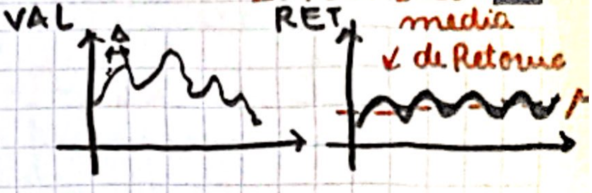
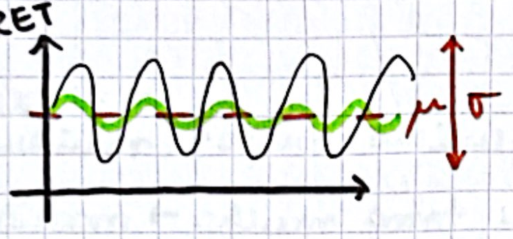
Q.COMPUTERS | IBEX 35 | 27/01/2025



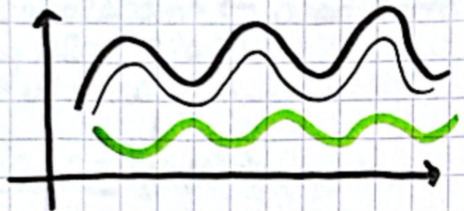
Objetivo:
→ MIN Riesgo
→ MAX Retorno ⇒ ΔVal

La bolsa es más predecible que antes pq más gente utiliza algoritmos para invertir.

2 EJS:



Tiene menos riesgo



⇒ COV

Mejor invertir en
y
y XNO
↳ Si pierdes, pierdes en ambos

Matriz de cov: $\Sigma = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$

	A_1	A_2	A_3	
A_1	○	□	△	
A_2		○		
A_3			○	
⋮				

Quiero decidir en qué "n" acciones invertir

$$x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{34} \end{bmatrix}$$

(1) $x \cdot \mu = x_0 \cdot \mu_0 + x_1 \cdot \mu_1 + \dots = \sum Ret$

↳ Suma de la media de los retornos (que he elegido)

$x_i = \{0, 1\}$

parejas de las acciones que intervengan

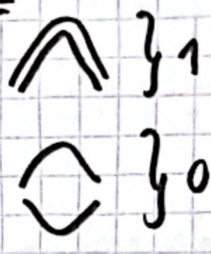
(2) $x \cdot \Sigma \cdot x = \sum_i \sum_j x_i \cdot \Sigma_{ij} \cdot x_j$

Objetivo
→ MAX (1)
→ MIN (2)

$$\underset{(+)}{\max f(x) = \sum \mu_i x_i} - \underset{(-)}{q \sum_i \sum_j \underbrace{x_i \Sigma_{ij} x_j}_{\text{Riesgo}}}$$

Factor de aversión al Riesgo

COV =



YAHOO FINANCE

→ python yfinance

¿de cuánto tiempo? Me interesa predecir mañana, pasado, ...

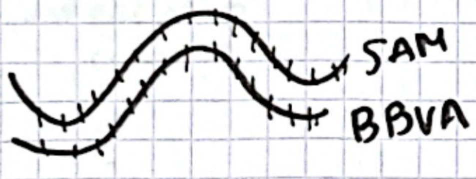
Si tomo mucho → modelo general

Si tomo poco → modelo específico (solo vale para pocos días a futuro)

↓

hoy y <u>mañana</u>

1 enero 2024 – 31 dic 2024



VAR PREDECIBLE

↓

$\boxed{\text{\$ ACCIONES}}$

Covarianza de los $\boxed{\text{RETORNOS}}$

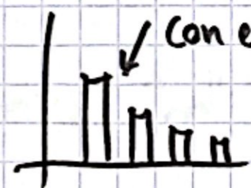
↑

VAR "ALEATORIA"

no indep. < depende del valor actual / y de ¿mañana?

media de los retornos

Con esta se gana más

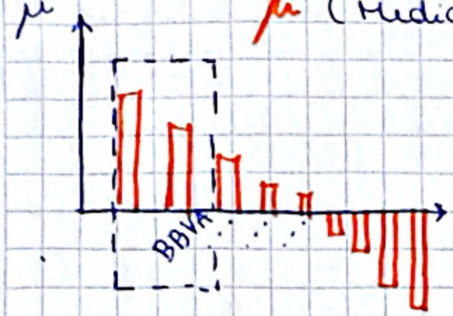


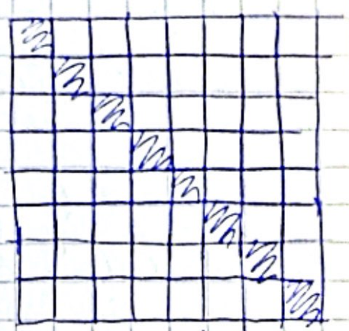
A veces se cambia a escala logarítmica

Resta de: Valor hoy − Valor ayer

↳ log

μ (μ Media Retornos) Σ COV





Quiero acciones que tengan
- mayor media de retorno y
- menor fluctuaciones
- mejor distribución de ganancia (no fluctúan juntas)

Combinaciones?

