang diagonal bidang kubus $a\sqrt{2}$.

e. Diagonal Ruang

Perhatikan gambar 6! Jika titik E dan titik C dihubungkan kita akan memperoleh ggris EC, garis EC inilah yang dinamakan dengan diagonal ruang. Pada bidang ABCD, terdapat diagonal bidang BD dengan panjang diagonal bidang adalah $a\sqrt{2}$. Dengan teorema phytagoras, dapat ditentukan pula panjang diagonal ruang misalkan yang akan dicari adalah diagonal ruang BH. Panjang rusuk adalah a dan bidang diagonal adalah $a\sqrt{2}$.

Panjang diagonal ruang BH adalah:

$$BH^2 = DB^2 + DH^2$$

$$BH^2 = a\sqrt{2}^2 + a^2$$

$$BH^2 = 2a^2 + a^2$$

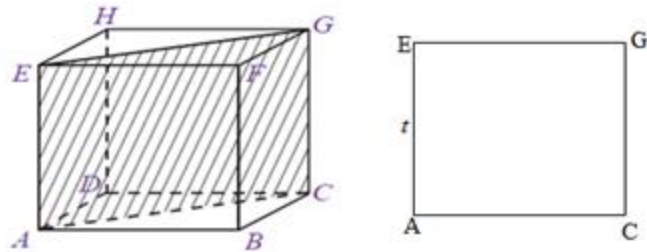
$$BH^2 = 3a^2$$

$$BH = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

Karena semua bidang dalam kubus berbentuk persegi, maka panjang diagonal ruang setiap bidang kubus nilainya sama. Sehingga apabila a merupakan panjang rusuk kubus, dengan $a\sqrt{2}$ panjang diagonal bidang maka panjang diagonal ruang kubus $a\sqrt{3}$.

f. Bidang diagonal

Perhatikan kubus ABCD.EFGH di bawah ini! Pada gambar tersebut, terlihat dua buah diagonal bidang pada kubus ABCD.EFGH yaitu AC dan EG. Diagonal bidang AC dan EG beserta dua rusuk kubus yang sejajar, yaitu AE dan CG membentuk suatu bidang di dalam ruang kubus bidang ACGE pada kubus ABCD. Bidang ACGE disebut sebagai bidang diagonal. Bidang diagonal adalah daerah yang dibatasi oleh dua buah diagonal bidang dan dua buah rusuk yang saling berhadapan dan sejajar yang membagi bangun ruang kubus menjadi dua bagian.



Gambar 7

Bidang diagonal ACGE berbentuk persegi, dengan panjang $AC = a\sqrt{2}$ (sebagai diagonal bidang) dan $AE = t$.

Sehingga diperoleh:

$$L_{ACGE} = AC \times AE$$

$$= a\sqrt{2} \times t$$

$$= t \cdot a\sqrt{2}$$

3. Sifat-sifat Kubus

- Kubus memiliki 6 sisi (bidang) berbentuk persegi yang saling kongruen. Sisi (bidang) tersebut adalah bidang ABCD, ABFE, ECGF, CDHG, ADHE, dan AFGH.
- Kubus memiliki 12 buah rusuk yang sama panjang, yaitu AB, BF, FE, AE, BC, AD, DC, HG, CG, DH, FG dan EH. Rusuk-rusuk AB, BC, CD, dan AD disebut rusuk alas, sedangkan rusuk AE, BF, CG, dan DH disebut rusuk tegak. Rusuk-rusuk yang sejajar diantaranya $AB//DC//EF//HG$, $AD//BC//EH//FG$ dan $AE//BF//CG//DH$.

Rusuk-rusuk yang saling berpotongan diantaranya AB dengan AE, BC dengan CG, dan EH dengan HD. Rusuk-rusuk yang saling bersilangan diantaranya AB dengan CG, AD dengan BF, dan BC dengan DH.

