Лабораторная работа №4

Основы теории автоматов

Цель работы: изучить основы теории конечных автоматов

I. Конечные автоматы

Автоматом называется дискретное устройство, способное принимать различные состояния, под воздействием входных сигналов переходить из одного состояния в другое и вырабатывать выходные сигналы. Математической моделью устройства является абстрактный автомат, который задается совокупностью пяти объектов $S(A, X, У, \delta, \lambda)$, где

$A = \{a_0, a_1, a_2, \ldots, a_m, \ldots, a_M\}$ - множество состояний автомата, причем, a_0- исходное (начальное) состояние;

$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_f, \ldots, x_F\}$ - множество входных сигналов;

$У = \{ y_1, y_2, \ldots, y_g, \ldots, y_G \}$ - множество выходных сигналов;

δ - функция переходов, обеспечивающая выработку последующего состояния a_S автомата в зависимости от существующего состояния $a_т$ и входного сигнала x_f, т.е.$a_S = \delta(a_m, x_f)$;

λ - функция выходов, обеспечивающая выработку выходного сигнала автомата в зависимости от a_m, и x_f, т.е. $y_g = \lambda(a_m, x_f)$.

Если множества А,Х,У конечны, то автомат называется конечным.

$$\xrightarrow{X=\{x_1, x_2, \dots, x_F\}} \boxed{A=\{a_0, a_1, \dots, a_M\}} \xrightarrow{Y=\{y_1, y_2, \dots, y_G\}}$$

рис.I

Абстрактный автомат имеет один входной и один выходной каналы (рис.1) и функционирует в дискретные моменты времени, которые обычно обозначаются натуральными числами: t= 0, 1, 2,...,n,... . В каждый момент дискретного времени t автомат находится в определенном состоянии a(t), причем в момент t = 0 он всегда находятся в исходном состоянии $a(0) = a_0$. В момент t автомат, находясь в состоянии a(t), воспринимает сигнал x(t) на входном канале, вырабатывает на выходе сигнал $y(t)=\lambda[a(t), x(t)]$ и переходит в новое состояние, которое к следующему моменту дискретного времени определяется как $a(t+1) =\delta[a(t), x(t)]$.

Наибольшее распространение получили автоматы Мили и Мура. Закон функционирования автомата Мили задается следующими уравнениями:

$$a(t+1) =\delta[a(t), x(t)];\ y(t)=\lambda[a(t), x(t)].$$

Работа автомата Мура определяется уравнениями:

$$a(t+1) =\delta[a(t), x(t)];\ y(t)=\lambda[a(t)] .$$

Как видно, в автомате Мура выходные сигналы зависят лишь от состояния автомата.

Способы задания конечных автоматов

Табличный способ. Автомат Мили может быть задан таблицей переходов, определяющей функцию переходов δ, и таблицей выходов, определяющей функцию выходов λ. Строки этих таблиц соответствуют возможным входным сигналам x_f, а столбцы - возможным состоянием a_m автомата. В таблице переходов (рис.2, а) на пересечении столбца a_m и строки x_f находится состояние $a_s=\delta(a_m, x_f)$. В таблице, выходов (рис. 2,б) в аналогичной клетке помещается выходной сигнал $y_g=\lambda(a_m, x_f)$. Как видно, здесь задан автомат, имеющий множества $A=\{a_0, a_1, a_2\}$; $X=\{x_1, x_2\}$; $Y=\{y_1, y_2, y_3\}$.

Так как в автомате Мура выходные сигналы зависят лишь от состояния, то он задается одной так называемой отмеченной таблицей переходов (рис.2,в). В этой таблице над каждым состоянием **а** автомата, обозначающим тот или иной столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию выходной сигнал $y_g=\lambda(a_m)$.

$x_f \backslash a_m$	a_0	a_1	a_2
x_1	a_1	a_1	a_1
x_2	a_2	a_2	a_0

а

$x_f \backslash a_m$	a_0	a_1	a_2
x_1	y_1	y_2	y_2
x_2	y_3	y_3	y_2

б

y_g	y_1	y_3	y_2	y_2	y_1
$x_f \backslash a_m$	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	a_1	a_0	a_4	a_0	a_4
x_2	a_3	a_2	a_3	a_2	a_3

в

Рис.2

Графический способ. Этот способ основан на использовании направленных графов. Вершины графов соответствуют состояниям, а дуги - возможным переходам между ними. Две вершины a_m, и a_s графа соединяются дугой, направленной от a_m, к a_s, если существует переход $a_s=\delta(a_m, x_f)$. Дуге автомата Мили приписывается входной сигнал x_f, и выходной сигнал $y_g=\lambda(a_m)$. В автомате Мура выходной сигнал $y_g=\lambda(a_m)$ записывается внутри вершины a_m. Графы автоматов Мили и Мура, заданных таблицами рис.2, представлены на рис.3.

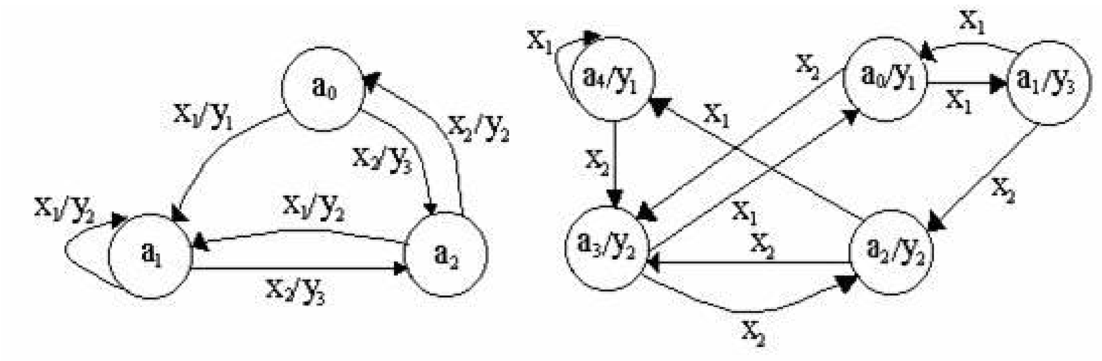

Рис.3