



Zintegrowany  
Program  
Rozwoju  
Politechniki  
Lubelskiej -  
część druga

**POLITECHNIKA LUBELSKA  
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI  
I INFORMATYKI**

**KIERUNEK STUDIÓW  
INFORMATYKA**

*MATERIAŁY DO ZAJĘĆ  
LABORATORYJNYCH*

Podstawy elektrotechniki i elektroniki

Autorzy:  
dr inż. Leszek Jaroszyński, dr inż. Oleksandr Boiko,  
dr inż. Piotr Terebun, dr inż. Sebastian Styła

Lublin 2020



**Fundusze  
Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita  
Polska**

**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny



## INFORMACJA O PRZEDMIOCIE

### Cele przedmiotu

Poznanie praw elektrotechniki, zasad działania elementów i budowy podstawowych układów elektrycznych i elektronicznych, metod opisu i analizy układów.

Uzyskanie umiejętności łączenia i uruchamiania prostych obwodów elektrycznych i elektronicznych oraz bezpiecznej ich obsługi, poznanie metodyki podstawowych pomiarów wielkości elektrycznych.

### Efekty kształcenia w zakresie umiejętności

Student umie praktycznie stosować podstawowe prawa i pojęcia z zakresu podstaw elektrotechniki i elektroniki. Potrafi analizować działania prostych obwodów elektrycznych i elektronicznych. Umie łączyć obwody i przeprowadzić pomiary podstawowych wielkości elektrycznych, potrafi wykonywać dokumentację pomiarową i analizować uzyskane dane.

### Literatura do zajęć

Literatura podstawowa:

1. Hempowicz P. i inni, Elektrotechnika i elektronika dla nieelektryków, WNT, Warszawa, 2015.
2. Bolkowski S.: Teoria obwodów elektrycznych, WNT, Warszawa, 2019.

Literatura uzupełniająca:

1. Jaroszyński L., Boiko O., Terebun P., Styła S.: Instrukcje do ćwiczeń laboratoryjnych z PEiE dla kierunku Informatyka, PL, Lublin, 2020.
2. Adamiec M.: Podstawy elektrotechniki i elektroniki dla studentów Wydziału Mechanicznego, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin, 2018.
3. Tąpolska A., Podstawy elektroniki w praktyce, cz. 1 i 2, Podręcznik do nauki zawodu: branża elektroniczna, informatyczna i elektryczna, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 2017.

### Metody i kryteria oceny

Oceny częściowe:

- Ocena 1: przygotowanie merytoryczne do zajęć laboratoryjnych na podstawie: wykładów, literatury, pytań kontrolnych do zajęć.
- Ocena 2: przygotowanie i zaliczenie sprawozdań z wykonanych doświadczeń laboratoryjnych.

Ocena końcowa – zaliczenie przedmiotu:

- Uczestnictwo we wszystkich zajęciach laboratoryjnych.
- Wykonanie sprawozdań w liczbie wynikającej z ustaleń organizacyjnych uwzględniających liczebność grup laboratoryjnych i tryb prowadzenia zajęć.
- Pozytywne oceny częściowe.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

### **Plan zajęć laboratoryjnych**

Lab1.	Badanie charakterystyk elementów pasywnych
Lab2.	Liniowe układy prądu stałego
Lab3.	Sygnały elektryczne
Lab4.	Liniowe układy prądu sinusoidalnego
Lab5.	Obwody rezonansowe
Lab6.	Obwody sprzężone magnetyczne
Lab7.	Stany nieustalone
Lab8.	Filtry częstotliwościowe
Lab9.	Zastosowania diod półprzewodnikowych
Lab10	Układy pracy tranzystorów bipolarnych
Lab11.	Badanie zasilaczy stabilizowanych
Lab12.	Wzmacniacze operacyjne



**Fundusze  
Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita  
Polska**

**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny



## LABORATORIUM 1. BADANIE CHARAKTERYSTYK ELEMENTÓW PASYWNYCH

### Cel laboratorium

Celem zajęć jest zdobycie wiedzy o podstawowych elementach obwodów elektrycznych i elektronicznych oraz o podstawowych przyrządach pomiarowych i metodach prowadzenia prostych pomiarów elektrycznych.

### Zakres tematyczny zajęć

- Łączenie prostych obwodów elektrycznych, bezpieczna obsługa tych obwodów.
- Pomiar napięcia i natężenia prądu w obwodach zasilanych napięciem stałym i zmiennym o regulowanych wartościach.
- Wyznaczanie charakterystyk podstawowych elementów pasywnych przy zasilaniu napięciem stałym i sinusoidalnym.

### Wiadomości ogólne

**Obwód elektryczny** to połączenie elementów elektrycznych, tworzące co najmniej jedną zamkniętą drogę dla przepływu prądu elektrycznego. **Element elektryczny** jest więc częścią obwodu elektrycznego niepodzieloną pod względem funkcjonalnym.

**Element idealny** to element, w którym zachodzi jeden rodzaj procesu energetycznego (rozpraszanie lub akumulacja lub wytwarzanie, a dokładniej – przetwarzanie energii). **Elementy rzeczywiste** cechuje równoczesny przebieg większej liczby procesów energetycznych.

**Elementy pasywne** posiadają zdolność rozpraszania (dyssypacji) lub akumulacji (konserwacji) energii w polu magnetycznym lub elektrycznym – nie dostarczają energii do obwodu. To **elementy aktywne** wnoszą energię do obwodu.

Jeśli element idealny może być opisany liniowym równaniem algebraicznym lub różniczkowym, to element taki jest nazywany **elementem liniowym**.

Jeżeli **parametr elementu** – współczynnik wiążący prąd i napięcie lub pochodne tych wielkości nie zmienia się w czasie, to jest to **element stacjonarny**. W przypadku zmienności parametru można mówić o **niestacjonarności** elementu.

Element o dwóch zaciskach to **dwójnik elektryczny**. Elementy o większej liczbie zacisków to **wielobiegunki**. W powszechnym użyciu są nazwy trójkąt i czworokąt dla elementów odpowiednio o trzech i czterech zaciskach (dwóch parach zacisków).

Jeśli parametry elementu elektrycznego nie są funkcją współrzędnych przestrzennych, to jest to element o **parametrach skupionych**. Prąd dopływający do jednego zacisku takiego dwójnika jest równy prądowi odpływającemu z drugiego zacisku tego dwójnika. Jeśli parametry elementu są funkcją współrzędnych przestrzennych, to jest to element o **parametrach rozłożonych**.

**Element odwracalny** ma takie same parametry niezależnie od bieguności przyłożonego napięcia. Natomiast końcówki **elementów nieodwracalnych** nie mogą być podłączane w obwodzie w sposób dowolny.

**Rezystor** (opornik) idealny jest dwójnikiem pasywnym, odwracalnym, stacjonarnym, o parametrach skupionych rozpraszającym energię elektryczną w postaci ciepła. Parametrem rezystora idealnego jest jego **rezystancja  $R$**  (opór elektryczny). Jednostką rezystancji jest  $1 \Omega$  (om). Równanie algebraiczne wiążące prąd rezystora  $I$  z napięciem  $U$  na rezistorze ma postać:



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

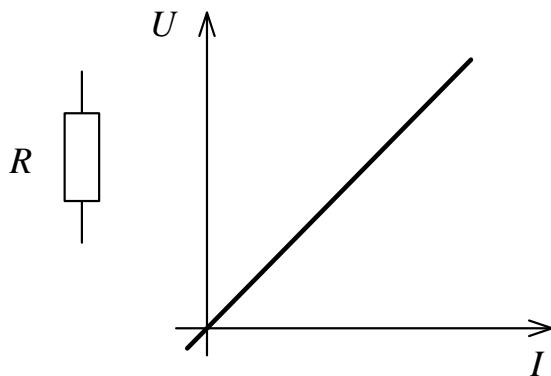
$$U = I \cdot R, \quad (1.1)$$

lub

$$I = U \cdot G, \quad (1.2)$$

gdzie:  $G$  – konduktancja, przewodność elektryczna (odwrotność rezystancji), jednostka: 1 S (simens).

Na rysunku 1.1 pokazano symbol graficzny i charakterystykę rezystora liniowego.



Rys. 1.1. Symbol graficzny i charakterystyka napięciowo-prądowa rezystora liniowego

Obliczenie rezystancji przewodnika w danej temperaturze można przeprowadzić wg wzoru

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{l}{\gamma \cdot S}, \quad (1.3)$$

gdzie:  $\rho$  – rezystywność (opór właściwy) materiału przewodnika w danej temperaturze, jednostka:  $\Omega \cdot \text{m}$ ,  $\gamma = \frac{1}{\rho}$  – konduktywność (przewodność właściwa) materiału przewodnika, jednostka:  $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $l$  – długość przewodnika,  $S$  – pole przekroju poprzecznego przewodnika.

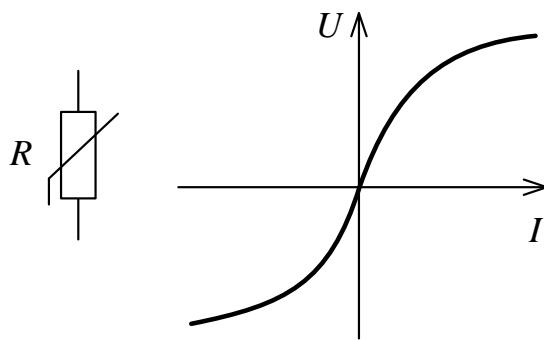
Materiałem o najniższej rezystywności w temperaturze pokojowej jest srebro, jednak ze względu na niską wytrzymałość mechaniczną i wysoką cenę jest rzadko stosowane jako materiał na przewody elektryczne. Najbardziej rozpowszechnionym materiałem przewodowym jest miedź, która przewodzi niewiele gorzej od srebra. Drugim, często używanym ze względu na niską cenę i stosunkowo małą gęstość materiałem przewodowym, jest aluminium. Dodatki stopowe powiększają rezystywność metali i są stosowane przy produkcji tzw. stopów oporowych (manganin, chromonikielina, konstantan, kanthal) niezbędnych do wytwarzania oporników drutowych, grzałek oporowych i cewek analogowych przyrządów pomiarowych itp.

Zależność rezystywności przewodnika od temperatury dla ograniczonego zakresu zmian temperatury można w sposób uproszczony opisać równaniem liniowym

$$\rho(T_2) = \rho(T_1) \cdot [1 + \alpha \cdot (T_2 - T_1)], \quad (1.4)$$

gdzie:  $T_1, T_2$  – temperatury pracy przewodnika,  $\alpha$  – temperaturowy współczynnik rezystywności, jednostka:  $\text{K}^{-1}$ .

Na rysunku 1.2 pokazano symbol graficzny i charakterystykę rezystora nieliniowego.



Rys. 1.2. Symbol graficzny i charakterystyka napięciowo-prądowa rezystora nieliniowego

**Cewka** idealna (cewka indukcyjna, induktor) jest dwójnikiem pasywnym konserwatywnym. Najprostszą cewkę można wykonać jako bezrdzeniową (powietrzną) kształtuje zwoje cewki z odcinka drutu np. miedzianego. Cewka gromadzi energię w polu magnetycznym, którego źródłem jest przepływający przez uzwojenie prąd. Przy analizie podstawowych obwodów, zakłada się, że cewka jest elementem odwracalnym, stacjonarnym, o parametrach skupionych.

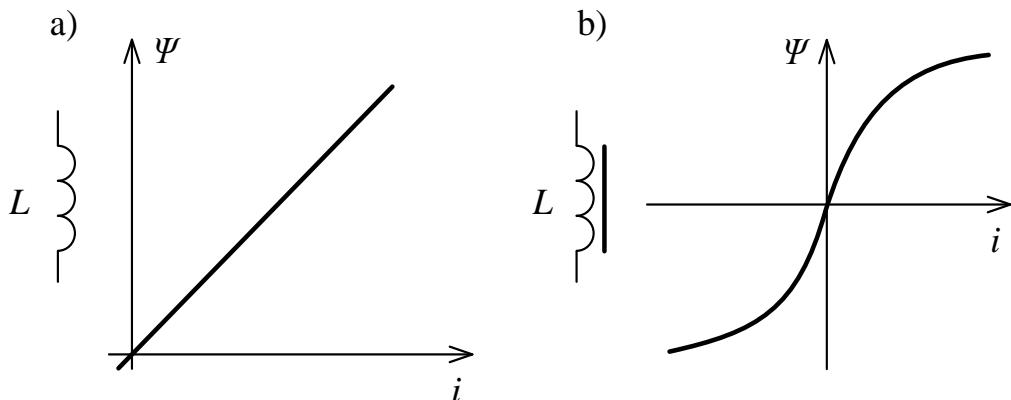
W przypadku cewki idealnej pomija się rezystancję jej uzwojenia (rozpraszanie energii) i przypisuje się cewce jeden parametr – **indukcyjność  $L$**  (jednostka: H, henr):

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{z \cdot \Phi}{i}, \quad (1.5)$$

gdzie:  $\Psi$  – strumień magnetyczny skojarzony z uzwojeniem cewki,  $z$  – liczba zwojów cewki,  $\Phi$  – strumień magnetyczny cewki,  $i$  – natężenie prądu w uzwojeniu cewki.

O liniowości cewki decydują właściwości magnetyczne materiału, przez który przenika strumień skojarzony z uzwojeniem cewki. Cewki powietrzne (bezrdzeniowe) oraz te wykorzystujące rdzenie diamagnetyczne i paramagnetyczne są liniowe ( $L = \text{const}$ ). Cewki obejmujące rdzenie ferromagnetyczne są nieliniowe.

Symboli graficzne cewek i ich charakterystyki  $\Psi = f(i)$  pokazano na rysunku 1.3.