- c. Memiliki 8 titik sudut, yaitu A,B,C,D,E,F,G,H
- d. Memiliki 12 diagonal bidang yang sama panjang, diantaranya adalah AC, BD, AF, BE, BG, CF, AH, DE, DG, CH, EG, dan FH
- e. Memiliki 4 diagonal ruang yang sama panjang dan berpotongan di satu titik, yaitu AG, BH, CE dan DF
- f. Memiliki 6 bidang diagonal persegi panjang yang saling kongruen, diantaranya bidang ACGE, BGHA, AFGD, BEHC, ABGH, dan DCGH.

B. Balok

Banyak sekali benda-benda di sekitarmu yang memiliki bentuk seperti balok.



Mengapa benda-benda tersebut dikatakan berbentuk balok? Untuk menjawabnya cobalah perhatikan dan pelajari uraian berikut!

1. Pengertian Balok

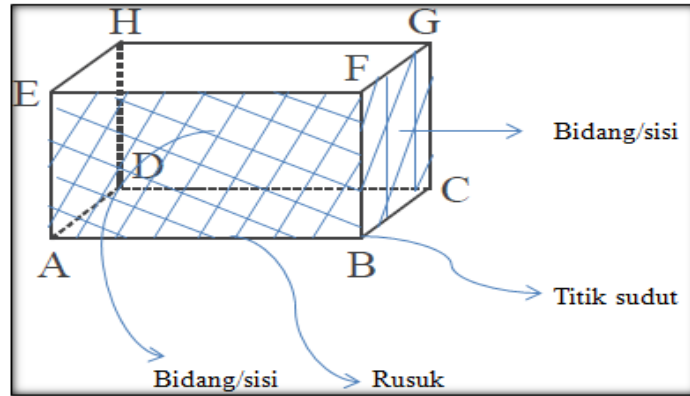
Gambar di samping menunjukkan bangun ruang yang memiliki tiga pasang sisi berhadapan yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama, dimana setiap sisinya berbentuk persegi panjang. Bangun ruang seperti itu dinamakan balok.

2. Unsur-unsur Balok

a. Bidang

Bidang adalah daerah yang membatasi bagian luar dengan bagian dalam dari balok. Bidang-bidang pada balok ABCD.EFGH adalah bidang ABCD sebagai alas, bidang EFGH sebagai bidang atas/tutup, bidang ADHE sebagai bidang kiri, bidang BCGF sebagai bidang kanan, bidang ABFE sebagai bidang depan, dan bidang DCGH sebagai bidang belakang.

b. Rusuk



Gambar 12

Pada Gambar 12 tersebut ditunjukkan bahwa CG merupakan rusuk. Rusuk balok adalah garis potong antara dua sisi/bidang balok dan terlihat seperti kerangka yang menyusun balok. Coba perhatikan pada gambar balok ABCD.EFGH memiliki 12 buah rusuk, yaitu AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, dan DH.

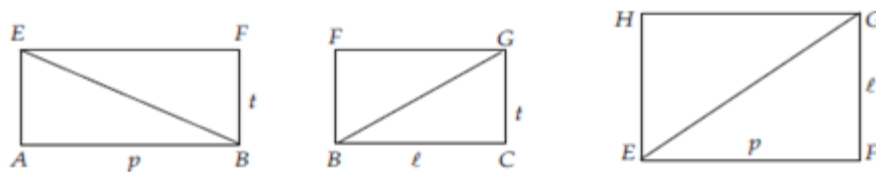
c. Titik Sudut

Perhatikan kembali gambar 12. Pada Gambar tersebut ditunjukkan bahwa titik sudut balok ABCD.EFGH yaitu titik A, B, C, D, E, F, G, dan H.

d. Diagonal Bidang

Diagonal bidang adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang saling berhadapan dalam satu bidang. Dari gambar 12 dapat diketahui bahwa panjang balok adalah AB, DC, EF, dan HG; lebar balok adalah AD, BC, EH dan FG dan tinggi balok adalah AE, BF, CG dan DH.

Jika gambar tersebut digambar secara terpisah, maka akan menjadi sebuah persegi panjang seperti gambar dibawah ini.