35 acciones → < 1 min

500 acciones → 30 días

90.000 acciones → 10.000 M years

→ Con un alg. genético ... ¡¡¡ 1 HORA !!!

Pero no te garantiza que des con el óptimo

→ Optimización convexa

→ Optimización cuadrática

→ ¿Algoritmo cuántico?

GROVER

↓

Para buscar en un sitio desordenado

$Q = \sqrt{90.000} = 300 \rightsquigarrow < 30$ días

↓

300 llamadas a mi función de coste.

$f(x)$ es el "oráculo"

Necesitamos un circuito donde hay una superposición de los estados que solo tienen 5 unos

PROBLEMA: Grover te responde SÍ / NO. Hay que poner un límite a la función de coste $\begin{cases} \text{mayor que } x - \text{SÍ} \\ \text{menor que } x - \text{NO} \end{cases}$ y hacer iterativamente.

OPERADOR UNITARIO

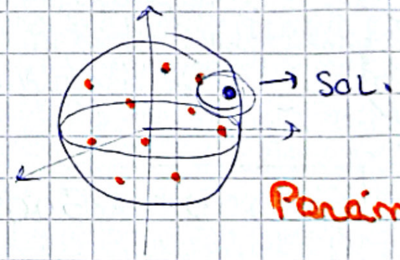
→ matriz con filas = columnas que actúa como operador cuántico.

vector propio de U → no lo conocemos

$\langle \psi | U | \psi \rangle = \alpha \langle \psi | \psi \rangle = \alpha$ { valor esperado sobre uno de sus vectores propios

$U|\psi\rangle = \alpha |\psi\rangle$

vectores propios de U



Parámetros

$\langle \psi(\theta) | U | \psi(\theta) \rangle \geq \alpha$

$$\underbrace{\langle \psi(\theta) | U | \psi(\theta) \rangle = \alpha'}_{\text{clásica}}$$

nº params < nº params por fuerza bruta

Eg. max $f(x)$

S.T. $\sum_i x_i = 5$

$\sum_i x_i \leq 5$

Penalización

Penalización cuadrática

ZIIII ... IZIII ...

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

24/02/2025

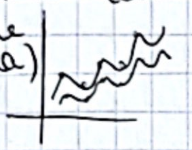
factor común

Offset (para que sea unitario)

$\boxed{QP} \longrightarrow \boxed{QUBO} \longrightarrow \boxed{\text{To ISING}}$

$\bar{x} = \{0,1\}$

Tengo matriz con los nºs de (no unitaria)



OPERADOR = una matriz
(SparsePauliOp)

'IIIZ', 'IZZI', ...

Coef 3, 24

Las I son para obtener las dim = nº qubits

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \; ; \; I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; IZ = \begin{pmatrix} 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

no es importante

$$\cancel{\text{OFFSET}} \cdot [x_0, x_1, \dots, x_N] \begin{bmatrix} \text{OPERADOR} \\ \text{(Gigante)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} =$$

NOTACIÓN DIRAC: $\langle x | OP | x \rangle$

$\langle x | H | x \rangle$

SOL:

$H | \bar{x}_0 \rangle = \lambda_0 | \bar{x}_0 \rangle$ quiero que mi sol buena sea un $\boxed{\text{vector propio}}$ de la matriz (H) de λ el valor propio + pequeño

x_0

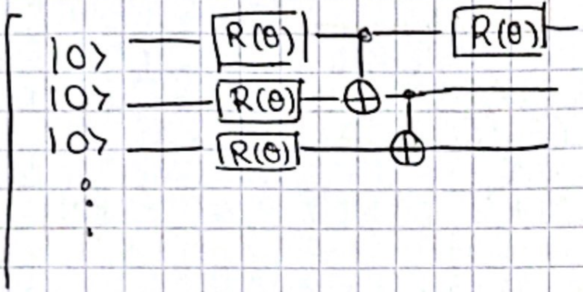
$\langle x(\theta) | H | x(\theta) \rangle \stackrel{!}{=} \lambda_0$

$\bar{x}_0 = [1, 1, 0, 0, \dots, 1, 0, \dots]$

$$\langle \bar{x}_0 | \underbrace{H | \bar{x}_0 \rangle}_{\lambda_0 |x_0\rangle} = \lambda_0$$

$$\lambda_0 \underbrace{\langle x_0 | x_0 \rangle}_{1}$$

$|\bar{x}(\theta)\rangle =$



• Este circuito nos da: una combinación lineal de todos los estados

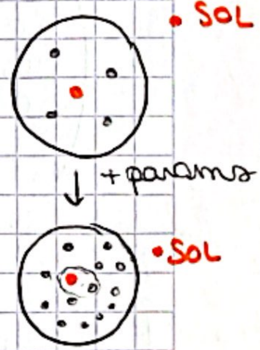
→ $|\bar{x}(\theta)\rangle = \psi|000\rangle + \beta|001\rangle + \cdots +$

3 qubits → 3 acciones

(necesitaré 35 qubits para 35 acciones ibex35)

↳ y me quiero quedar con estados que tengan max cinco unos.