Rys. 1.3. Symbol graficzny i charakterystyka  $\Psi = f(i)$  cewki:  
a) liniowej, b) nieliniowej – z rdzeniem ferromagnetycznym

Równanie wiążące prąd z napięciem na cewce można ustalić na podstawie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (1.6)$$

Energię  $W$  zgromadzoną w polu magnetycznym cewki można wyznaczyć ze wzoru

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2. \quad (1.7)$$

Indukcyjność  $L$  cewki rurowej (solenoidu) można w przybliżeniu wyznaczyć ze wzoru

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot z^2 \cdot S}{l}, \quad (1.8)$$

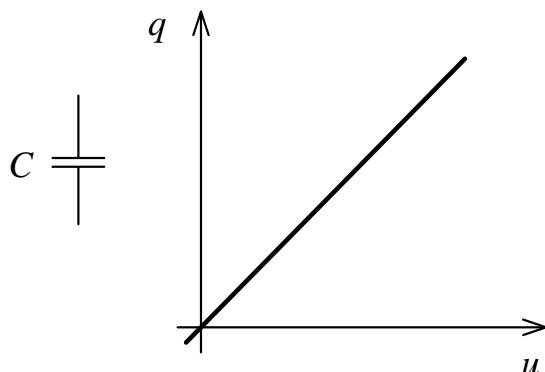
gdzie:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H·m<sup>-1</sup> – przenikalność magnetyczna próżni,  $\mu_r$  – przenikalność magnetyczna względna środowiska przenikanego przez strumień cewki ( $\mu_r \approx 1$  dla powietrza),  $S$  – pole przekroju cewki (powierzchnia zwoju cewki),  $l$  – długość uzwojenia cewki.

**Kondensator** jest dwójnikiem pasywnym zachowawczym – gromadzi energię w polu elektrycznym. Najprostszy kondensator składa się z dwóch okładzin przewodzących prąd (elektrod) rozdzielonych dielektrykiem (izolatorem). Kondensatorowi idealnemu przypisuje się jedną właściwość – **pojemność elektryczną**  $C$  (jednostka: 1 F, farad):

$$C = \frac{q}{u}, \quad (1.9)$$

gdzie:  $q$  – ładunek elektryczny zgromadzony na jednej z okładzin,  $u$  – napięcie elektryczne pomiędzy okładzinami.

Symbol graficzny kondensatora i charakterystykę  $q = f(u)$  kondensatora liniowego pokazano na rysunku 1.4.



Rys. 1.4. Symbol graficzny i charakterystyka  $q = f(u)$  kondensatora liniowego

Równanie wiążące prąd z napięciem kondensatora można wyprowadzić znając definicję natężenia prądu i pojemności elektrycznej:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}. \quad (1.10)$$

Energię  $W$  zgromadzoną w polu elektrycznym kondensatora można wyznaczyć ze wzoru

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2. \quad (1.11)$$

Pojemność  $C$  kondensatora płaskiego można z dobrym przybliżeniem wyznaczyć ze wzoru

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S}{d}, \quad (1.12)$$



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

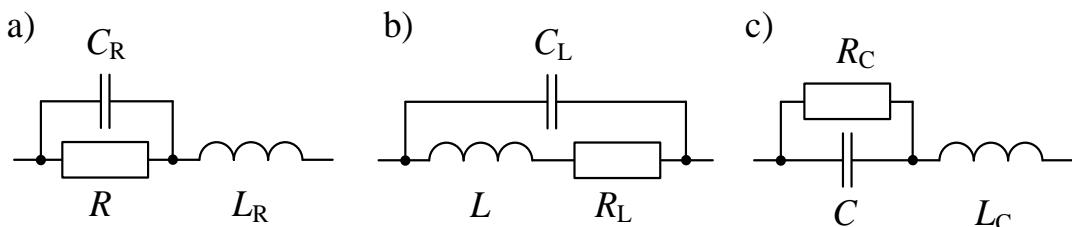


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

gdzie:  $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  – przenikalność dielektryczna próżni,  $\epsilon_r$  – przenikalność dielektryczna względna izolatora w kondensatorze (np. polipropylen,  $\epsilon_r = 2,2$ ),  $S$  – pole powierzchni jednej okładziny kondensatora,  $d$  – odległość pomiędzy okładzinami (grubość zastosowanego izolatora).

W **elementach pasywnych rzeczywistych** zachodzą równocześnie dwa procesy energetyczne: rozpraszanie i gromadzenie energii. Jeden z procesów ma oczywiście charakter dominujący i decyduje o najważniejszych właściwościach elementu (rezystor – rozpraszanie, cewka i kondensator – gromadzenie energii), drugi z nich nazywany jest procesem pasożytniczym. Prąd rezystora wytwarza pole magnetyczne (indukcyjność), uzwojenie cewki ma pewną rezystancję, izolator kondensatora nie jest nigdy idealny (rezystancja). W obwodach wielkich częstotliwości sytuacja komplikuje się jeszcze bardziej, ponieważ każdy dwójnik wykazuje trzy parametry: rezystancję, indukcyjność i pojemność.

Na rysunku 1.5 pokazano schematy zastępcze rzeczywistych dwójników pasywnych.



Rys. 1.5. Schematy zastępcze rzeczywistych dwójników pasywnych: a) rezystora rzeczywistego, b) cewki rzeczywistej, c) kondensatora rzeczywistego

Należy pamiętać o specyficzny zachowaniu się idealnych elementów konserwatywnych w obwodach prądu stałego ( $di/dt = 0, du/dt = 0$ ): cewka idealna stanowi zwarcie, kondensator idealny – przerwę. Patrząc na schematy z rysunku 1.5, można więc już ocenić zachowanie elementów rzeczywistych w obwodach prądu stałego.

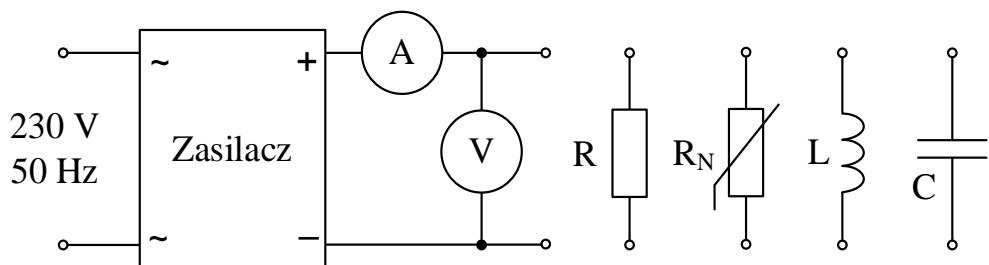
### Pytania kontrolne

1. Klasyfikacja elementów obwodów elektrycznych i elektronicznych (procesy energetyczne, liczba końcówek, liniowość, stacjonarność, zależność od współrzędnych przestrzennych).
2. Rezystor jako dwójnik pasywny – budowa, parametry, równania, charakterystyka.
3. Cewka jako dwójnik pasywny – budowa, parametry, równania, charakterystyka.
4. Kondensator jako dwójnik pasywny – budowa, parametry, równania, charakterystyka.
5. Schematy zastępcze rzeczywistych dwójników pasywnych.

### Zadanie 1.1. Wyznaczanie charakterystyk dwójników pasywnych przy zasilaniu napięciem stałym

Przed rozpoczęciem pomiarów należy odczytać i zanotować dopuszczalne natężenia prądów dla badanych elementów. Przekraczanie wartości dopuszczalnych skutkuje przegrzewaniem tych elementów i możliwością wywołania uszkodzeń termicznych.

W układzie zasilania pokazanym na rysunku 1.6 należy wyznaczyć charakterystyki prądowo-napięciowe  $I = f(U)$  rzeczywistych dwójników pasywnych przy zasilaniu napięciem stałym stabilizowanym o regulowanej wartości. Wyniki pomiarów należy zanotować w pierwszej części tabeli 1.1.



Rys. 1.6. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk elementów pasywnych przy zasilaniu napięciem stałym (Zasilacz – laboratoryjny zasilacz napięcia stałego o regulowanej wartości, A – amperomierz prądu stałego, V – woltomierz napięcia stałego, R – rezystor liniowy,  $R_N$  – rezystor nieliniowy, L – cewka indukcyjna bezrdzeniowa (powietrzna), C – kondensator)

Tabela 1.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania charakterystyk elementów pasywnych

lp.	rodzaj zasilania: napięcie stałe											
	R			$R_N$			L			C		
	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$
	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											
lp.	rodzaj zasilania: napięcie sinusoidalnie przemienne											
	R			$R_N$			L			C		
	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$	$U$	$I$	$U/I$
	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$	V	A	$\Omega$
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											

### Zadanie 1.2. Wyznaczanie charakterystyk dwójników pasywnych przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym

Należy wyznaczyć charakterystyki prądowo-napięciowe tych samych dwójników przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym w układzie zasilania przedstawionym na rysunku 1.7a lub



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój

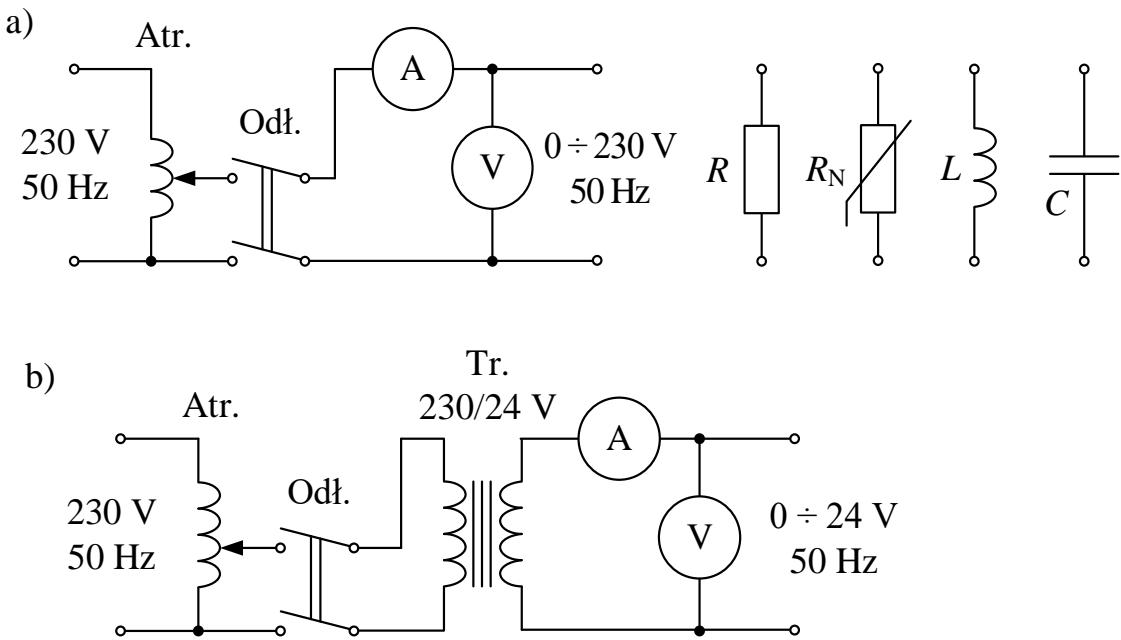


Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

1.7b. W czasie pomiarów należy pamiętać o dopuszczalnych parametrach badanych elementów. Wyniki pomiarów zanotować w drugiej części tabeli 1.1.



Rys. 1.7. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk elementów pasywnych przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym: a) układ zasilania napięciem 0÷230 V, b) układ zasilania napięciem bezpiecznym 0÷24 V (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odł. – odłącznik stanowiskowy, A – amperomierz prądu zmiennego, V – woltomierz napięcia zmiennego, R, R<sub>N</sub>, L, C – badane dwójniki pasywne, Tr. – transformator 230/24 V)

### Opracowanie wyników

W sprawozdaniu należy wykonać wykresy charakterystyk prądowo-napięciowych badanych elementów. Zalecany podział: jeden wspólny wykres dla rezystorów ( $R$  i  $R_N$ ), drugi dla elementów konserwatywnych ( $L$  i  $C$ ).

Należy także obliczyć ilorazy  $U/I$ , a następnie wyjaśnić we wnioskach różnice w wartościach tych ilorazów wyznaczonych dla tych samych elementów zasilanych napięciem stałym i sinusoidalnym.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## LABORATORIUM 2. LINIOWE UKŁADY PRĄDU STAŁEGO

### Cel laboratorium

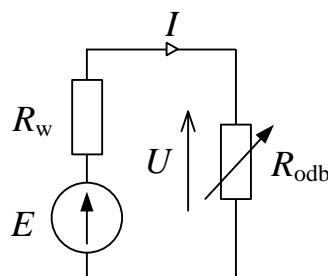
Celem zajęć jest poznanie pojęć związanych z topologią rozgałęzionych obwodów elektrycznych i elektronicznych, doświadczalne potwierdzenie najważniejszych praw elektrotechniki oraz utrwalenie metodyki prowadzenia pomiarów podstawowych wielkości elektrycznych.

### Zakres tematyczny zajęć

- Badanie charakterystyki rzeczywistego źródła napięcia stałego.
- Eksperymentalne sprawdzenie praw elektrotechniki: I i II prawa Kirchhoffa, twierdzenia o superpozycji, twierdzenia Thevenina i zasady wzajemności (w wersji oczkowej).

### Wiadomości ogólne

Schemat obwodu, w którym rzeczywiste źródło napięcia obciążono odbiornikiem rezystancyjnym o regulowanej rezystancji pokazano na rysunku 2.1.