Gambar 15

Dari gambar diatas, diperoleh:

1. Gambar pertama

Garis AF merupakan diagonal bidang dari balok ABCD.EFGH. Garis AB terletak pada bidang ABFE dan membagi bidang tersebut menjadi dua buah segitiga siku-siku yaitu segitiga EAB dengan siku-siku di A, dan segitiga BFE dengan siku-siku di F. Perhatikan segitiga EAB pada gambar dengan BE sebagai diagonal bidang. Panjang rusuk balok adalah p tinggi t maka diperoleh:

$$BE^2 = AB^2 + AE^2$$

$$BE^2 = p^2 + t^2$$

$$BE = \sqrt{p^2 + t^2}$$

Pada balok sisi yang saling berhadapan memiliki ukuran yang sama, sehingga diperoleh diagonal bidang $AF = BE = CH = DG = \sqrt{p^2 + t^2}$.

2. Gambar kedua

Garis BG merupakan diagonal bidang dari balok ABCD.EFGH. garis BG terletak pada bidang BCGE dan membagi bidang tersebut menjadi dua buah segitiga siku-siku yaitu segitiga BCG dengan siku-siku di C, dan segitiga BFG dengan siku-siku di F. Perhatikan segitiga BCG pada gambar dengan BG sebagai diagonal bidang. Berdasarkan teorema Pythagoras, maka $BG^2 = BC^2 + CG^2$

Lebar sisi/rusuk balok adalah l dengan tinggi t maka diperoleh:

$$BG^2 = BC^2 + CG^2$$

$$BG^2 = l^2 + t^2$$

$$BG = \sqrt{l^2 + t^2}$$

Pada balok, sisi yang saling berhadapan memiliki ukuran yang sama, sehingga diperoleh diagonal bidang $BG = CF = AH = DE = \sqrt{l^2 + t^2}$.

3. Gambar ke tiga:

Garis EG merupakan diagonal bidang dari balok ABCD.EFGH. Garis BG terletak pada bidang EFGH dan membagi bidang tersebut menjadi dua buah segitiga siku-siku yaitu segitiga EFG dengan siku-siku di F, dan segitiga EHG dengan siku-siku di H. Perhatikan segitiga EFG pada gambar dengan EG sebagai diagonal bidang. Berdasarkan teorema Pythagoras, maka $EG^2 = EF^2 + FG^2$

Panjang sisi/rusuk balok adalah p dengan lebar l maka diperoleh:

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

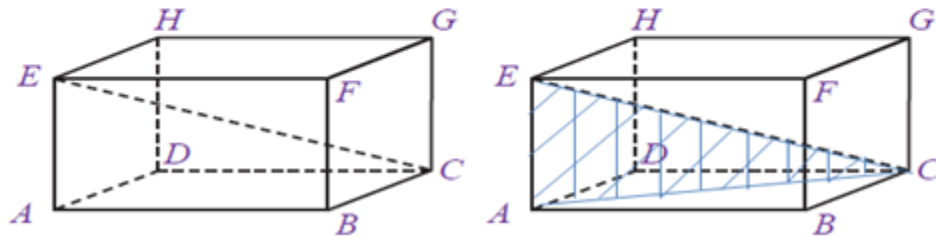
$$EG^2 = p^2 + l^2$$

$$EG = \sqrt{p^2 + l^2}$$

Pada balok, sisi yang saling berhadapan memiliki ukuran yang sama, sehingga diperoleh diagonal bidang $EG = FH = AC = BD = \sqrt{p^2 + l^2}$.

e. Diagonal Ruang

Pada gambar dibawah ini, jika titik E dan titik C dihubungkan kita akan memperoleh garis EC, begitu juga jika titik H dan titik B kita hubungkan akan diperoleh garis HB. Garis seperti EC dan HB inilah yang dinamakan dengan diagonal ruang. Jadi, diagonal ruang pada balok adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang saling berhadapan tak sebidang pada bangun balok.



Gambar 16

Pada bidang ABCD, terdapat diagonal bidang AC dengan panjang diagonal bidang adalah $\sqrt{p^2 + l^2}$.

Misalkan yang akan dicari adalah diagonal ruang EC.

Bidang diagonal AC adalah $\sqrt{p^2 + l^2}$.

