Third Order Magic Square (anqisoft@gmail.com)

To enumerate all the answers: There are 9 numbers now, with equal differences increasing (such as 1-9). They are placed in the grid of the Nine Palaces, with eight horizontal, vertical and diagonal lines. The sums of the three numbers are all the same.

Solution: According to the English abbreviation, mark each box as follows:

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

Step 1: First find the sum of nine numbers

NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE

=1+2+3+4+5+6+7+8+9

=45

Step 2: Find the phantom sum (any line of eight lines, the sum of three numbers)

45÷3=15

Step 3: Find the phantom heart again (the number that hits the right square)

Sum of four lines through the phantom: 15×4=60

Expand four lines:

(N+C+S) + (W+C+E) + (NW+C+SE) + (NE+C+SW)

= (NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE) + C × 3

= 45 + C × 3

∴ C = (60-45) ÷3=15÷3=5

It can be seen from this: N+S=W+E=NW+SE=NE+SW=15-5=10

Step 4: Prove the position of 1 (sides, corners)

If 1 can be set as an angle, and NW, NE, SW, and SE are equivalent, choose NW for analysis.

∵ NW+SE=10

∴ SE = 9

∴ The remaining 6 numbers: 2, 3, 4, 6, 7, 8

∵ N+NE=W+SW=15-1=14, the above six numbers can only be combined to form the group of 6 and 8

∴ 1 cannot set corners, only edges

Step 5: Place 1 on the edge and enumerate the results. Set 1 to N as an example,

NW	1	NE
W	5	E
SW	9	SE

NW is 6 or 8, and the corresponding NE is 8 and 6. Because NW+SE=10, SE is 4 and 2. Because NE+SW=10, SW is 2 and 4. Because NW+W+SW=15, W is 7 and 3. Since W+E=10, E is 3 and 7. Therefore, we get this solution:

6 8	1	8 6
7 3	5	3 7
2 4	9	4 2

and extend it to three sides:

6 8	1	8 6		2 4	7 3	6 8		2 4	9	4 2		6 8	7 3	2 4
7 3	5	3 7		9	5	1		7 3	5	3 7		1	5	9
2 4	9	4 2		4 2	3 7	8 6		6 8	1	8 6		8 6	3 7	4 2

三阶幻方 （anqisoft@gmail.com）

穷举所有答案：今有 9 数，等差递增（如 1-9），令入九宫之格，横纵对角八线，三数之和皆同。

解：依于英文缩写，标记各格如下：

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

步 1：先求九数之和

NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE

=1+2+3+4+5+6+7+8+9

=45

步 2：次求幻和（八线任意一线，三数之和）

45÷3=15

步 3：再求幻心（正中一格之数）

过幻心四线和：15×4=60

展开四线：

(N+C+S) + (W+C+E) + (NW+C+SE) + (NE+C+SW)

= (NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE) + C × 3

= 45 + C × 3

∴ C = (60-45) ÷3=15÷3=5

由是可知：N+S=W+E=NW+SE=NE+SW=15-5=10

步 4：求 1 之位（边、角）

若 1 可置角，NW、NE、SW、SE 对等，择 NW 析之

∵ NW+SE=10

∴ SE = 9

∴ 余下 6 数：2、3、4、6、7、8

∵ N+NE=W+SW=15-1=14，此六数仅得 6、8 这组

∴ 1 不可置角，只可置边

步 5：置 1 于边，穷举结果。置 1 于 N 为例，

NW	1	NE
W	5	E
SW	9	SE

NW 取 6 或 8，相应 NE 为 8 与 6，因 NW+SE=10 而得 SE 为 4 与 2，因 NE+SW=10 而得 SW 为 2 与 4，因 NW+W+SW=15 而得 W 为 7 与 3，因 W+E=10 而得 E 为 3 与 7。故得此解，

68	1	86
73	5	37
24	9	42

扩至三边：

68	1	86		24	73	68		24	9	42		68	73	24
73	5	37		9	5	1		73	5	37		1	5	9
24	9	42		42	37	86		68	1	86		86	37	42

三階幻方 （anqisoft@gmail.com）

窮舉所有答案：今有 9 數，等差遞增（如 1-9），令入九宮之格，橫縱對角八線，三數之和皆同。

解：依于英文縮寫，標記各格如下：

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

步 1：先求九數之和

NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE

=1+2+3+4+5+6+7+8+9

=45

步 2：次求幻和（八線任意一線，三數之和）

45÷3=15

步 3：再求幻心（正中一格之數）

過幻心四線和：15×4=60

展開四線：

(N+C+S) + (W+C+E) + (NW+C+SE) + (NE+C+SW)

= (NW+N+NE+W+C+E+SW+S+SE) + C × 3

= 45 + C × 3

∴ C = (60-45) ÷3=15÷3=5

由是可知：N+S=W+E=NW+SE=NE+SW=15-5=10

步 4：求 1 之位（邊、角）

若 1 可置角，NW、NE、SW、SE 對等，擇 NW 析之

∵ NW+SE=10

∴ SE = 9

∴ 餘下 6 數：2、3、4、6、7、8

∵ N+NE=W+SW=15-1=14，此六數僅得 6、8 這組

∴ 1 不可置角，只可置邊

步 5：置 1 于邊，窮舉結果。置 1 於 N 為例，

NW	1	NE
W	5	E
SW	9	SE

NW 取 6 或 8，相應 NE 為 8 與 6，因 NW+SE=10 而得 SE 為 4 與 2，因 NE+SW=10 而得 SW 為 2 與 4，因 NW+W+SW=15 而得 W 為 7 與 3，因 W+E=10 而得 E 為 3 與 7。故得此解，

68	1	86
73	5	37
24	9	42

擴至三邊：

68	1	86		24	73	68		24	9	42		68	73	24
73	5	37		9	5	1		73	5	37		1	5	9
24	9	42		42	37	86		68	1	86		86	37	42