Rys. 2.1. Obciążenie rzeczywistego źródła napięcia stałego odbiornikiem o regulowanej rezystancji  
( $E$  – siła elektromotoryczna źródła napięcia,  $R_w$  – rezystancja wewnętrzna źródła,  
 $R_{\text{odb}}$  – rezystancja odbiornika)

W powyższym obwodzie zamkniętym popłynie prąd o natężeniu

$$I = \frac{E}{R_w + R_{\text{odb}}}. \quad (2.1)$$

Napięcie na zaciskach odbiornika (i jednocześnie źródła) będzie niższe niż siła elektromotoryczna źródła:

$$U = E - I \cdot R_w = I \cdot R_{\text{odb}} = \frac{E}{R_w + R_{\text{odb}}} R_{\text{odb}}. \quad (2.2)$$

Z powodu rezystancji wewnętrznej źródła, moc odbiornika

$$P = I^2 \cdot R_{\text{odb}} = \frac{E^2}{(R_w + R_{\text{odb}})^2} R_{\text{odb}} \quad (2.3)$$

będzie mniejsza od mocy dostarczanej przez źródło

$$P_{\text{zr}} = E \cdot I = \frac{E^2}{R_w + R_{\text{odb}}}. \quad (2.4)$$



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

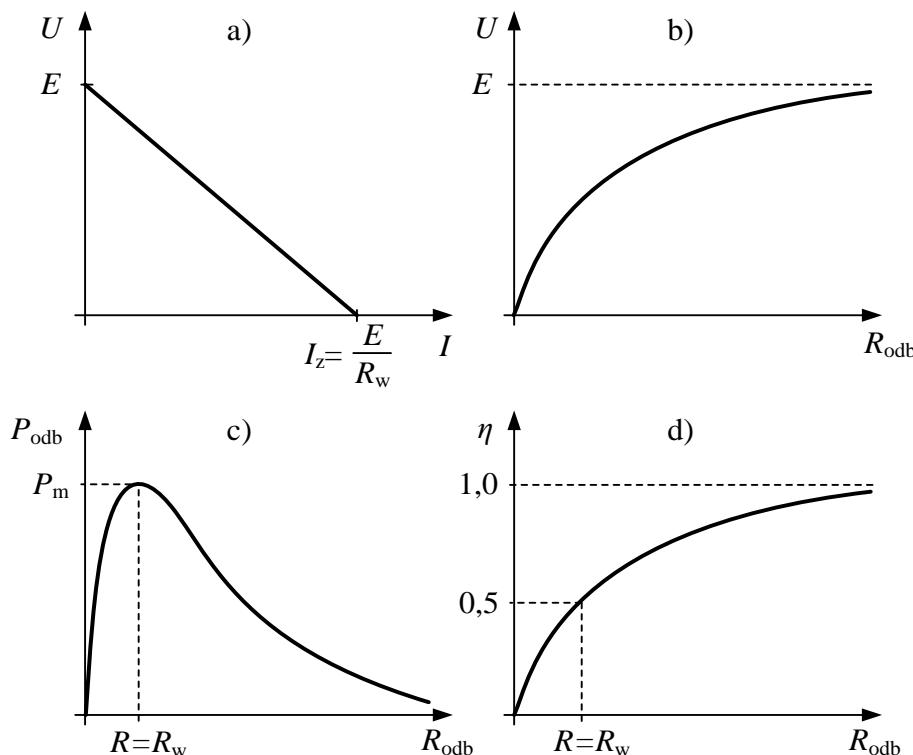


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Sprawność tego obwodu będzie wynosić

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{zr}}} = \frac{I^2 \cdot R_{\text{odb}}}{E \cdot I} = \frac{R_{\text{odb}}}{R_w + R_{\text{odb}}}. \quad (2.5)$$

Charakterystyki obciążeniowe źródła opisane powyższymi wzorami zostały przedstawione na rysunku 2.2.



Rys. 2.2. Charakterystyki obciążeniowe rzeczywistego źródła napięcia:  
a)  $U = f(I)$ , b)  $U = f(R_{\text{odb}})$ , c)  $P_{\text{odb}} = f(R_{\text{odb}})$ , d)  $\eta = f(R_{\text{odb}})$

**Stan jałowy** źródła występuje, jeśli do jego zacisków nie podłączono odbiornika ( $R_{\text{odb}} \rightarrow \infty$ ) i w obwodzie nie płynie prąd. Natomiast w **stanie zwarcia** ( $R_{\text{odb}} = 0$ ) w obwodzie płynie prąd o największym możliwym natężeniu  $I_Z = \frac{E}{R_w}$ . W **stanie dopasowania** do odbiornika dociera ze źródła o danych parametrach największa możliwa moc. Aby wyznaczyć warunek stanu dopasowania należy rozwiązać równanie:

$$\frac{dP}{dR_{\text{odb}}} = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dR_{\text{odb}}} \left( E^2 \frac{R_{\text{odb}}}{(R_w + R_{\text{odb}})^2} \right) = 0, \quad (2.7)$$

$$E^2 \frac{R_w - R_{\text{odb}}}{(R_w + R_{\text{odb}})^3} = 0. \quad (2.8)$$



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

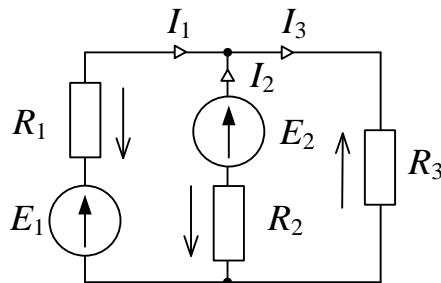


Warunkiem dopasowania jest rezystancja odbiornika równa rezystancji wewnętrznej źródła napięcia  $R_{\text{odb}} = R_w$ . Należy pamiętać, że w stanie dopasowania do odbiornika dociera największa możliwa moc  $P_m = \frac{E^2}{4 \cdot R_w}$ , ale sprawność obwodu wynosi tylko 50% (rys. 2.2d).

**Pierwsze prawo Kirchhoffa** dotyczy bilansu prądów węzle obwodu – suma wartości chwilowych natężeń prądów jest równa zero. Oczywiście w bilansie należy uwzględnić zwrot prądów względem rozpatrywanego węzła.

Dla górnego węzła ze schematu na rysunku 2.3 należy zapisać równanie prądowe w postaci

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (2.9)$$



Rys. 2.3. Schemat obwodu rozgałęzionego

**Drugie prawo Kirchhoffa** dotyczy bilansu napięć w oczku obwodu – suma wartości chwilowych napięć w oczku jest równa zero. W bilansie takim należy uwzględnić zwrot napięć względem przyjętego obiegu oczka.

Przed zapisaniem równania napięciowego dobrze jest oznać strzałkami napięcia na elementach pasywnych obwodu. Na rysunku 2.3 wykonano tę czynność stosując zasadę, że napięcia odbiornikowe strzałkuje się w kierunku przeciwnym do przyjętego w danej gałęzi kierunku prądu. Przy takim założeniu grot strzałki napięcia wskazuje końcówkę elementu biernego o wyższym potencjalnym elektrycznym.

Zakładając kierunek zegarowy obiegu obu oczek, dla oczka po lewej stronie rysunku 2.3 należy zapisać równanie napięciowe w postaci

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 - E_2 + R_2 \cdot I_2 = 0, \quad (2.10)$$

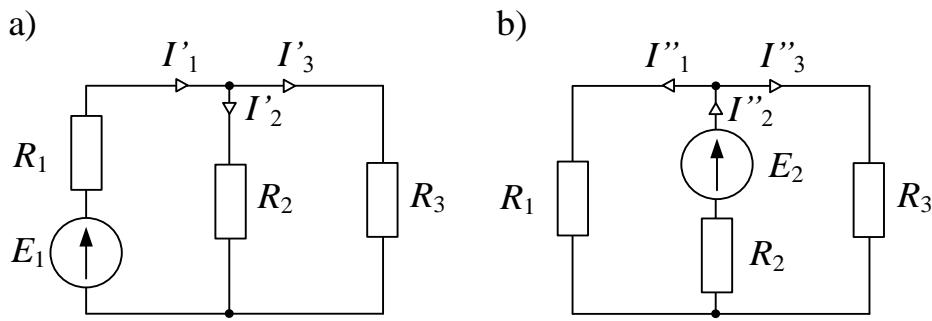
a dla oczka po prawej stronie schematu

$$E_2 - R_3 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = 0. \quad (2.11)$$

Stosując **twierdzenie o superpozycji** można wyznaczyć odpowiedź obwodu liniowego na jednoczesne działanie wielu wymuszeń – odpowiedź w takiej sytuacji jest równa sumie odpowiedzi na każde wymuszenie osobno. Oczywiście sumując natężenia prądów należy uwzględniać ich kierunki (znaki). Obwody nieliniowe nie spełniają zasadysy superpozycji.

Budując schematy zastępcze dla pojedynczych źródeł na potrzeby superpozycji należy pamiętać o zasadach eliminacji pozostałych źródeł: idealne źródła napięcia zastępuje się zwarciem, idealne źródła prądu – przerwą.

Na rysunku 2.4 przedstawiono pomocnicze schematy a) i b) zadań częściowych przygotowanych dla obwodu z rysunku 2.3.



Rys. 2.4. Schematy pomocnicze do twierdzenia o superpozycji

Stosując podaną metodę można np. dla środkowej gałęzi ze schematu 2.3 zapisać równanie superpozycji

$$I_2 = -I'_2 + I''_2 = -\frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} + \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}, \quad (2.12)$$

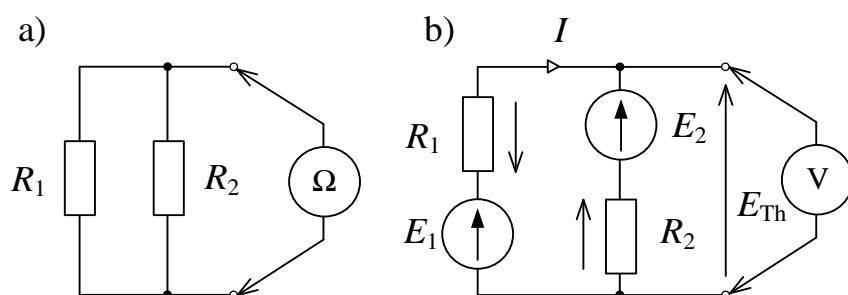
gdzie: \$I'\_2\$ – natężenie prądu wywołane przez źródło \$E\_1\$ działające samodzielnie (w zapisie wykorzystano m.in. równanie dzielnika prądu), \$I''\_2\$ – natężenie prądu wywołane w środkowej gałęzi tylko przez źródło \$E\_2\$.

**Twierdzenie Thevenina** (twierdzenie o zastępczym źródle napięcia) pozwala zastąpić dowolnie skomplikowany liniowy obwód zasilania odbiornika układem równoważnym, złożonym tylko z jednego rzeczywistego źródła napięcia. Siła elektromotoryczna tego zastępczego źródła jest równa napięciu na zaciskach, do których podłączony był odbiornik (w stanie jałowym zasilającego), a rezystancja wewnętrzna zastępczego źródła jest równa rezystancji zastępczej obwodu zasilania w wersji pasywnej (po wyeliminowaniu źródeł energii wg zasad podanych przy twierdzeniu o superpozycji).

Zakładając, że w obwodzie z rysunku 2.3 odbiornikiem energii jest rezistor \$R\_3\$, a pozostałe elementy tworzą układ zasilania, można narysować schematy ułatwiające wyznaczania parametrów zastępczego źródła Thevenina (rys. 2.5) i zapisać wzory:

$$R_{\text{Th}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad (2.13)$$

$$E_{\text{Th}} = E_2 + I \cdot R_2 = E_2 + \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} R_2. \quad (2.14)$$

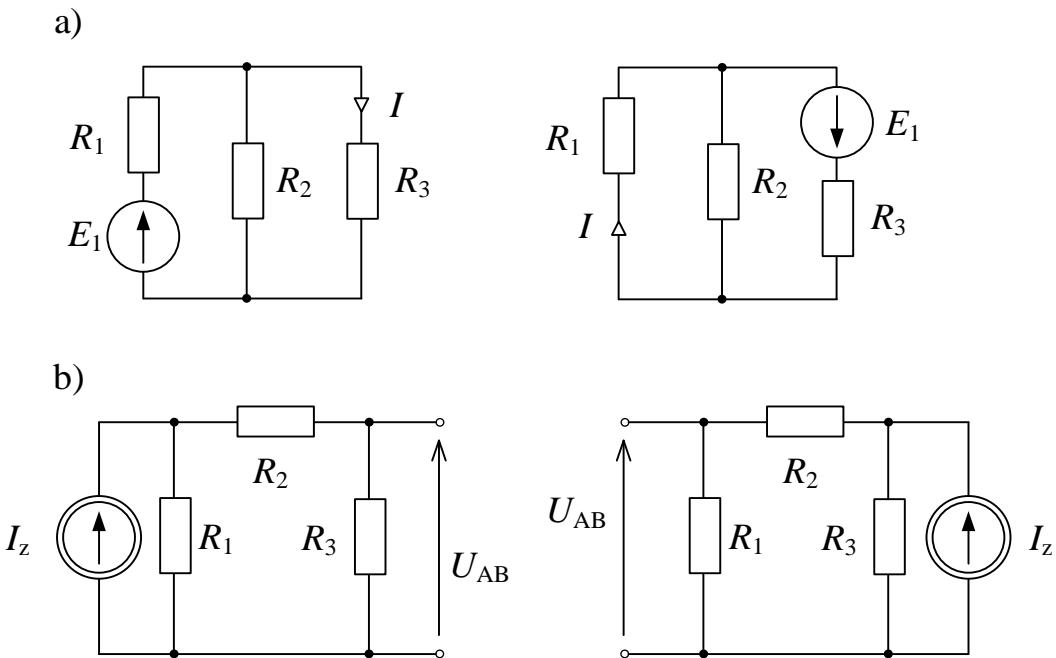


Rys. 2.5. Schematy pomocnicze do wyznaczania parametrów źródła Thevenina:  
a) wyznaczanie rezystancji wewnętrznej, b) wyznaczanie siły elektromotorycznej



**Twierdzenia o wzajemności** są słuszne dla obwodów liniowych rozgałęzionych z pojedynczym źródłem energii. Jeżeli źródło napięcia  $E$  znajdujące się w gałęzi X wywołuje w gałęzi Y prąd o natężeniu  $I$ , to po przeniesieniu tego źródła do gałęzi Y, w gałęzi X pojawi się prąd o natężeniu  $I$ . Jest to **wersja oczkowa** twierdzenia o wzajemności (rys. 2.6a).

**Wersja węzlowa** twierdzenia, pozwala wnioskować, że jeżeli źródło prądu  $I_Z$  działające w gałęzi X wywołuje napięcie  $U_{AB}$  pomiędzy węzłami A i B innej gałęzi, to po podłączeniu tego źródła do węzłów A i B takie samo napięcie  $U_{AB}$  pojawi się na zaciskach otwartej gałęzi X (rys. 2.6b).



Rys. 2.6. Schematy obrazujące twierdzenie o wzajemności: a) wersja oczkowa, b) wersja węzlowa

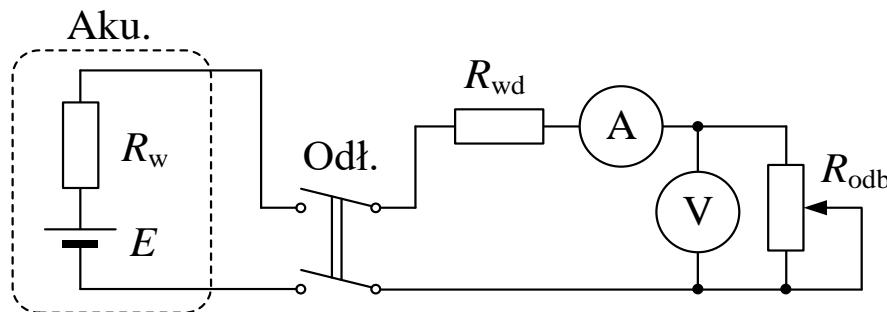
### Pytania kontrolne

1. Parametry i charakterystyki rzeczywistego źródła napięcia; stany pracy.
2. I i II prawo Kirchhoffa.
3. Twierdzenie o superpozycji.
4. Twierdzenie Thevenina.
5. Twierdzenia o wzajemności.