Panjang diagonal ruang EC adalah:

$$EC^2 = AC^2 + AE^2$$

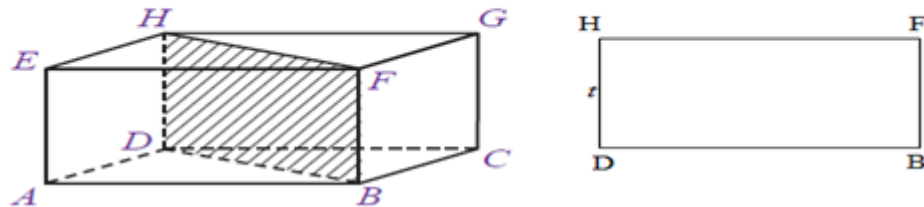
$$EC^2 = p^2 + l^2 + t^2$$

$$EC = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$$

Diagonal bidang pada balok tidak sama panjang, akan tetapi diagonal ruang pada balok sama panjang. Sehingga dapat disimpulkan bahwa panjang diagonal ruang ada balok adalah $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$

f. Bidang Diagonal

Pada kubus ABCD.EFGH terdapat dua buah diagonal bidang yaitu DB dan HF. Diagonal bidang DB dan HF beserta dua rusuk balok yang sejajar, yaitu DH dan BF membentuk suatu bidang di dalam ruang pada balok ABCD.EFGH. Bidang DBFH disebut sebagai bidang diagonal. Bidang diagonal adalah daerah yang dibatasi oleh dua buah diagonal bidang dan dua buah rusuk yang saling berhadapan, dan sejajar yang membagi bangun ruang menjadi dua bagian.



Gambar 17

Bidang DBFH berbentuk persegi panjang, dengan panjang $DB = \sqrt{p^2 + l^2}$ (sebagai diagonal ruang) dan $DH = t$. Sehingga:

$$\begin{aligned} L_{DBFH} &= DB \times DH \\ &= \sqrt{p^2 + l^2} \times t \\ &= t\sqrt{p^2 + l^2} \end{aligned}$$

3. Sifat-sifat balok

- Memiliki 6 sisi berbentuk persegi panjang yang tiap pasangannya kongruen. Balok memiliki 3 pasang bidang persegi panjang yang kongruen, yaitu $ABFE = DCGH$, $ADHE = BCGF$, dan $ABCD = EFGH$.
- Memiliki 12 rusuk, dengan kelompok rusuk yang sama panjang.
Rusuk $AB = DC = EF = HG$
Rusuk $AE = DH = BF = CG$
Rusuk $AD = BC = EH = FG$
- Memiliki 8 titik sudut, yaitu titik A, B, C, D, E, F, G, dan H.
- Memiliki 12 diagonal bidang, diantaranya AC, BD, BG, dan CF
- Memiliki 4 diagonal ruang yang sama panjang dan berpotongan di satu titik, yaitu AG, BH, CE, dan DF
- Memiliki 6 bidang diagonal persegi panjang dan tiap pasangannya saling kongruen, diantaranya bidang ACGE, BGHA, AFGD dan BEHC.

MENENTUKAN LUAS PERMUKAAN KUBUS DAN BALOK

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah dua kardus atau kotak kue yang berbentuk kubus dan balok, kemudian amatilah.



Sumber: matematohir.wordpress.com

(a)



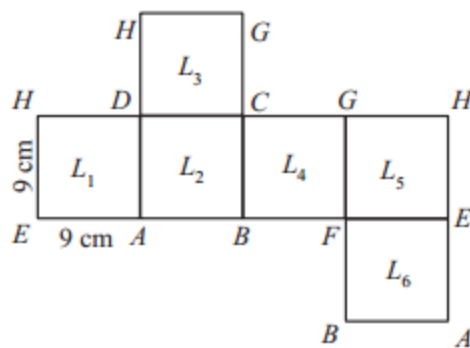
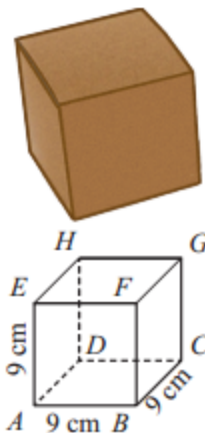
Sumber: matematohir.wordpress.com

(b)

Lalu gambarlah atau irislah kedua bangun tersebut pada beberapa rusuknya sehingga membentuk jarring-jaring kubus dan balok. Bandingkan kedua jarring-jaring tersebut, kemudian ukurlah luasnya.

