

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №3  
з дисципліни « Методи оптимізації та планування » на тему  
ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ВИКОРИСТАННЯМ  
ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ.

Виконав:  
студент II курсу ФІОТ  
групи ІВ – 93  
Кочерга Андрій  
Варіант 11

Перевірив:  
ас. Регіда П.Г.

**Мета роботи:** провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

### Завдання на лабораторну роботу:

1. Скласти матрицю планування для дробового трьохфакторного експерименту. Провести експеримент в усіх точках факторного простору, повторивши N експериментів, де N – кількість експериментів (рядків матриці планування) в усіх точках факторного простору – знайти значення функції відгуку Y. Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі (випадковим чином).

$$y_{\max} = 200 + x_{\text{cp max}};$$

$$y_{\min} = 200 + x_{\text{cp min}}$$

$$\text{де } x_{\text{cp max}} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}, \quad x_{\text{cp min}} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$$

2. Знайти коефіцієнти лінійного рівняння регресії. Записати лінійне рівняння регресії.

3. Провести 3 статистичні перевірки.

4. Написати комп'ютерну програму, яка усе це виконує.

### Варіант завдання: 311

311	10	60	-30	45	-30	45
-----	----	----	-----	----	-----	----

### Роздруківка тексту програми:

```
import math
```

```
import random
```

```
# Кочерга Андрій ІВ-93 №311
```

```
# Функції для обчислення mx1, mx2, mx3, my, a1, a2, a3, a11, a22, a33, a12 = a21, a13 = a31, a23 = a32
```

```
def Fmx(arr, main_arr):
```

```
    main_arr.append(sum(arr) / len(arr))
```

```
def F_a(arr, main_arr):
```

```
    main_arr.append(
```

```
        (arr[0] * averageY[0] + arr[1] * averageY[1] + arr[2] * averageY[2] + arr[3] * averageY[3]) / len(arr))
```

```
def Fa_ii(arr, main_arr):
```

```
    main_arr.append((arr[0]**2 + arr[1]**2 + arr[2]**2 + arr[3]**2) / len(arr))
```

```
def Fa_ij(arr1, arr2, main_arr):
```

```
    main_arr.append((arr1[0] * arr2[0] + arr1[1] * arr2[1] + arr1[2] * arr2[2] + arr1[3] * arr2[3]) / len(arr1))
```

```
GT = 0.7679 # Кохрена
```

```
# матриця планування
```

```
m = 3
```

```
N = 4
```

```
Tf = 2.306 # Розподіл Стюдента
```

```
Ft = 4.5 # Розподіл Фішера
```

```
# Дані відносно варіанту
```

```
x1_min = 10
```

```
x1_max = 60
```

```
x2_min = -30
```

```
x2_max = 45
```

```
x3_min = -30
```

```
x3_max = 45
```

```
y_max = 200 + (x1_max + x2_max + x3_max) / 3
```

```
y_min = 200 + (x1_min + x2_min + x3_min) / 3
```

```
# матриця планування
```

```
plan_matrix = [[1, 1, 1, 1],
```

```
               [-1, -1, 1, 1],
```

```
               [-1, 1, -1, 1],
```

```
               [-1, 1, 1, -1]]
```

```
# Заповнимо матрицю планування для m = 3.
```

```
x1 = [random.randint(x1_min, x1_max + 1) for i in range(4)]
```

```
x2 = [random.randint(x2_min, x2_max + 1) for i in range(4)]
```

```