### Zadanie 2.1. Badanie rzeczywistego źródła napięcia stałego

W układzie z rysunku 2.7 należy przeprowadzić badanie charakterystyki zewnętrznej rzeczywistego źródła napięcia stałego. Przed rozpoczęciem pomiarów należy odczytać i zanotować dopuszczalne natężenia prądów dla wykorzystywanych rezystorów. Przekraczanie wartości dopuszczalnych skutkuje przegrzewaniem tych elementów i ich uszkodzeniami termicznymi.

Serię pomiarową warto rozpocząć od pomiaru siły elektromotorycznej  $E$  badanego źródła (napięcie na zaciskach nieobciążonego źródła). Następnie należy wykonywać pomiary napięcia na odbiorniku i natężenia prądu w obwodzie, zmieniając wartość rezystancji odbiornika  $R_{\text{odb}}$ .



Rys. 2.7. Schemat układu pomiarowego do badania stanu obciążenia rzeczywistego źródła napięcia stałego (Aku. – akumulator – rzeczywiste źródło napięcia stałego, Odł. – odłącznik stanowiskowy,  $R_{wd}$  – rezistor dodatkowy powiększający rezystancję wewnętrzną źródła  $R_w$ , A – amperomierz prądu stałego, V – woltomierz napięcia stałego,  $R_{odb}$  – rezistor suwakowy – odbiornik energii o regulowanej rezystancji)

Tabela 2.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania rzeczywistego źródła napięcia stałego

lp.	siła elektromotoryczna źródła $E$ =						
	$U$	$I$	$R_{odb}$	$R_w$	$P_{zr}$	$P_{odb}$	$\eta$
	V	A	$\Omega$	$\Omega$	W	W	-
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
$R_{wśr} =$							

## Opracowanie wyników

Obliczenia należy wykonać zakładając, że siła elektromotoryczna  $E$  badanego źródła napięcia nie ulegała zmianom w czasie serii pomiarowej. W sprawozdaniu należy wykonać następujące wykresy:

- napięcia na zaciskach odbiornika w funkcji prądu  $U = f(I)$ ,
- natężenia prądu w funkcji rezystancji odbiornika  $I = f(R_{odb})$ ,
- napięcia na zaciskach odbiornika w funkcji jego rezystancji  $U = f(R_{odb})$ ,
- mocy odbiornika w funkcji jego rezystancji  $P_{odb} = f(R_{odb})$ ,
- sprawności zasilania w funkcji rezystancji odbiornika  $\eta = f(R_{odb})$ .

Znając parametry źródła  $E$  i  $R_{wśr}$  należy obliczyć maksymalną moc odbiornika w stanie dopasowania i porównać ją z największą wartością odczytaną z wykresu  $P_{odb} = f(R_{odb})$ .



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



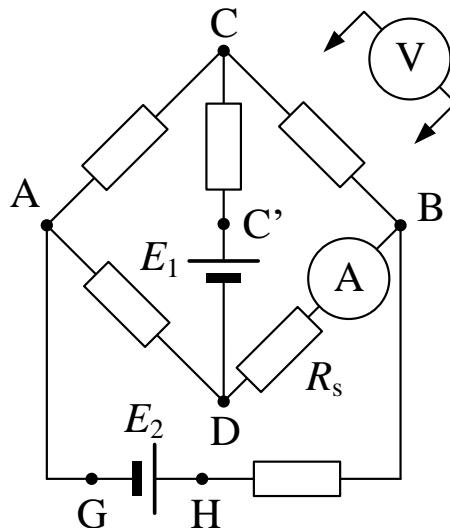
Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



### Zadanie 2.2. Sprawdzenie II prawa Kirchhoffa

W układzie z rysunku 2.8 należy wykonać pomiary napięć pomiędzy węzłami gałęzi elektrycznych tworzących oczko obwodu. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli 2.2.



Rys. 2.8. Schemat układu pomiarowego do sprawdzania praw Kirchhoffa ( $E_1, E_2$  – akumulatory,  $R_s$  – rezystor suwakowy,  $A$  – amperomierz prądu stałego,  $V$  – woltomierz napięcia stałego)

Tabela 2.2. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do sprawdzania II prawa Kirchhoffa

oczko	pomiary napięcia		równanie i bilans napięć w oczku	
	oznaczenie	wartość	$\Sigma U$	
		V	V	V
ACC'DA	$U_{CA}$			
	$U_{C'C}$			
	$U_{C'D}$			
	$U_{AD}$			
BCC'DB	$U_{CB}$			
	$U_{C'C}$			
	$U_{C'D}$			
	$U_{BD}$			
ADBHG	$U_{AD}$			
	$U_{BD}$			
	$U_{HB}$			
	$U_{HG}$			

### Opracowanie wyników

Dla dwóch wybranych oczek obwodu sformułować równania napięciowe i obliczeniowo potwierdzić słuszność II prawa Kirchhoffa. Zapisać treść napięciowego prawa Kirchhoffa.

Na podstawie zmierzonych napięć, należy wykonać wykres potencjałów elektrycznych w kolejnych węzłach obwodu ACC'DBHG. W celu obliczenia potencjałów założyć zerowy potencjał odniesienia jednego z węzłów (np. węzła A).



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



### Zadanie 2.3. Sprawdzenie I prawa Kirchhoffa

Wyniki pomiarów napięć ma gałęziach obwodu należy przenieść z poprzedniego zadania. Z układu pokazanego na rysunku 2.8 należy odłączyć źródła napięcia oraz amperomierz, a następnie posługując się omomierzem, zmierzyć rezystancje elementów pasywnych znajdujących się w gałęziach tego obwodu. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli 2.3.

Tabela 2.3. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do sprawdzenia I prawa Kirchhoffa

węzeł	pomiary napięcia		pomiary rezystancji		natężenia prądów	
	oznaczenie	wartość	oznaczenie	wartość	oznaczenie	wartość
		V		Ω		mA
A	$U_{CA}$		$R_{CA}$		$I_{CA}$	
	$U_{AD}$		$R_{AD}$		$I_{AD}$	
	$U_{HB}$		$R_{HB}$		$I_{HB}$	
B	$U_{CB}$		$R_{CB}$		$I_{CB}$	
	$U_{BD}$		$R_{BD}$		$I_{BD}$	
	$U_{HB}$		$R_{HB}$		$I_{HB}$	
C	$U_{CA}$		$R_{CA}$		$I_{CA}$	
	$U_{CB}$		$R_{CB}$		$I_{CB}$	
	$U_{C'C}$		$R_{C'C}$		$I_{C'C}$	
D	$U_{AD}$		$R_{AD}$		$I_{AD}$	
	$U_{BD}$		$R_{BD}$		$I_{BD}$	
	$U_{C'C}$		$R_{C'C}$		$I_{C'C}$	
równanie i bilans natężeń prądów w węźle A						
A						
B						
C						
D						

### Opracowanie wyników

Korzystając z prawa Ohma należy obliczyć natężenia prądów w gałęziach obwodu. Następnie dla trzech wybranych węzłów tego obwodu sformułować równania prądowe i obliczeniowo potwierdzić słuszność I prawa Kirchhoffa. Zapisać treść prądowego prawa Kirchhoffa.

### Zadanie 2.4. Sprawdzenie twierdzenia o superpozycji

W układzie z rysunku 2.8 należy wykonać pomiary natężenia prądu w gałęzi włączonej pomiędzy węzły B i D w następujących konfiguracjach źródeł zasilania:

- zasilanie z obu źródeł napięcia (schemat jak na rysunku 2.8) – natężenie  $I$ ,
- zasilanie tylko ze źródła  $E_1$  (źródło  $E_2$  odłączone, a zaciski do których było wcześniej podłączone – zwarte) – natężenie  $I'$ ,
- zasilanie tylko ze źródła  $E_2$  (źródło  $E_1$  odłączone, a zaciski do których było wcześniej podłączone – zwarte) – natężenie  $I''$ .

Wyniki pomiarów należy zanotować w tabeli 2.4.

Tabela 2.4. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do sprawdzenia twierdzenia o superpozycji

<b>I</b>	<b>I'</b>	<b>I''</b>	<b>I'+I''</b>
<b>mA</b>	<b>mA</b>	<b>mA</b>	<b>mA</b>

### Opracowanie wyników

Należy obliczyć sumę prądów  $I'+I''$  wywołanych przez każde źródło osobno i porównać jej wartość ze zmierzonym natężeniem  $I$  przy obu działających źródłach. Na podstawie uzyskanych wyników sformułować treść twierdzenia o superpozycji.

### Zadanie 2.5. Sprawdzenie twierdzenia Thevenina

W układzie z rysunku 2.8 należy wykonać następujące pomiary:

- napięcia  $U_{BD}$  na gałęzi z odbiornikiem oznaczonym  $R_s$  i amperomierzem podczas normalnej pracy obwodu,
- natężenia prądu odbiornika  $I$  w gałęzi BD podczas normalnej pracy obwodu,
- napięcia  $U_{0BD}$  w stanie jałowym obwodu zasilającego (wyznaczenie siły elektromotorycznej zastępczego źródła Thevenina), tzn. po odłączeniu odbiornika  $R_s$  ( $R_s \rightarrow \infty$ ),
- natężenia prądu  $I_Z$  w stanie zwarcia zacisków obwodu zasilającego ( $R_s = 0$ ),
- rezystancji zastępczej  $R'$  wersji pasywnej obwodu zasilającego (wyznaczenie rezystancji wewnętrznej zastępczego źródła Thevenina) – pomiar należy wykonać omamierzem po odłączeniu źródeł napięcia i zwarciu zacisków, do których były one podłączone.

Wyniki pomiarów należy zanotować w tabeli 2.5.

Tabela 2.5. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do sprawdzenia twierdzenia Thevenina

<b>U<sub>BD</sub></b>	<b>I</b>	<b>R<sub>s</sub></b>	<b>U<sub>0BD</sub></b>	<b>I<sub>Z</sub></b>	<b>R</b>	<b>R'</b>	<b>I<sub>OBL</sub></b>	<b>I'<sub>OBL</sub></b>
<b>V</b>	<b>mA</b>	<b>Ω</b>	<b>V</b>	<b>mA</b>	<b>Ω</b>	<b>Ω</b>	<b>mA</b>	<b>mA</b>

### Opracowanie wyników

Należy wyznaczyć rezystancję odbiornika  $R_s$  metodą techniczną:

$$R_s = \frac{U_{BD}}{I} . \quad (2.15)$$

Wyznaczyć rezystancję wersji pasywnej obwodu zasilającego (rezystancja wewnętrzna zastępczego źródła Thevenina) na podstawie pomiarów stanu jałowego i stanu zwarcia:

$$R = \frac{U_{0BD}}{I_Z} . \quad (2.16)$$

Obliczyć dwiema metodami natężenia prądu odbiornika  $I_{OBL}$  oraz  $I'^{OBL}$ :

$$I_{OBL} = \frac{U_{0BD}}{R + R_s} , \quad (2.17)$$



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

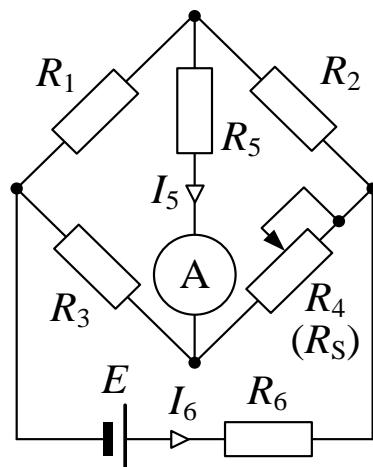
$$I'_{\text{OBL}} = \frac{U_{\text{OBD}}}{R' + R_s}. \quad (2.18)$$

Należy następnie porównać obie obliczone wartości z natężeniem zmierzonym  $I$ , wyjaśniając ewentualne rozbieżności oraz sformułować treść twierdzenia Thevenina.

### Zadanie 2.6. Sprawdzenie zasady wzajemności

W układzie z rysunku 2.9 należy wykonać pomiary wg następującej procedury:

- doprowadzić mostek elektryczny do stanu równowagi tzn. regulując rezystancję  $R_4$  ( $R_s$ ) sprowadzić natężenie prądu w środkowej gałęzi  $I_5$  do zera,
- zamienić miejscami źródło napięcia  $E$  i amperomierz, zmierzyć natężenie prądu  $I_6$ ,
- wyprowadzić mostek ze stanu równowagi ustawiając za pomocą rezystora  $R_4$  ( $R_s$ ) niezerowe natężenie prądu  $I'_6$ ,
- ponownie zamienić miejscami źródło napięcia  $E$  i amperomierz, zmierzyć natężenie prądu  $I'_5$ .



Rys. 2.9. Schemat układu pomiarowego do sprawdzania zasady wzajemności  
( $E$  – akumulator,  $R_s$  – rezystor suwakowy,  $A$  – amperomierz prądu stałego)

Wyniki pomiarów należy zanotować w tabeli 2.6.

Tabela 2.6. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do sprawdzania zasady wzajemności

$I_5$ mA	$I_6$ mA	$I'_6$ mA	$I'_5$ mA

### Opracowanie wyników

Należy wyjaśnić ewentualne rozbieżności w pomiarach, sformułować treść zasady wzajemności w postaci oczkowej.

## LABORATORIUM 3. SYGNAŁY ELEKTRYCZNE

### Cel laboratorium

Celem zajęć jest poznanie definicji wartości średniej, wartości średniej półokresowej wartości skutecznej oraz współczynników szczytu i kształtu sygnałów okresowych; sposobów mierzenia tych wartości sygnałów. Zostaną przedstawione zasady posługiwania się generatorem sygnałowym i oscyloskopem cyfrowym.