Alternatif penyelesaian masalah :

Perhatikan kembali gambar kotak kue berikut:



Pada gambar diatas, didapat sebagai berikut :

$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6$ Sehingga luas permukaan kotak kue adalah $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$ Atau

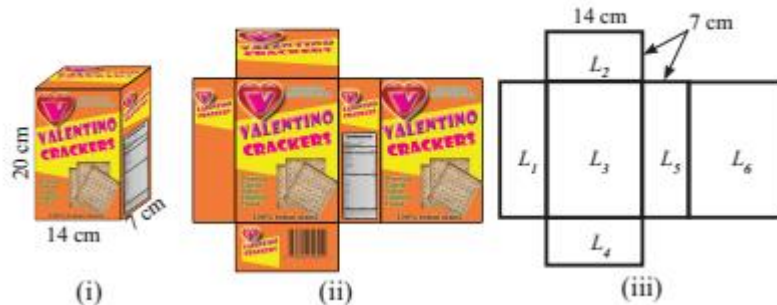
$$= 6 \times L_1$$

$$= 6 \times (9 \times 9)$$

$$= 6 \times (81)$$

$= 468$; Jadi, luas seluruh permukaan kotak kue adalah 468 cm^2 .

Perhatikan gambar kotak kue berikut.



Di atas merupakan gambar kotak kue yang digunting pada tiga buah rusuk alas dan atasnya serta satu buah rusuk tegaknya, yang direbahkan pada bidang datar sehingga membentuk jaring-jaring kotak kue.

Pada gambar diatas didapatkan :

$L_1 = L_5$, $L_2 = L_4$, $L_3 = L_6$ Sehingga luas seluruh permukaan kotak kue :

$$= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$$

$$= (L_1 + L_5) + (L_2 + L_4) + (L_3 + L_6)$$

$$= (2 \times L_1) + (2 \times L_2) + (2 \times L_3)$$

$$= (2 \times 7 \times 20) + (2 \times 7 \times 14) + (2 \times 14 \times 20)$$

$$= (280) + (196) + (560)$$

$= 1036$; Jadi, Luas permukaan kotak kue adalah 1036 cm^2 .

*Jika suatu kotak kue yang berbentuk balok diiris pada tiga buah rusuk alasnya dan atasnya, serta satu buah rusuk tegaknya, kemudian direbahkan sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring balok**.*

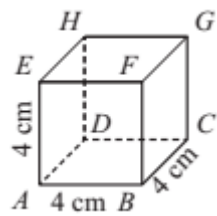
*Demikian juga pada kotak kue yang berbentuk kubus, apabila diiris pada rusuk-rusuk tertentu dan direbahkan pada bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring kubus**.*

Sedikit informasi :

Luas permukaan balok adalah jumlah seluruh luas sisi balok tersebut. Ada dua sisi yang berhadapan sama. Sedangkan luas permukaan kubus sama halnya dengan luas permukaan balok, akan tetapi kalau kubus luas setiap sisi sisinya adalah sama. Karena sisi balok ada 6, maka luas permukaan kubus adalah luas satu sisinya dikalikan 6.

Contoh 1:

Hitunglah luas permukaan bangun berikut ini.