x3 = [random.randint(x3_min, x3_max + 1) for i in range(4)]
```

```
y1 = [random.randint(int(y_min), int(y_max) + 1) for i in range(4)]
```

```
y2 = [random.randint(int(y_min), int(y_max) + 1) for i in range(4)]
```

```
y3 = [random.randint(int(y_min), int(y_max) + 1) for i in range(4)]
```

```
# Знайдемо середні значення функції відгуку за рядками:
```

```
averageY = [0, 0, 0, 0]
```

```
for i in range(0, len(x1)):
```

```
    averageY[i] = (y1[i] + y2[i] + y3[i]) / 3
```

```
print(f"average_Y: {averageY}")
```

```
# обчислення mx1, mx2, mx3, my, a1, a2, a3, a11, a22, a33, a12 = a21, a13 = a31, a23 = a32
```

```
mx = []
```

```
Fmx(x1, mx)
```

```
Fmx(x2, mx)
```

```
Fmx(x3, mx)
```

```
print(f"MX: {mx}")
```

```
my = (averageY[0] + averageY[1] + averageY[2] + averageY[3]) / len(averageY)
```

```
print(f"MY: {my}")
```

```
a = []
```

```
F_a(x1, a)
```

```
F_a(x2, a)
```

```
F_a(x3, a)
```

```
print(f"A: {a}")
```

```
a11 = []
```

```
Fa_ii(x1, a11)
```

```
print(f"A11: {a11}")
```

```
a22 = []
```

```
Fa_ii(x2, a22)
```

```
print(f"A22: {a22}")
```

```
a33 = []
```

```
Fa_ii(x3, a33)
```

```
print(f"A33: {a33}")
```

```
a12 = a21 = []
```

```
Fa_ij(x1, x2, a12)
```

```
print(f"A12 = A21: {a12}")
```

```
a13 = a31 = []
```

```
Fa_ij(x1, x3, a13)
```

```
print(f"A13 = A31: {a13}")
```

```
a23 = a32 = []
```

```
Fa_ij(x2, x3, a23)
```

```
print(f"A23 = A32: {a23}")
```

```
# b0 b1 b2 b3
```

```
r01 = [1, mx[0], mx[1], mx[2]]
```

```
r02 = [mx[0], a11[0], a12[0], a13[0]]
```

```
r03 = [mx[1], a12[0], a22[0], a32[0]]
```

```
r04 = [mx[2], a13[0], a23[0], a33[0]]
```

```
temp0 = [r01, r02, r03, r04]
```

```
Determinanta = 1 * a11[0] * a22[0] * a33[0] + mx[0] * a12[0] * a32[0] * mx[2] + mx[1] * a13[0] * mx[1] * a13[0] + mx[2] * mx[0] * a12[0] * a23[0] - \
(mx[2] * a12[0] * a12[0] * mx[2] + a13[0] * a22[0] * a13[0] * 1 + a23[0] * a32[0] * mx[0] * mx[0] + a33[0] * mx[1] * a11[0] * mx[1])
```

```
r11 = [my, mx[0], mx[1], mx[2]]
```

```
r12 = [a[0], a11[0], a12[0], a13[0]]
```

```
r13 = [a[1], a12[0], a22[0], a32[0]]
```

```
r14 = [a[2], a13[0], a23[0], a33[0]]
```

```
temp1 = [r11, r12[0], r13[0], r14[0]]
```

```
Determinanta1 = my * a11[0] * a22[0] * a33[0] + a[0] * a12[0] * a32[0] * mx[2] + a[1] * a13[0] * mx[1] * a13[0] + a[2] * mx[0] * a12[0] * a23[0] - \
(a[2] * a12[0] * a12[0] * mx[2] + a13[0] * a22[0] * a13[0] * my + a23[0] * a32[0] * a[0] * mx[0] + a33[0] * a[1] * a11[0] * mx[1])
```

```
r21 = [1, my, mx[1], mx[2]]
```

```
r22 = [mx[0], a[0], a12[0], a13[0]]
```

```
r23 = [mx[1], a[1], a22[0], a32[0]]
```

```
r24 = [mx[2], a[2], a23[0], a33[0]]
```

```
temp2 = [r21, r22, r23, r24]
```

```
Determinanta2 = 1 * a[0] * a22[0] * a33[0] + my * a12[0] * a32[0] * mx[2] + mx[1] * a13[0] * mx[1] * a[2] + mx[2] * mx[0] * a[1] * a23[0] - \
```

$$(mx[2] * a[1] * a12[0] * mx[2] + a[2] * a22[0] * a13[0] * 1 + a23[0] * a32[0] * my * mx[0] + a33[0] * mx[1] * a[0] * mx[1])$$