### Zakres tematyczny zajęć

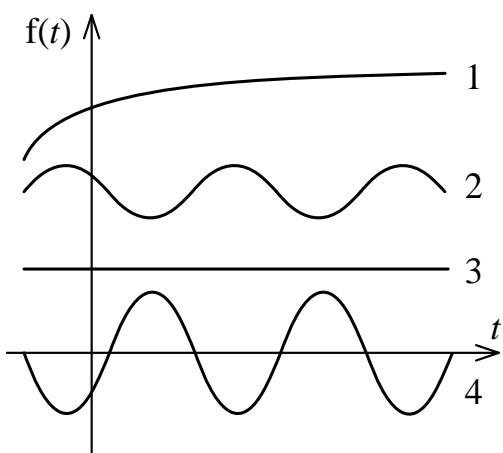
- Pomiar wartości średniej i skutecznej sygnałów okresowych z użyciem woltomierza i amperomierza oraz wbudowanych algorytmów oscyloskopu cyfrowego. Pomiar wartości maksymalnej sygnału z użyciem oscyloskopu.
- Rejestrowanie przebiegów elektrycznych z wykorzystaniem oscyloskopu.
- Wyznaczanie współczynnika szczytu i kształtu sygnału okresowego – określanie wartości średniej półokresowej.

### Wiadomości ogólne

**Sygnal** to funkcja opisująca wielkość fizyczną np. natężenie prądu lub napięcie. **Sygnały ciągłe** (analogowe) opisują wielkość fizyczną w każdej chwili czasu. **Sygnały dyskretne** opisują wielkość w określonych (dyskretnych) chwilach czasu. Szczególnym rodzajem sygnału dyskretnego jest **sygnał cyfrowy**, którego nie tylko dziedzina, ale także wartości są dyskretne. W ćwiczeniu będą badane sygnały ciągłe.

Klasyfikacja sygnałów analogowych:

- stałe,
- zmienne:
  - okresowe (periodyczne):
    - przemienne (wartość średnia równa zero),
    - tętniące (wartość średnia różna od zera);
  - nieokresowe (aperiodyczne).



Rys. 3.1. Sygnały analogowe: 1 – aperiodyczny, 2 – tętniący, 3 – stały, 4 – przemienisty



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

**Wartość średnia całookresowa** (ang. average value, AVG) to średnia arytmetyczna sygnału obliczona dla jednego okresu  $T$ :

$$\bar{F} = F_{\text{SR}} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt, \quad (3.1)$$

gdzie:  $t_0$  – chwila początkowa.

Wartość średnia pozwala obliczać ładunek elektryczny, jaki przepłynął przez obwód, a tym samym oceniać energię elektryczną zgromadzoną w zasobnikach energii (np. w kondensatorach lub akumulatorach).

Wartość średnia całookresowa sygnałów przemiennych (np. sygnału sinusoidalnego) wynosi zero.

**Wartość średnia półokresowa** (ang. average rectified value, ARV) to średnia arytmetyczna sygnału wyznaczona dla połowy okresu  $T$ :

$$\bar{F}_{\frac{T}{2}} = F_{\text{SR}_{\frac{T}{2}}} = \frac{2}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+\frac{T}{2}} f(t) dt. \quad (3.2)$$

Wartość średnia półokresowa liczbowo odpowiada wartości średniej całookresowej obliczonej z wartości bezwzględnej sygnału (wartości średniej wyprostowanego przebiegu):

$$\bar{F}_{\frac{T}{2}} = F_{\text{SR}_{\frac{T}{2}}} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)| dt. \quad (3.3)$$

Wartość średnia półokresowa jest stosowana do opisu sygnałów przemiennych. Przykładowo, dla sygnału sinusoidalnego wynosi  $F_{\text{SR}_{\frac{T}{2}}} = \frac{2 \cdot F_m}{\pi} = 0,637 \cdot F_m$ , gdzie  $F_m$  to amplituda sinusoidy.

**Wartość skuteczna** (ang. root-mean-square, RMS – pierwiastek kwadratowy średniej za okres z kwadratu funkcji) określa parametry energetyczne sygnału. Wartość skuteczna sygnału okresowego jest to taka wartość natężenia sygnału stałego, który płynąc w czasie jednego okresu spowoduje ten sam efekt cieplny, co dany sygnał zmienny:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} [f(t)]^2 dt}. \quad (3.4)$$

Wartość skuteczna jest wykorzystywana do obliczeń mocy, energii, rozproszonego ciepła itp. Dla przebiegu sinusoidalnego wartość skuteczna wynosi  $F = \frac{F_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 F_m$ .

**Współczynnik szczytu** (współczynnik amplitudy, ang. crest factor) to stosunek wartości maksymalnej do wartości skutecznej sygnału:

$$k_a = \frac{F_m}{F}. \quad (3.5)$$

Dla sygnału sinusoidalnego współczynnik szczytu wynosi  $k_a = \sqrt{2} \approx 1,41$ .

**Współczynnik kształtu** (ang. form factor) to stosunek wartości skutecznej do wartości średniej całookresowej sygnału, a w przypadku sygnałów przemiennych – do wartości średniej półokresowej:

$$k_s = \frac{F}{F_{SR}}. \quad (3.6)$$

Dla sygnału sinusoidalnego współczynnik kształtu wynosi  $k_k = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$ .

### Pytania kontrolne

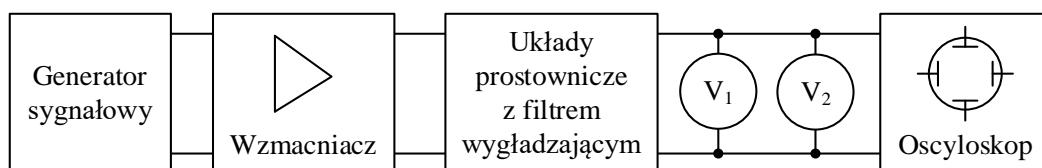
1. Klasyfikacja sygnałów elektrycznych.
2. Wartość średnia sygnału okresowego – definicja, zastosowanie, obliczanie.
3. Wartość średnia półokresowa – definicja, ograniczenia posługiwanego się tą wartością, wyznaczanie wartości.
4. Wartość skuteczna sygnału okresowego – definicja, zastosowanie, wyznaczanie.
5. Współczynnik szczytu – definicja, wyznaczanie wartości.
6. Współczynnik kształtu – definicja, wyznaczanie.

### Zadanie 3.1. Badanie sygnałów okresowych w obwodach prostowniczych

Należy połączyć układ pomiarowy wg schematu blokowego pokazanego na rysunku 3.2. Ustawić częstotliwość generatora sygnałowego w przedziale 50÷200 Hz i sinusoidalny kształt sygnału generowanego. Posługując się oscyloskopem, dobrać amplitudę wyjściową generatora tak, aby była ona możliwie największa, ale nie powodowała przesterowania wzmacniacza w badanym układzie (brak widocznych odkształceń przebiegu – brak tzw. obcinania). Następnie przeprowadzić pomiary amplitudy (oscyloskop) oraz wartości średniej i skutecznej (woltomierze i ewentualnie oscyloskop) sygnału sinusoidalnego, sinusoidalnego po prostowaniu jednopołówkowym, po prostowaniu dwupołówkowym i po prostowaniu dwupołówkowym z filtrem wygładzającym.

Pomiary należy powtórzyć dla sygnału przemiennego trójkątnego oraz przemiennego prostokątnego. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli 3.1.

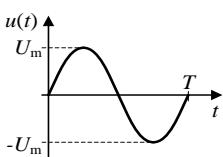
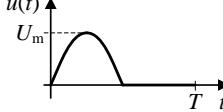
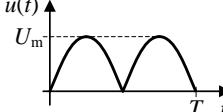
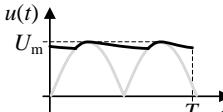
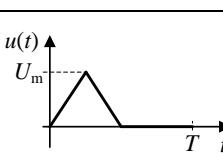
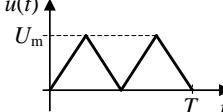
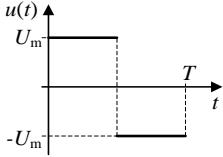
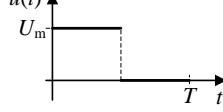
Na potrzeby dalszej analizy i omówienia wyników warto zarejestrować przebiegi obserwowanych napięć (fotografia lub zrzut przebiegu z oscyloskopu cyfrowego). Szybki zrzut ekranu oscyloskopu DSO4254C do pliku w formacie BMP na podłączony wcześniej nośnik USB można wykonać przytrzymując wcisnięty przez 3 sekundy przycisk „Save/Recall”.



Rys. 3.2. Schemat blokowy układu pomiarowego do badania przebiegów napięcia na wyjściu układów prostowniczych ( $V_1$  – woltomierz napięcia stałego – wartości średniej,  $V_2$  – woltomierz napięcia zmiennego – wartości skutecznej)



Tabela 3.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania sygnałów okresowych w układach prostowniczych

lp.	rodzaj sygnału (idealny)	pomiar			obliczenia						
		$U_m$	$U_{AC}$	$U_{sr}$	$U$	$k_a$	$k_s$	$U'$	$U'_{sr}$	$k'_a$	$k'_s$
		V	V	V	V	-	-	V	V	-	-
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Istnieje także możliwość eksportu na nośnik USB zgromadzonych w pamięci oscyloskopu wartości chwilowych przebiegu do pliku w formacie CSV. Umożliwi to ewentualną analizę numeryczną zarejestrowanych danych. W tym celu należy:

- otworzyć menu obsługi danych naciskając przycisk „Save/Recall”,
- wybrać format CSV eksportowanych danych przyciskiem ”Type – F1”,
- przejść do menadżera plików – przycisk „Save – F2”,
- utworzyć nowy plik CSV wybierając przycisk „New – F1”,
- zdefiniować nazwę pliku korzystając z pokrętła uniwersalnego „VO”, okienka edycyjnego i widoku klawiatury,
- zapisać dane na noźniku „Save – F5”.

### Opracowanie wyników

Popularne cyfrowe mierniki uniwersalne, nawet te oznaczone symbolem „True RMS” mierzą wartość skuteczną sygnału zmennego wg definicji innej niż ta podana we wstępie do niniejszego ćwiczenia, czy w materiałach wykładowych. Różnica polega na zastosowaniu filtra składowej stałej mierzonego sygnału zmennego.

Aby wyznaczyć wartość skuteczną poprawnie i zgodnie z teorią obwodów konieczne jest przeliczenie wskazań woltomierza wg następującego wzoru:

$$U = \sqrt{U_{\text{sr}}^2 + U_{\text{AC}}^2}, \quad (3.7)$$

gdzie:  $U_{\text{AC}}$  – to wskazanie woltomierza na zakresie AC.

Należy obliczyć wartość współczynnika szczytu  $k_A$  i współczynnika kształtu  $k_s$  korzystając ze zmierzonej amplitudy  $U_m$ , wyliczonej wartości  $U$  (wg wzoru 3.7) i zmierzonego  $U_{\text{sr}}$ .

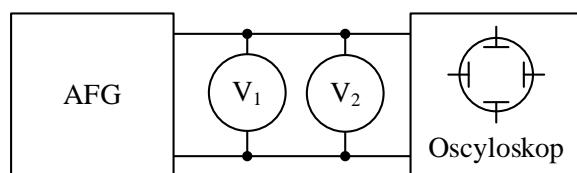
Następnie, bazując na zmierzonej amplitudzie  $U_m$  oraz na wzorach dla sygnałów idealnych, należy obliczyć teoretyczną wartość skuteczną napięcia  $U'$  i jego wartość średnią  $U'_{\text{sr}}$ . Dla sygnałów przemiennych należy sięgnąć do definicji wartości średniej półokresowej.

Korzystając z wyników teoretycznych powtórzyć obliczenia wartości współczynnika szczytu  $k_A$  i współczynnika kształtu  $k_s$ .

Wyjaśnić ewentualne rozbieżności pomiędzy wartościami z pomiarów i z obliczeń, posługując się zarejestrowanymi wcześniej przebiegami.

### Zadanie 3.2. Badanie sygnałów arbitralnych

Należy połączyć układ pomiarowy o schemacie blokowym przedstawionym na rysunku 3.3.



Rys. 3.3. Schemat blokowy układu pomiarowego do badania przebiegów arbitralnych  
(AFG – generator przebiegów arbitralnych,  $V_1$  – woltomierz napięcia stałego – wartości średniej,  
 $V_2$  – woltomierz napięcia zmennego – wartości skutecznej)

Pliki konfiguracyjne generatora sygnałowego z przebiegami o parametrach definiowanych przez użytkownika (przebiegi arbitralne) zostały zapisane wcześniej na wymiennym noźniku

danych (pendrive USB). Pliki oznaczono rozszerzeniem nazwy .ARB. Wczytanie przebiegu do wbudowanego generatora oscyloskopu DSO4254C powinno przebiegać w następujących krokach:

- poprawne podłączenie nośnika USB potwierdzone komunikatem i ikoną na ekranie,
- uruchomienie generatora sygnałowego – przycisk „Wave Gen” – potwierdzone podświetleniem zakładki G generatora na ekranie,
- ustawienie generowanej funkcji na jeden z czterech przebiegów użytkownika typu ARB – przycisk „Wave – F1”,
- wczytanie pliku – przycisk „Recall – F5” + obsługa przeglądarki plików za pomocą pokrętła uniwersalnego „VO”,
- ustawienie zadanej częstotliwości, amplitudy (lub wartości międzyszczytowej) i składowej stałej (przycisk „Offset – F4”).

Dla zadanych przez prowadzącego zajęcia amplitudy, składowej stałej (offset) i numerów plików sygnałowych wykonać rejestracje przebiegów (zdjęcie lub zrzut przebiegu z oscyloskopu cyfrowego) oraz przeprowadzić pomiary wartości maksymalnej (oscyloskop), wartości średniej i skutecznej napięcia (woltomierze). Należy ustawić częstotliwość generatora sygnałowego w przedziale 100÷400 Hz (w zakresie możliwości używanych woltomierzy). Wyniki zanotować w tabeli 3.2 z podaniem odniesienia do nazwy pliku badanego przebiegu.