Quiero quitar

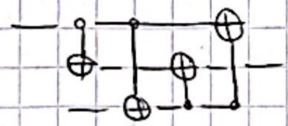


Cuantos más parámetros en el circuito de $|\bar{x}(\theta)\rangle$

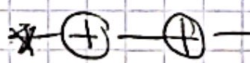
REAL AMPLITUDE

Circuit:

Entanglement "full" es surrealista, en un QC, los qubits no están conectados todos con todos, necesitaría muchos swaps y no resultaría.



El lineal, tampoco, los qubits mucho rato sin hacer nada se "rompen" habría que aplicarles



PAIRWISE entrelaza par luego impar?

Ansatz $|\vec{x}\rangle$ circuito, del mismo tamaño que H

Hamiltoniano H OPERADOR

Sampler de distribución

Estimator de un valor esperado sobre un operador

EXP VALUES ← **Estimator** [(circuito, [OP], [PARAMS])]

ajustar

↑ Ansatz ↑ Hamiltoniano Random

Usar Estimator de Simulador de Aer ó local testing de Qiskit Runtime

En SparsePauliOp, cantidad de letras = nº qubits

Incluso los simuladores tienen q hacer aprox cuando hay muchos qubits

Pasos:

PROBLEMA → QUADRATIC PROBLEM → QUBO → TO ISING

- PROBLEMA:
  - 35 acciones
  - 5 a elegir
- QUADRATIC PROBLEM:
  - $\sum x_i \leq 5$
- QUBO:
  - $\bar{x} = \{0, 1\}$
  - Operador
- TO ISING (H):
  - Operador Hamiltoniano (matriz regular y unitaria)
  - SparsePauliOp

$$\langle x | H | x \rangle = [x_0, x_1, \dots] \begin{bmatrix} \text{OPERADOR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

El offset, para que la matriz sea unitaria, se puede eliminar.

SOLUCIÓN:

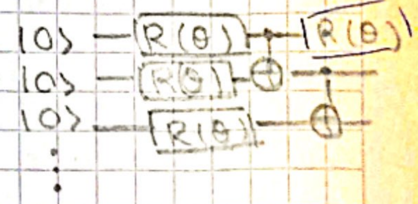
$H | \bar{x}_0 \rangle = \lambda_0 | \bar{x}_0 \rangle$ con $\bar{x}_0 = [1, 1, 0, 0, 0, \dots, 1, 0, \dots]$

La solución es un vector propio $(\bar{x}_0)$ de la matriz (H).
Concretamente, vector propio asociado al autovalor propio (λ_0) más pequeño.

Min valor esperado de $\langle X(\theta) | H | X(\theta) \rangle$ (ESTIMATOR)

$$\underbrace{\langle X(\theta) | \overbrace{H | X(\theta) \rangle}^{\lambda_0 | X(\theta) \rangle}}_{\lambda_0 \langle X(\theta) | X(\theta) \rangle = \lambda_0 \cdot 1} \geq \lambda_0$$

Este circuito nos da una comb lineal de todos los estados

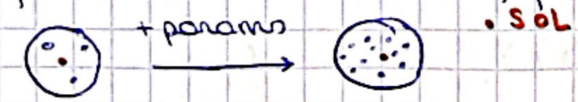


$\overline{| X(\theta) \rangle}$ = Ansatz (circuito) del mismo tamaño que H

H = Operador Hamiltoniano

Estimator = da un valor esperado sobre el operador H, en código; Estimator (circuito ansatz, Op Hamiltoniano, Params θ)

Params θ = parámetros random que se deben ajustar para minimizar. Cuantos más parámetros haya en el circuito de $| X(\theta) \rangle$ más precisa es la solución, pero más se tarda en llegar a ella.



Ejemplo $\overline{| X(\theta) \rangle} = \psi | 000 \rangle + \beta | 001 \rangle + \dots$
para 3 acciones.

con 35 acciones ⇒ 35 qubits, solo estados ...