r31 = [1, mx[0], my, mx[2]]

r32 = [mx[0], a11[0], a[0], a13[0]]

r33 = [mx[1], a12[0], a[1], a32[0]]

r34 = [mx[2], a13[0], a[2], a33[0]]

temp3 = [r31, r32, r33, r34]

$$\begin{aligned} \text{Determinanta3} = & 1 * a11[0] * a[1] * a33[0] + mx[0] * a[0] * a32[0] * mx[2] + my * a13[0] * mx[1] * a13[0] + mx[2] * mx[0] * a12[0] * a[2] - \\ & (mx[2] * a12[0] * a[0] * mx[2] + a13[0] * a[1] * a13[0] * 1 + a[2] * a32[0] * mx[0] * mx[0] + a33[0] * mx[1] * a11[0] * my) \end{aligned}$$

r41 = [1, mx[0], mx[1], my]

r42 = [mx[0], a11[0], a12[0], a[0]]

r43 = [mx[1], a12[0], a22[0], a[1]]

r44 = [mx[2], a13[0], a23[0], a[2]]

temp4 = [r41, r42, r43, r44]

$$\begin{aligned} \text{Determinanta4} = & 1 * a11[0] * a22[0] * a[2] + mx[0] * a12[0] * a[1] * mx[2] + mx[1] * a[0] * mx[1] * a13[0] + my * mx[0] * a12[0] * a23[0] - \\ & (mx[2] * a12[0] * a12[0] * my + a13[0] * a22[0] * a[0] * 1 + a23[0] * a[1] * mx[0] * mx[0] + a[2] * mx[1] * a11[0] * mx[1]) \end{aligned}$$

b = [0, 0, 0, 0]

b[0] = Determinanta1 / Determinanta

b[1] = Determinanta2 / Determinanta

b[2] = Determinanta3 / Determinanta

b[3] = Determinanta4 / Determinanta

```
print("*****")
```

```
for i in range(4):
```

```
    print(f"b{i}: {b[i]}")
```

```
print("*****")
```

# Запишемо отримане рівняння регресії:

y = []

```
for i in range(len(x1)):
```

```
    y.append(b[0] + b[1] * x1[i] + b[2] * x2[i] + b[3] * x3[i])
```

```

print(f"Y{i + 1}: {y[i]}")

Dispersiya = [0, 0, 0, 0]

for i in range(0, len(Dispersiya)):

    Dispersiya[i] = ((y1[i] - averageY[i]) ** 2 + (y2[i] - averageY[i]) ** 2 + (y3[i] - averageY[i]) ** 2) / 3

print(f"Dispersiya: {Dispersiya}")


print("*****")

print('Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена:')

GP = max(Dispersiya) / sum(Dispersiya)

if GP < GT:

    print("Дисперсія однорідна")

else:

    print('Дсперсія не однорідна. Потрібно збільшити m')


# Далі оцінимо значимість коефіцієнтів регресії згідно критерію Стьюдента

sb = sum(Dispersiya) / len(Dispersiya)

Odnoridna2 = sb / (N * m)

Odnoridna = math.sqrt(Odnoridna2)


beta = [0, 0, 0, 0]

beta[0] = (averageY[0] * 1 + averageY[1] * 1 + averageY[2] * 1 + averageY[3] * 1) / N

beta[1] = (averageY[0] * (-1) + averageY[1] * (-1) + averageY[2] * 1 + averageY[3] * 1) / N

beta[2] = (averageY[0] * (-1) + averageY[1] * 1 + averageY[2] * (-1) + averageY[3] * 1) / N

beta[3] = (averageY[0] * (-1) + averageY[1] * 1 + averageY[2] * 1 + averageY[3] * (-1)) / N

print(f"Beta: {beta}")


t = []

for i in range(len(beta)):

    t.append(abs(beta[i]) / Odnoridna)

print(f"t0: {t}")


print("*****")

print('\nОцінка значимості коефіцієнтів регресії згідно критерію Стьюдента:')

d = 0 # кількість значимих коефіцієнтів

temp = [0, 0, 0, 0]

for i in range(0, N):

    if t[i] <= Tf:

```

```

    print(f"t[{i}] = {t[i]} <= Tf = {Tf} >= b[{i}] = {b[i]} - не значний коефіцієнт")

    temp[i] = 0

else:

    print(f"t[{i}] = {t[i]} > Tf = {Tf} >= b[{i}] = {b[i]} - значний коефіцієнт")

    temp[i] = b[i]

    d += 1

y_2 = []

for i in range(0, N):

    y_2.append(temp[0] + temp[1] * x1[i] + temp[2] * x2[i] + temp[3] * x3[i])

print(y_2)


# Критерій Фішера

print("*****")

print("Критерій Фішера")

s_ad = []

tmp = []

kof = m / (N - d)

for i in range(len(y_2)):

    tmp.append((y_2[i] - averageY[i]) ** 2)

s_ad.append(kof * sum(tmp))

print(f"S_ad: {s_ad}")


fp = s_ad[0] / Odnoridna2

print(f"Fp: {fp}")

if fp > Ft:

    print("рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05")

else:

    print("рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05")


print(f"y = {b[0]} + {b[1]} * x1 + {b[2]} * x2 + {b[3]} * x3")

```



## Результати роботи програми:

```
average_Y: [243.3333333333334, 222.66666666666666, 235.0, 231.33333333333334]
MX: [39.0, -1.75, 10.5]
MY: 233.08333333333334
A: [9098.75, -352.1666666666667, 2584.0]
A11: [1765.5]
A22: [287.25]
A33: [483.0]
A12 = A21: [159.0]
A13 = A31: [464.5]
A23 = A32: [180.5]
*****

b0: 234.20393478330936
b1: 4.350236582644123
b2: 0.04838921703466948
b3: 2.419210470558053
*****

Y1: 536.8410524720359
Y2: 423.2702010613602
Y3: 466.7192110973358
Y4: 289.8902966391842
Dispersiya: [6.222222222222222, 46.888888888888886, 0.6666666666666666, 149.55555555555557]
*****

Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена:
Дисперсія однорідна
Beta: [233.08333333333334, 0.0833333333333357, -6.083333333333336, -4.250000000000007]
t0: [113.2472197755214, 0.040488816508946944, 2.955683605153044, 2.064929641956239]
*****

Оцінка значимості коефіцієнтів регресії згідно критерію Стюдента:
t[0] = 113.2472197755214 > Tf = 2.306 >= b[0] = 234.20393478330936 - значний коефіцієнт
t[1] = 0.040488816508946944 <= Tf = 2.306 >= b[1] = 4.350236582644123 - не значний коефіцієнт
t[2] = 2.955683605153044 > Tf = 2.306 >= b[2] = 0.04838921703466948 - значний коефіцієнт
t[3] = 2.064929641956239 <= Tf = 2.306 >= b[3] = 2.419210470558053 - не значний коефіцієнт
[235.12332990696808, 234.3007132173787, 234.20393478330936, 232.8490367063386]
*****

Критерій Фішера
S_ad: [308.52940792384254]
Fp: 72.833171706612
рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05
y = 234.20393478330936 + 4.350236582644123 * x1 + 0.04838921703466948 * x2 + 2.419210470558053 * x3
```

## Контрольні запитання:

1. Що називається дробовим факторним експериментом?  
Дробовим факторним експериментом називається експеримент з використанням частини повного факторного експерименту.
2. Для чого потрібно розрахункове значення Кохрена?  
Розрахункове значення Кохрена використовують для перевірки однорідності дисперсій.
3. Для чого перевіряється критерій Стюдента?  
За допомогою критерію Стюдента перевіряється значущість коефіцієнтів рівняння регресії.
4. Чим визначається критерій Фішера і як його застосовувати?  
Критерій Фішера використовують при перевірці отриманого рівняння регресії досліджуваному об'єкту.