Tabela 3.2. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania sygnałów arbitralnych

lp.	nazwa pliku konf. (nr przebiegu)	składowa stała	pomiary			obliczenia					
			$U_m$	$U_{AC}$	$U_{\text{sr}}$	$U$	$k_a$	$k_s$	$U'$	$U'_{\text{sr}}$	$k'_a$
			V	V	V	V	-	-	V	V	-
1											
2											
3											
4											
5											
6											

### Opracowanie wyników

Należy obliczyć wartość współczynnika szczytu  $k_A$  i współczynnika kształtu  $k_S$  korzystając ze zmierzonej amplitudy  $U_m$  i odnotowanych wskazań woltomierzy  $U$  i  $U_{\text{sr}}$ .

Przedstawić wykresy badanych przebiegów z czytelnym opisem osi czasu i osi napięcia. Następnie bazując na tych wykresach obliczyć wartość średnią (w razie potrzeby – średnią półokresową) i wartość skuteczną badanych sygnałów arbitralnych. Obowiązuje pełne wyprowadzenie wzorów. Dla tak uzyskanych wartości, powtórzyć obliczenia wartości współczynnika szczytu  $k'_a$  i współczynnika kształtu  $k'_s$ .

Należy wyjaśnić ewentualne rozbieżności pomiędzy wartościami z pomiarów i z obliczeń.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## LABORATORIUM 4. LINIOWE UKŁADY PRĄDU SINUSOIDALNEGO

### Cel laboratorium

Główym celem zajęć jest pozyskanie wiedzy podstawowej oraz zdobycie umiejętności doświadczalnego określenia kluczowych wielkości elektrycznych liniowych układów prądu sinusoidalnie zmiennego zawierających elementy elektroniczne  $R$ ,  $L$ ,  $C$ .

### Zakres tematyczny zajęć

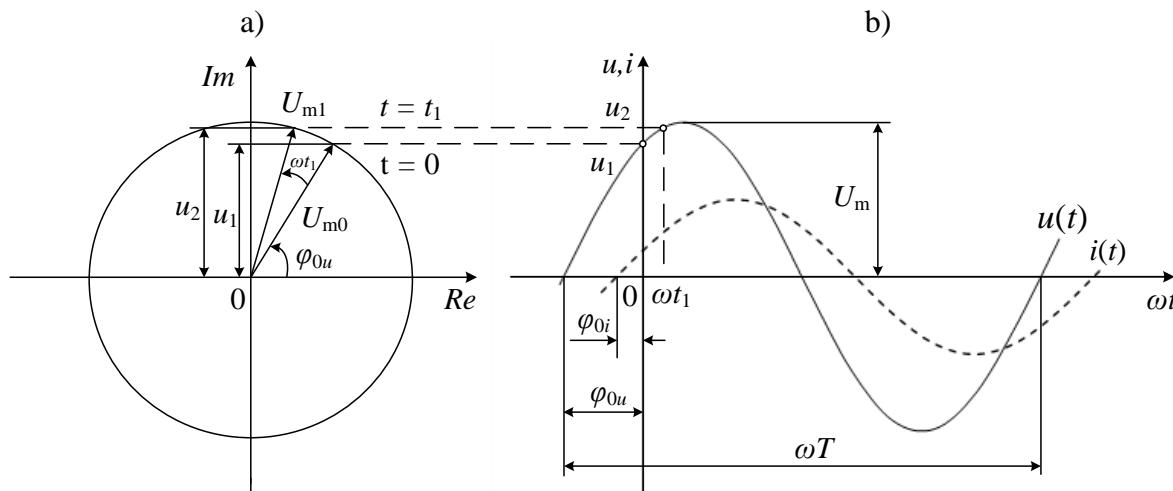
- Łączenie obwodów elektrycznych zawierających elementy  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , analogowe i cyfrowe przyrządy pomiarowe, bezpieczna obsługa obwodów.
- Wyznaczenie przebiegów sinusoidalnych napięcia i natężenia prądu na poszczególnych elementach elektronicznych, określenie przesunięcia fazowego pomiędzy nimi.
- Wyznaczenie parametrów impedancji zastępczej, pomiary wartości skutecznych napięcia i prądu w różnych kombinacjach połączeń elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$ .
- Wykreślenie wykresów wskazowych prądów i napięć w badanych obwodach.

### Wiadomości ogólne

Prądem sinusoidalnym w obwodzie elektrycznym nazywamy rodzaj prądu okresowo zmiennego, w przypadku którego jego charakterystyka czasowa  $i(t)$  przybiera kształt sinusoidy, natomiast zmiany w czasie jego wartości chwilowych  $i$  mogą być wyrażone równaniem:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (4.1)$$

gdzie  $i(t)$  – wartość chwilowa natężenia prądu,  $I_m$  – amplituda natężenia prądu,  $\omega$  – pulsacja (częstotliwość kołowa) oraz  $\varphi_0$  – faza początkowa prądu w chwili  $t = 0$ .



Rys. 4.1. Związek pomiędzy wektorem wirującym na płaszczyźnie zespolonej a sygnałami sinusoidalnymi: a) wektor o amplitudzie  $U_m$  wirujący z prędkością kątową  $\omega$ ; b) sygnał sinusoidalny napięciowy (linia ciągła) oraz prądowy (linia przerywana)



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

W przypadku sinusoidalnego sygnału napięciowego charakterystyka  $u(t)$  jest opisywana zależnością:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (4.2)$$

gdzie  $u(t)$  – wartość chwilowa napięcia,  $U_m$  – amplituda sygnału napięciowego.

Do analizy obwodów elektrycznych z wymuszeniem sinusoidalnych służy **metoda liczb zespolonych**, polegająca na wyrażeniu wielkości sinusoidalnej za pomocą tzw. **wektora wirującego**. Sygnał sinusoidalny jest traktowany jako rzut wektora wirującego na oś liczb urojonych. Powiązanie wektora wirującego z napięciowym sygnałem sinusoidalnym przedstawiono na rysunku 4.1. Z rysunku wynika, że wektor wirujący jest nachylony względem osi liczb rzeczywistych pod kątem  $\varphi_{0u}$ , natomiast wartość chwilowa napięcia  $u_1$  w chwili  $t = 0$  wynosi  $u_1 = U_m \cdot \sin \varphi_{0u}$  oraz jest równa rzutowi na oś  $Re$ . Podobna sytuacja zachodzi w przypadku sygnału prądowego (linia przerywana) gdyż kąt nachylenia wektora względem osi  $Re$  oznaczono jako  $\varphi_{0i}$ .

**Przesunięciem fazowym  $\varphi$**  nazywana jest różnica faz początkowych dwóch porównywanych sygnałów sinusoidalnych o tej samej częstotliwości (o podobnym okresie powtarzalności  $T$ ). Przesunięcie fazowe pomiędzy natężeniem prądu  $i(t)$  a napięciem  $u(t)$ :

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{0i}), \quad (4.3)$$

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{0u}), \quad (4.4)$$

przedstawionych na rysunku 4.1, wynosi  $\varphi = \varphi_{0u} - \varphi_{0i}$ .

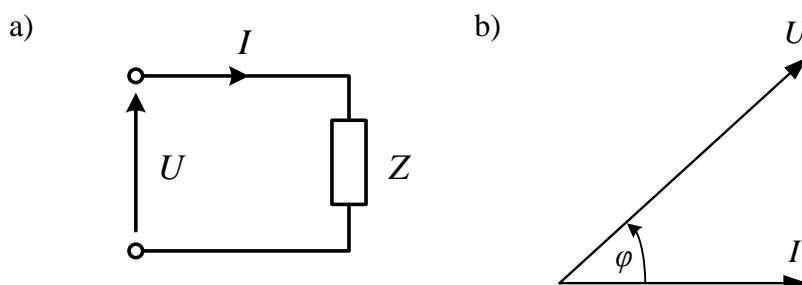
Z rysunku 4.1 widać, że sygnał o większej fazie początkowej  $\varphi_2$  (napięciowy) wyprzedza sygnał o mniejszej fazie  $\varphi_1$  (prądowy). Równie dobrze można powiedzieć, że sygnał  $i(t)$  opóźnia się w fazie względem sygnału  $u(t)$ . Jeżeli  $\varphi_2 = \varphi_1$  to sygnały są zgodne w fazie.

**Podstawowym prawem** obowiązującym w liniowym obwodzie prądu sinusoidalnego jest **Prawo Ohma** dla wartości skutecznych sygnałów:

$$U = Z \cdot I, \quad \text{lub} \quad I = Y \cdot U, \quad (4.5)$$

gdzie  $Z$  i  $Y$  – wartości **impedancji** oraz **admitancji** obwodu.

**Impedancją** nazywamy wielkość elektryczną charakteryzującą zależność pomiędzy napięciem a natężeniem prądu w liniowych obwodach prądu przemiennego. **Admitancja** jest wielkością odwrotną do impedancji oraz charakteryzuje przewodność elektryczną w obwodach z wymuszeniem sinusoidalnym.



Rys. 4.2. Prosty obwód elektryczny: a) schemat zastępczy, b) wykres wskazowy dla  $Z$

Na rysunku 4.2 przedstawiono przykład prostego obwodu prądu sinusoidalnego (część a) oraz wykres wskazowy prądu i napięcia na wypadkowej impedancji  $Z$  (część b).

Kąt fazowy  $\varphi$  impedancji  $Z$  może przebierać wartości z przedziału  $[-\pi/2; \pi/2]$  przy czym rozdzielane są następujące rodzaje impedancji:

- rezystancja, w przypadku gdy  $\varphi = 0$ ,
- reaktancja typowo indukcyjna, gdy  $\varphi = \pi/2$ ,
- reaktancja typowo pojemnościowa,  $\varphi = -\pi/2$ ,
- impedancja rezystancyjno-indukcyjna, gdy  $0 < \varphi < \pi/2$ ,
- impedancja rezystancyjno-pojemnościowa, gdy  $0 > \varphi > -\pi/2$ .

Tabela 4.1. Przesunięcie fazowe oraz wykresy wskazowe idealnych elementach pasywnych

Idealny element elektryczny	Sygnały sinusoidalne	Wykresy wskazowe
<b>Cewka indukcyjna</b> amplituda napięcia: $U_m = \omega \cdot L \cdot I_m$ przesunięcie fazowe: $\varphi = \varphi_{0u} - \varphi_{0i} = \frac{\pi}{2}$		
<b>Rezystor</b> amplituda napięcia: $U_m = R \cdot I_m$ przesunięcie fazowe: $\varphi = \varphi_{0u} = \varphi_{0i}$		
<b>Kondensator</b> amplituda prądu: $I_m = \omega \cdot C \cdot U_m$ przesunięcie fazowe: $\varphi = \varphi_{0u} - \varphi_{0i} = -\frac{\pi}{2}$		

Dowolna impedancja  $Z$  zawiera składową rzeczywistą  $R$  oraz składową urojoną  $X$ , jak pokazano na rysunku 4.3. Zależności pomiędzy impedancją zastępczą  $Z$  a poszczególnymi składowymi mogą być opisane w sposób:

$$R = Z \cdot \cos \varphi \quad \text{oraz} \quad X = Z \cdot \sin \varphi. \quad (4.6)$$

Wynika to z tzw. **trójkąta impedancji** przedstawionego na rysunku 4.3.a. Natomiast składowe admitancji  $Y$  mogą być wyznaczone za pomocą **trójkąta admitancji** (rys. 4.3.b), gdzie  $G$  – konduktancja oraz  $B$  – susceptancja obwodu.



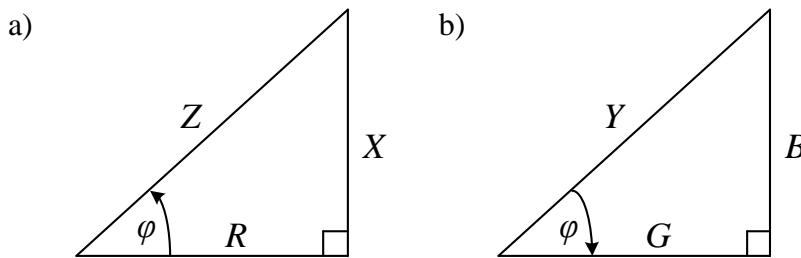
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 4.3. Przedstawienie graficzne trójkątów charakterystycznych: a) impedancji  
b) admitancji

W tabeli 4.1 przedstawiono przykładowe przebiegi sinusoidalne napięcia  $u(t)$  i natężenia prądu  $i(t)$ , wykresy wskazowe oraz informacje o przesunięciach fazowych na elementach pasywnych. Amplitudy prądów i napięć dla poszczególnych przypadków zależą od podstawowych własności elementów:  $L$  – indukcyjności,  $R$  – rezystancji oraz  $C$  – pojemności elektrycznej.

W szeregowym układzie połączeń elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$  (rys. 4.4.) impedancje odrębnych pasywnych elementów idealnych wynoszą:

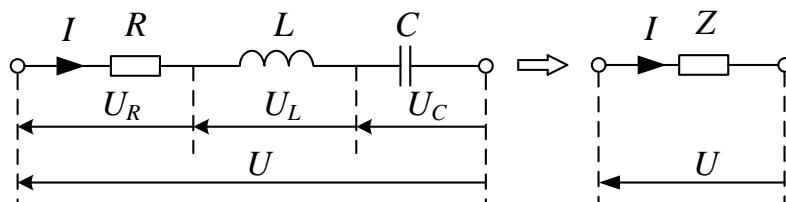
$$Z_R = R, \quad Z_L = j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L \quad \text{oraz} \quad Z_C = -j \cdot X_C = \frac{-j}{\omega \cdot C}. \quad (4.7)$$

Natomiast spadek napięcia na każdym z nich wynosi odpowiednio:

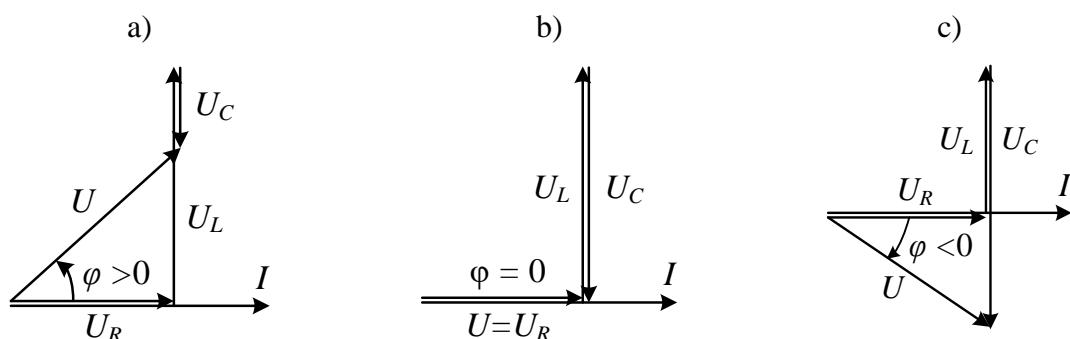
$$U_R = I \cdot R, \quad U_L = j \cdot \omega \cdot L \cdot I \quad \text{oraz} \quad U_C = \frac{-j \cdot I}{\omega \cdot C}. \quad (4.8)$$

W zależności od  $X$  oraz  $\varphi$  rozróżniają następujące rodzaje obwodów prądu sinusoidalnego:

- jeżeli  $X > 0$  oraz  $\varphi > 0$  – obwód wykazuje **charakter indukcyjny** (rys. 4.5.a),
- jeżeli  $X = 0$  oraz  $\varphi = 0$  – obwód demonstruje **charakter rezystancyjny** (rys. 4.5.b),
- jeżeli  $X < 0$  oraz  $\varphi < 0$  – obwód ma **charakter pojemnościowy** (rys. 4.5.c).