Alternatif penyelesaian

luas permukaan kubus

$$= 6s^2$$

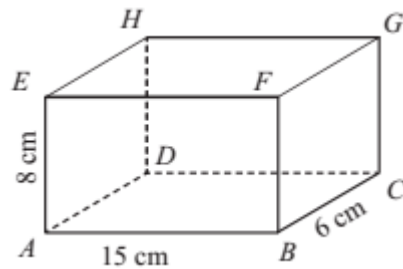
$$= 6 \times 4^2$$

$$= 6 \times 16$$

$$= 96$$

Jadi, luas permukaan bangun tersebut adalah 96 cm^2

Contoh 2 : hitunglah luas permukaan bangun berikut ini



Alternatif penyelesaian

$$\text{luas permukaan balok} = 2(pl + pt + lt)$$

$$= 2(15 \times 6 + 15 \times 8 + 6 \times 8)$$

$$= 2(90 + 120 + 48)$$

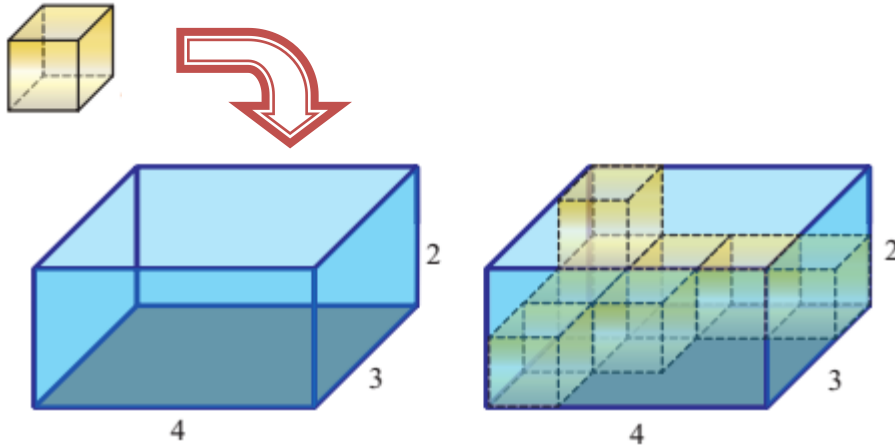
$$= 2(258)$$

$$= 516$$

Jadi, luas permukaan balok adalah 516 cm^2

Menentukan volume kubus dan balok

Perhatikan kubus satuan (kubus yang ukuran rusuk-rusuknya 1 satuan) berikut ini.



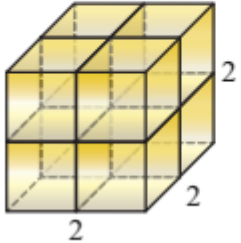
Balok berukuran 4 x 3 x 2 satuan pada gambar akan dimasukkan kubus berukuran 1 satuan.

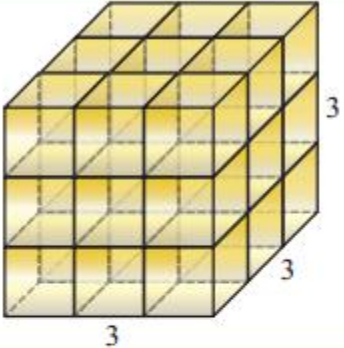
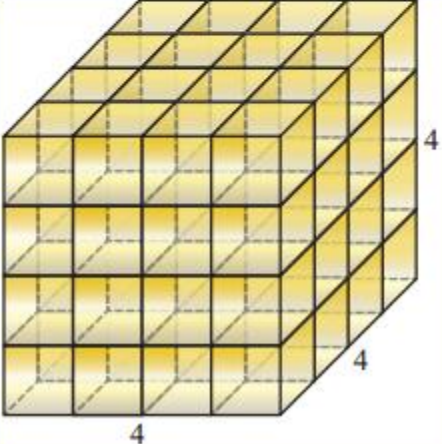
Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh?

Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?