Ana Robledano

Q.C. OPTIMIZATION

Objetivo → MIN Riesgo (2)
→ MAX Retorno (1)

Quiero decidir en qué n acciones invertir

$$x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{34} \end{bmatrix}$$

$x_i = \{0, 1\}$

(1) $x \cdot \mu = x_0 \cdot \mu_0 + x_1 \cdot \mu_1 + \cdots = \sum Ret$

Suma de la media de los retornos (que he elegido)

(2) $x \cdot \Sigma \cdot x = \sum_i \sum_j x_i \cdot \Sigma_{ij} \cdot x_j$

Parejas de las acciones que intervienen

Σ = matriz de covarianza 

$$\Rightarrow \text{MAX} \quad f(x) = \sum \mu_i x_i - \underbrace{q}_{\text{Factor de aversión al riesgo}} \underbrace{\sum_i \sum_j x_i \Sigma_{ij} x_j}_{\text{Riesgo}}$$

GROVER: para buscar en una lista desordenada. $f(x)$ es el oráculo, se necesita un circuito donde hay una superposición de los estados que solo tienen 5 unos ($n=5$)

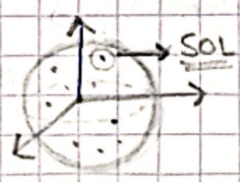
⟶ <u>PROBLEMA</u>: Grover te responde SÍ/NO. Hay que poner un límite a la función de coste $\begin{cases} \text{mayor que } x - \text{SÍ} \\ \text{menor que } x - \text{NO} \end{cases}$ y hacer iterativamente.

PROCESO EURÍSTICO: se necesita un operador unitario que actúa como operador cuántico.

$\langle \psi | \underbrace{U | \psi \rangle}_{\alpha|\psi\rangle} = \alpha \langle \psi | \psi \rangle = \alpha$ } Valor esperado sobre uno de sus vectores propios. (vectores propios de U)

$U|\psi\rangle = \alpha|\psi\rangle$

$\langle \psi(\theta) | U | \psi(\theta) \rangle = \alpha' \geq \alpha$



nº parámetros < nº parámetros por fuerza

Ana Robledano

Q.C. OPTIMIZER

SOL = Min $\langle X(\theta) | H | X(\theta) \rangle = \lambda_0$

Autovector con autovalor mínimo asociado.

* Es como calcular autovalores, pero en matrices 10.000 x 10.000 no es computable.

FUNCIÓN DE COSTE = tiene inputs
- → params
- → circuito ansatz
- → hamiltonian SparsePauliOp
- → Estimator

y minimiza el resultado del estimator modificando sus parámetros con COBYLA (mecanismo que recibe params y te da otros

ESTIMATOR = da el valor esperado de un operador para un cierto estado.

$\boxed{\text{To ISING}}$ → $\boxed{\text{VQE}}$

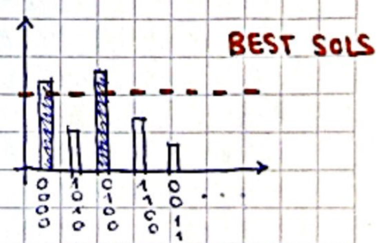
ESTIMATOR :

Min $\langle \Psi(\theta) | H | \Psi(\theta) \rangle$

ANSAZT : $|\Psi(\theta)\rangle$

$|\Psi(\theta_{MIN})\rangle \xrightarrow{\theta} $ SAMPLER : $(|\Psi\rangle, \theta_{min})$

Min distribución de prob



Esto no son combinaciones "reales" (aún no) pq se han añadido variables al pasar a QUBO $\Sigma x_i \leq 5$ ⇒ Puede que haya 37 posiciones en vez de 35. Hay que deshacer estas operaciones

↓

$\boxed{\text{INTERPRET}}$

Hay que deshacer las operaciones de Quadratic Problem ⇄ QUBO

PROBLEMA → Quadratic Problem (*) → QUBO → ISING → VQE

35 Acciones → → → H (Operador) → ANSATZ $|\psi(\theta)\rangle$

5 a elegir

Min valor esperado:

$\text{Min} \langle \psi(\theta) | H | \psi(\theta) \rangle$

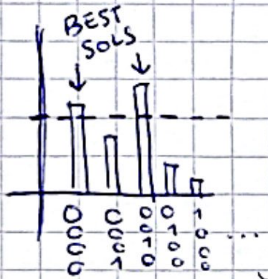
ESTIMATOR

$|\psi(\theta_{MIN})\rangle$

SAMPLER

$(|\psi\rangle, \theta_{MIN})$

Minima distribución de prob.



INTERPRET

(*)

(*) Hay que deshacer estas operaciones

Esto no son combinación (casi pero no), pq se han añadido variables al pasar a QUBO ~~x5~~

⇒ Puede ser que haya 37 posiciones en vez de 35

001100...010...

Ahí puede haber cosas con 6 acciones muy buenas

¡! Hay que poner medidas al llamar a SAMPLER

VQE = Variational Quantum Eigensolver → alg. cuántico para encontrar autovalores

COBYLA = mecanismo que recibe los parámetros y te da otros para obtener un mínimo.