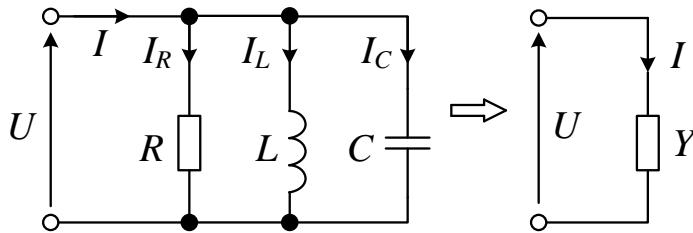


Rys. 4.4. Szeregowy obwód  $R$ ,  $L$ ,  $C$  oraz przejście do impedancji zastępczej  $Z$

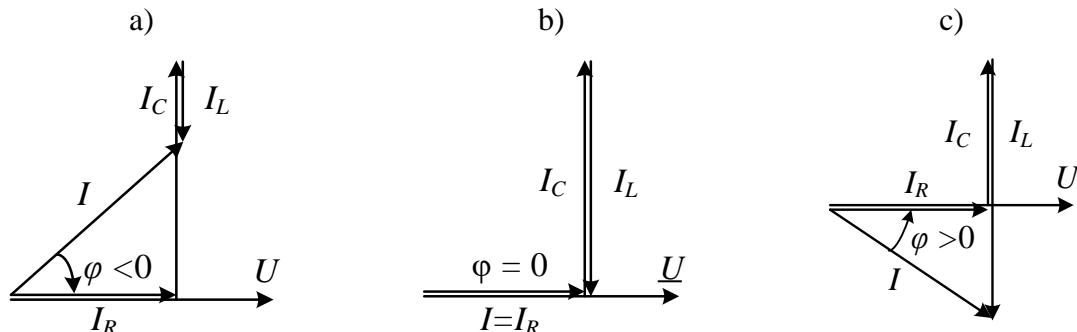


Rys. 4.5. Wykresy wskazowe dla poszczególnych rodzajów obwodów o impedancji zastępczej  $Z$ : a) indukcyjnego, b) rezystancyjnego, c) pojemnościowego





Rys. 4.6. Równoległy obwód R, L, C oraz przejście do admitancji zastępczej Y



Rys. 4.7. Wykresy wskazowe dla poszczególnych rodzajów obwodów o admitancji zastępczej Y: a) indukcyjnego, b) rezystancyjnego, c) pojemnościowego

W **równoległym** układzie połączeń elementów R, L, C (rys. 4.6.) admitancje odrębnych elementów wynoszą:

$$Y_R = G, \quad Y_L = -j \cdot B_L = \frac{-j}{\omega \cdot L} \quad \text{oraz} \quad Y_C = j \cdot B_C = j \cdot \omega \cdot C. \quad (4.9)$$

Natomiast natężenie prądu I przepływającego przez odpowiednie elementy wynosi:

$$I_R = U \cdot G, \quad I_L = \frac{-j \cdot U}{\omega \cdot L} \quad \text{oraz} \quad I_C = j \cdot \omega \cdot C \cdot U. \quad (4.10)$$

W zależności od susceptancji B oraz  $\varphi$  poprzedni podział obwodów wygląda następująco:

- jeżeli  $B < 0$  oraz  $\varphi > 0$  – obwód wykazuje **charakter indukcyjny** (rys. 4.7.a),
- jeżeli  $B = 0$  oraz  $\varphi = 0$  – obwód demonstruje **charakter rezystancyjny** (rys. 4.7.b),
- jeżeli  $B > 0$  oraz  $\varphi < 0$  – obwód ma **charakter pojemnościowy** (rys. 4.7.c).

### Pytania kontrolne

- Prąd sinusoidalny w liniowym obwodzie elektrycznym. Metoda liczb zespolonych do analizy obwodów z wymuszeniem sinusoidalnym.
- Przesunięcie fazowe w obwodach prądu sinusoidalnego. Prawo Ohma w prostym obwodzie liniowym.
- Sygnały sinusoidalne prądów i napięć dla podstawowych elementów elektronicznych – cewki, rezystora, kondensatora. Przesunięcie fazowe na poszczególnych elementach.
- Szeregowe połączenie elementów R, L, C. Charakteryzacja obwodów w zależności od wartości przesunięcia fazowego i reaktancji.
- Równoległe połączenie elementów R, L, C. Charakteryzacja obwodów w zależności od wartości przesunięcia fazowego i susceptancji.

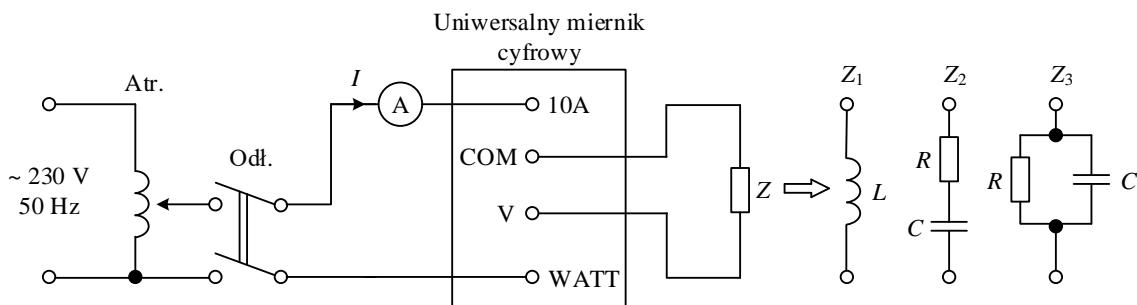


### Zadanie 4.1. Wyznaczenie parametrów impedancji zastępczej

Pomiary wartości skutecznych spadku napięcia  $U$  na poszczególnych elementach, prądów  $I$ , mocy pobieranej przez elementy  $P$  oraz współczynnika mocy  $\cos\varphi$  dla impedancji zastępczych  $Z_1$ ,  $Z_2$  oraz  $Z_3$  będą przeprowadzane przy użyciu schematu z rysunku 4.8.

Tabela 4.2. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania parametrów impedancji  $Z$

lp.		Wartości doświadczalne				Wartości obliczeniowe			
		$U$	$I$	$P$	$\cos\varphi$	$Z$	$\varphi$	$R$	$X$
		V	A	W	---	$\Omega$	°	$\Omega$	$\Omega$
$Z_1$	1								
	2								
	3								
$Z_2$	1								
	2								
	3								
$Z_3$	1								
	2								
	3								



Rys. 4.8. Schemat układu pomiarowego dla badania parametrów impedancji zastępczej  $Z$  przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A – amperomierz prądu zmennego, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $Z_1$ ,  $Z_2$  oraz  $Z_3$  – badane impedancje zastępcze)

Wyniki pomiarów parametrów należy zapisać do tabeli 4.2. Na podstawie danych obliczeniowych należy wykreślić trójkąty impedancji oraz wykresy wskazowe prądów i napięć dla poszczególnych przypadków. Dobrać optymalną skalę wektorową. Przy wykonaniu obliczeń trzeba pamiętać, że cewka rzeczywista posiada własną rezystancję  $R_L$ .

### Zadanie 4.2. Szeregowe połączenie elementów $R$ , $L$ , $C$

Pomiary wartości skutecznych napięcia zasilania  $U$ , spadków napięć  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , na poszczególnych elementach, prądu  $I$ , mocy pobieranej przez obwód  $P$ , oraz współczynnika mocy  $\cos\varphi$  dla poszczególnych elementów elektronicznych połączonych szeregowo będą realizowane według schematu pomiarowego przedstawionego na rysunku 4.9. Wyniki pomiarów i obliczeń należy zapisać do tabel 4.3 oraz 4.4.

Tabela 4.3. Wartości doświadczalne napięć i prądu w szeregowym obwodzie  $R$ ,  $L$ ,  $C$



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

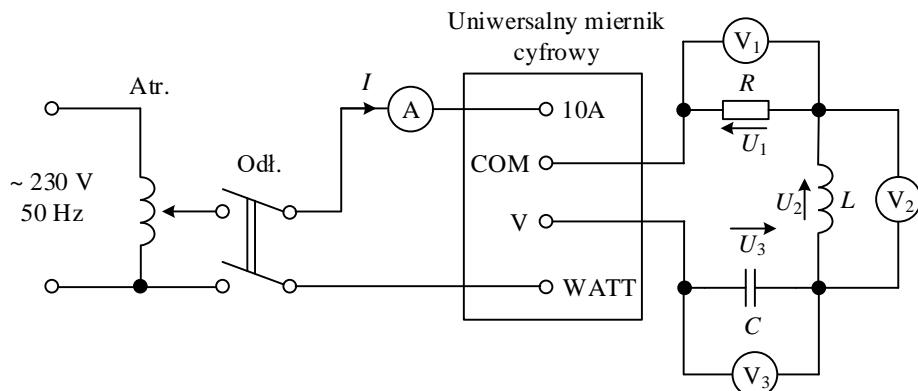


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

lp.	<b><i>U</i></b>	<b><i>I</i></b>	<b><i>U<sub>1</sub></i></b>	<b><i>U<sub>2</sub></i></b>	<b><i>U<sub>3</sub></i></b>	<b><i>P</i></b>	<b><math>\cos\varphi</math></b>
	<b>V</b>	<b>A</b>	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	---
1							
2							
3							
Śr.							

Tabela 4.4. Obliczenie impedancji i przesunięcia fazowego w szeregowym układzie  $R, L, C$

lp.	<b><i>Z</i></b>	<b><math>\varphi</math></b>	<b><i>Z<sub>1</sub></i></b>	<b><math>\varphi_1</math></b>	<b><i>Z<sub>2</sub></i></b>	<b><math>\varphi_2</math></b>	<b><i>Z<sub>3</sub></i></b>	<b><math>\varphi_3</math></b>	<b><i>Z<sub>obl</sub></i></b>
	<b><math>\Omega</math></b>	<b><math>^{\circ}</math></b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b><math>^{\circ}</math></b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b><math>^{\circ}</math></b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b><math>^{\circ}</math></b>	<b><math>\Omega</math></b>
1									
2									
3									
Śr.									



Rys. 4.9. Schemat układu pomiarowego dla badania szeregowego obwodu  $R, L, C$  przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A – amperomierz prądu przemiennego,  $V_1, V_2, V_3$  – woltomierze, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $R$  – rezystor liniowy,  $L$  – cewka,  $C$  – kondensator)

Na podstawie danych obliczeniowych należy wykreślić trójkąt impedancji oraz wykres wskazowy dla wybranej wartości prądu  $I$ . Przy wykonaniu obliczeń trzeba pamiętać, że cewka rzeczywista posiada swoją własną rezystancję  $R_L$ .

### Zadanie 4.3. Równoległe połączenie elementów $R, L, C$

Pomiary wartości skutecznych napięcia zasilania  $U$ , prądów  $I, I_1, I_2, I_3$ , w gałęziach obwodu, mocy pobieranej przez obwód  $P$ , oraz współczynnika mocy  $\cos\varphi$  dla poszczególnych elementów elektronicznych połączonych równolegle będą realizowane według schematu pomiarowego przedstawionego na rysunku 4.10. Wyniki pomiarów i obliczeń należy zapisać do tabel 4.5, 4.6. Podczas wykonania obliczeń należy uwzględnić własną rezystancję cewki rzeczywistej  $R_L$ . Na podstawie danych obliczeniowych należy wykreślić trójkąt admitancji i wykres wskazowy dla wybranej wartości napięcia zasilania  $U$ .



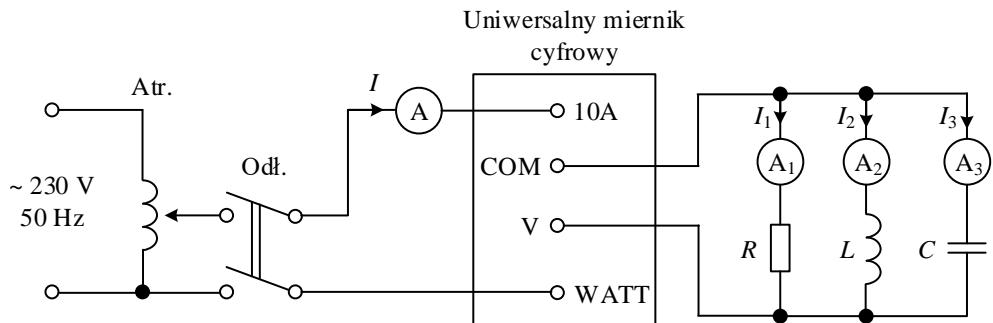
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 4.10. Schemat układu pomiarowego dla badania równoległego obwodu  $R, L, C$  przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  – amperomierze prądu zmiennego, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $R$  – rezystor liniowy,  $L$  – cewka indukcyjna bezrdzeniowa,  $C$  – kondensator)

Tabela 4.5. Wartości doświadczalne napięcia i prądów w równoległym obwodzie  $R, L, C$

lp.	<b><math>U</math></b>	<b><math>I</math></b>	<b><math>I_1</math></b>	<b><math>I_2</math></b>	<b><math>I_3</math></b>	<b><math>P</math></b>	<b><math>\cos\phi</math></b>
	<b>V</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>W</b>	---
1							
2							
3							
Śr.							