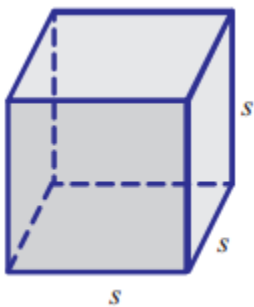
Coba kalian perhatikan video dibawah ini : https://youtu.be/1XOvoj0_DDs

Lalu perhatikan gambar susunan kubus berikut ini:

No.	Kubus	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1.		Ada 8 kubus	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$V = 8$ satuan kubik

No.	Kubus	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
2.		Ada 27 kubus	$3 \times 3 \times 3 = 3^3$	$V = 27$ satuan kubik
3.		Ada 64 kubus	$4 \times 4 \times 4 = 4^3$	$V = 64$ satuan kubik

Dari tabel diatas dapat disimpulkan sebagai berikut :



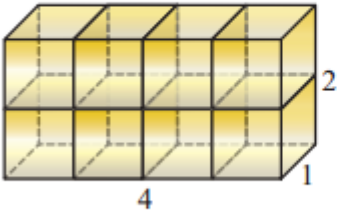
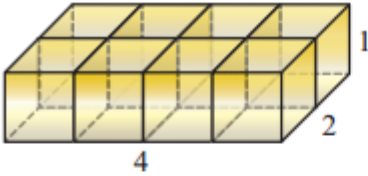
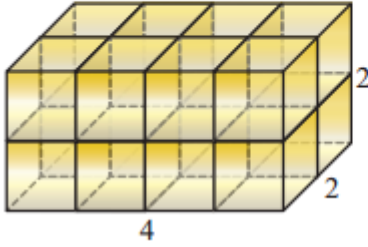
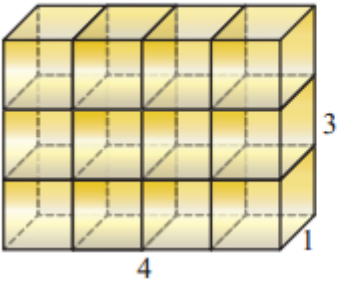
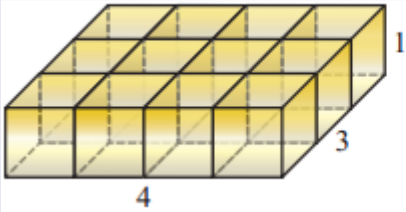
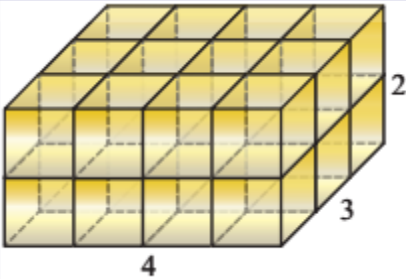
Volume Kubus

$$V = s \times s \times s$$

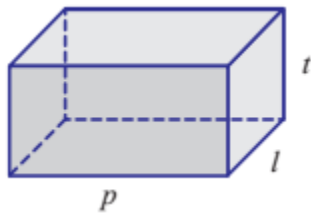
$$= s^3$$

V : volume kubus

s : panjang rusuk kubus

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1.		Ada 8 kubus	$4 \times 1 \times 2$	$V = 8$ satuan kubik
2.		Ada 8 kubus	$4 \times 2 \times 1$	$V = 8$ satuan kubik
3.		Ada 16 kubus	$4 \times 2 \times 2$	$V = 16$ satuan kubik
4.		Ada 12 kubus	$4 \times 1 \times 3$	$V = 12$ satuan kubik
5.		Ada 12 kubus	$4 \times 3 \times 1$	$V = 12$ satuan kubik
6.		Ada 24 kubus	$4 \times 3 \times 2$	$V = 24$ satuan kubik

Dari tabel diatas dapat disimpulkan sebagai berikut:



Volume Balok

$$V = p \times l \times t$$

V : volume balok

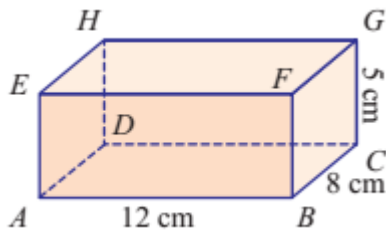
p : panjang balok

l : lebar balok

t : tinggi balok

Perhatikan contoh berikut ini:

Berapakah volume gambar balok dibawah ini?



Penyelesaian alternatif:

Balok diatas mempunyai panjang = 12 cm, lebar = 8 cm, dan tinggi = 5 cm.

$$\begin{aligned} V &= p \times l \times t \\ &= 12 \times 8 \times 5 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Jadi, volume balok tersebut adalah 480 cm³.