Tabela 4.6. Obliczenie admitancji i przesunięcia fazowego w równoległym układzie  $R, L, C$

lp.	<b><math>Y</math></b>	<b><math>\varphi</math></b>	<b><math>Y_1</math></b>	<b><math>\varphi_1</math></b>	<b><math>Y_2</math></b>	<b><math>\varphi_2</math></b>	<b><math>Y_3</math></b>	<b><math>\varphi_3</math></b>	<b><math>Y_{obl}</math></b>
	<b>mS</b>	<b>°</b>	<b>mS</b>	<b>°</b>	<b>mS</b>	<b>°</b>	<b>mS</b>	<b>°</b>	<b>mS</b>
1									
2									
3									
Śr.									

#### Zadanie 4.4. Układ kombinowany elementów $R, L, C$

Pomiary wartości skutecznych napięcia zasilania  $U$ , spadków napięć  $U_1, U_2$ , na poszczególnych elementach, prądów  $I, I_1, I_2$  w gałęziach obwodu, mocy pobieranej przez obwód  $P$ , oraz współczynnika mocy  $\cos\phi$  będą realizowane według schematu pomiarowego z rysunku 4.11. Wyniki pomiarów i obliczeń należy zapisać do tabel 4.7, 4.8. Podczas wykonania obliczeń należy uwzględnić własną rezystancję cewki rzeczywistej  $R_L$ .

Wartość impedancji obwodu  $Z_{obl}$  można obliczyć korzystając z poniższego wzoru:

$$Z_{obl} = \sqrt{\left(R_L + \frac{R \cdot X_C}{R^2 + X_C^2}\right)^2 + \left(X_L - \frac{R \cdot X_C}{R^2 + X_C^2}\right)^2}, \quad (4.11)$$

gdzie  $R$  – rezystancja rezystora liniowego,  $R_L$  – rezystancja własna cewki,  $X_L$  oraz  $X_C$  – reaktancje cewki i kondensatora odpowiednio. Na podstawie danych obliczeniowych wykreślić wskazowy prądów i napięć.



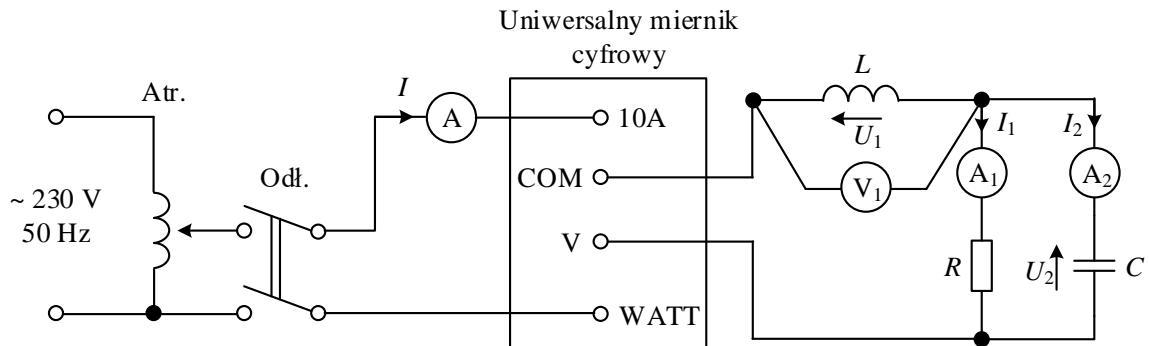
Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 4.11. Schemat do badania układu kombinowanego  $R, L, C$  przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A,  $A_1$ ,  $A_2$  – amperomierze prądu zmiennego,  $V_1$  – woltomierz napięcia zmiennego, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $R$  – rezistor liniowy,  $L$  – cewka indukcyjna bezrdzeniowa,  $C$  – kondensator)

Tabela 4.7. Tabela pomiarowa do badania parametrów układu kombinowanego  $R, L, C$

lp.	<b><math>U</math></b>	<b><math>U_1</math></b>	<b><math>U_2</math></b>	<b><math>I</math></b>	<b><math>I_1</math></b>	<b><math>I_2</math></b>	<b><math>P</math></b>	<b><math>\cos\varphi</math></b>
	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>W</b>	---
1								
2								
3								
Śr.								

Tabela 4.8. Tabela obliczeń do badania parametrów układu kombinowanego  $R, L, C$

lp.	<b>Z</b>	<b><math>\varphi</math></b>	<b><math>Z_L</math></b>	<b><math>\varphi_L</math></b>	<b><math>Z_1</math></b>	<b><math>\varphi_1</math></b>	<b><math>Z_2</math></b>	<b><math>\varphi_2</math></b>	<b><math>Z_{obl}</math></b>
	<b><math>\Omega</math></b>	<b>°</b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b>°</b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b>°</b>	<b><math>\Omega</math></b>	<b>°</b>	<b><math>\Omega</math></b>
1									
2									
3									
Śr.									

## Opracowanie wyników

W sprawozdaniu należy wykonać obliczenia wielkości elektrycznych zawartych w tabelach 4.2, 4.4, 4.6, 4.8. Na podstawie wyników obliczeń wykreślić trójkąty impedancji (p. 1.1., 1.2) oraz trójkąt admitancji (p. 1.3) a także wykresy wskazowe dla wybranych wartości napięcia  $U$  i natężenia prądu  $I$ .

Dodatkowo należy porównać i przeanalizować zmierzone i obliczone wartości impedancji zastępczej  $Z$ , jej składowych  $R$  i  $X$  oraz przesunięcia fazowego  $\varphi$ . Wyznaczyć charakter obwodu dla każdego przypadku.



## LABORATORIUM 5. OBWODY REZONANSOWE

### Cel laboratorium

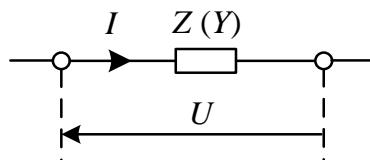
Podstawowym celem zajęć jest zdobycie wiedzy o zjawisku rezonansu w obwodach elektrycznych prądu przemiennego a także weryfikacja doświadczalna warunków powstania tego zjawiska w szeregowym i równoległym układach połączeń  $R, L, C$ .

### Zakres tematyczny zajęć

- Łączenie obwodów elektrycznych zawierających elementy  $R, L, C$  oraz cyfrowe i analogowe przyrządy pomiarowe, bezpieczna obsługa obwodów.
- Pomiar wartości skutecznych napięć i prądów w różnych układach połączeń elementów  $R, L, C$  o zmiennej częstotliwości wymuszenia.
- Wyznaczenie parametrów impedancji i admitancji zastępczych.
- Wykreślenie charakterystyk częstotliwościowych prądów, napięć, impedancji, admitancji oraz kąta przesunięcia fazowego w badanych obwodach.

### Wiadomości ogólne

Zjawisko rezonansu w obwodach elektrycznych prądu przemiennego jest związane z intensywnością drgań wymuszonych w badanym obwodzie. Jako kryterium intensywności drgań można przyjąć ekstremum charakterystyk częstotliwościowych (w funkcji pulsacji) określonych parametrów elektrycznych obwodu.



Rys. 5.1. Schemat zastępczy dwójnika elektrycznego

Schemat zastępczy rzeczywistego dwójnika (rys. 5.1.) przedstawia impedancję/admitancję wypadkową, przy czym po przyłożeniu napięcia przemiennego  $U$  do jej zacisków może być rejestrowany prąd  $I$ :

$$Z = \frac{U}{I} = R + j \cdot (X_L - X_C), \quad Y = \frac{1}{Z} = G + j \cdot (B_C - B_L), \quad (5.1)$$

gdzie  $X_L, X_C, B_L, B_C$  – indukcyjne i pojemnościowe składowe reaktancji  $X$  i susceptancji  $B$ .

Warunkiem powstania rezonansu w rozpatrywanym obwodzie jest zerowa jednej ze składowych urojonych:

$$X = \text{Im}(Z) = 0 \Omega, \quad \text{lub} \quad B = \text{Im}(Y) = 0 S. \quad (5.2)$$

Taka sytuacja zachodzi w przypadku zasilania obwodu (dwójnika) sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości (pulsacji) tzw. **rezonansowej  $f_r$  ( $\omega_r$ )**. W stanie rezonansu kąt przesunięcia fazowego  $\varphi$  między prądem  $I$  a napięciem  $U$  wynosi:

$$\varphi = \arg(Z) = \arctg\left(\frac{X = 0}{R}\right) = \arctg(0) = 0. \quad (5.3)$$



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

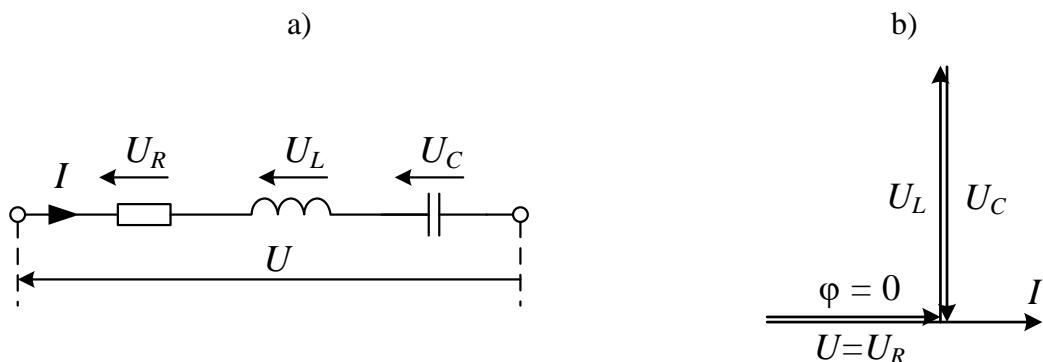


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

W przypadku admitancji:

$$\varphi = -\arg(Y) = -\arctg\left(\frac{B=0}{G}\right) = -\arctg(0) = 0. \quad (5.4)$$

Rezonans występujący w obwodzie elektrycznym zawierającym szeregowo połączone elementy  $R$ ,  $L$ ,  $C$  nazywa się **rezonansem napięć** lub **rezonansem szeregowym**. Schemat zastępczy takiego obwodu jest przedstawiony na rysunku 5.2.a. Jego impedancję  $Z$  można scharakteryzować wzorem (5.1).



Rys. 5.2. Szeregowy obwód rezonansowy: a) układ zastępczy, b) wykresy wskazowe napięć i prądu

Ze względu na fakt, że przy rezonansie  $X = 0$  wtedy można stwierdzić:

$$X = X_L - X_C = 0 \rightarrow X_L = X_C, \quad (5.5)$$

co można również zapisać w postaci:

$$\omega_r \cdot L = \frac{1}{\omega_r \cdot C}, \quad (5.6)$$

gdzie  $\omega_r = 2\pi f_r$  – pulsacja rezonansowa,  $f_r$  – częstotliwość sygnału przy której zachodzi rezonans). Ze wzoru (5.5) można wynioskować, że rezonans w obwodzie można osiągnąć dwoma sposobami: zmieniając częstotliwość  $f$  lub zmieniając parametry reaktywne  $L$  i  $C$ . Zależność pomiędzy tymi parametrami wygląda następująco:

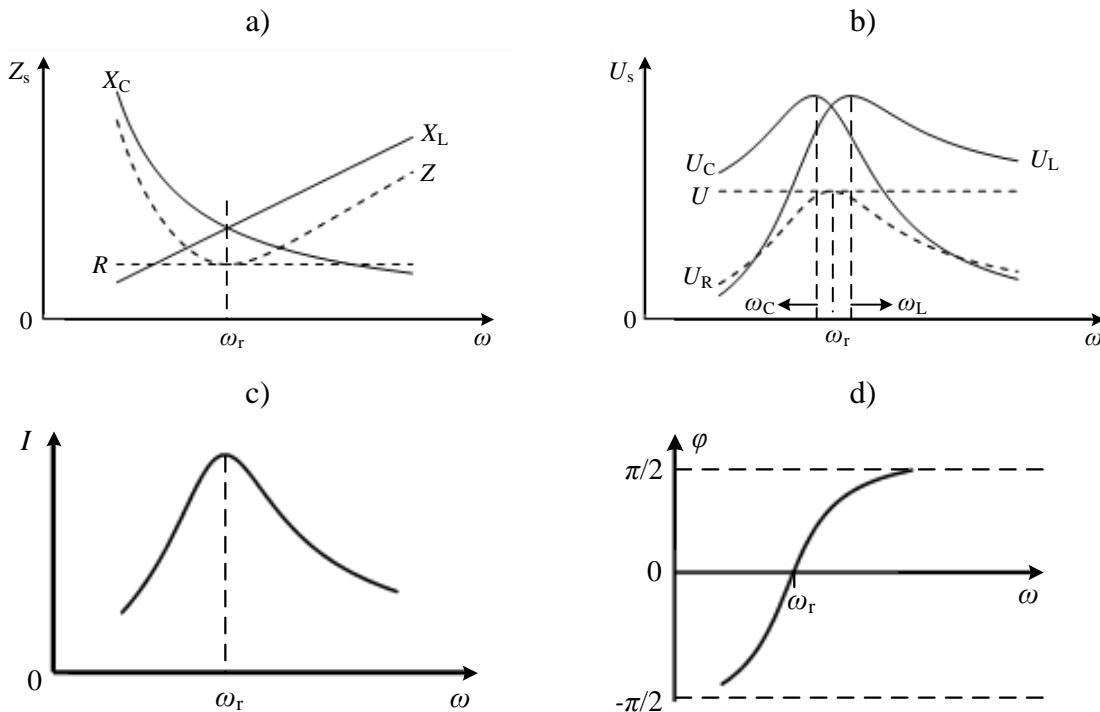
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}. \quad (5.7)$$

Podczas rezonansu w obwodzie szeregowym impedancja  $Z$  jest równa rezystancji  $R$ , przy czym prąd  $I$  osiąga swoją maksymalną wartość  $I_R$  przy stałej wartości skutecznej  $U$ :

$$Z = R + j \cdot (X = 0) = R \rightarrow I_R = \frac{U}{R}. \quad (5.8)$$

Z rysunku 5.2.b można zauważyć, że wektory napięcia reaktywnych składowych  $\vec{U}_L$  i  $\vec{U}_C$  mają podobne moduły, natomiast są przesunięte w fazie o  $180^\circ$ . Wektor napięcia na rezystancji  $\vec{U}_R$  położony w kierunku zgodnym z wektorem prądu  $\vec{I}$ .

Przykładowe zależności częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) poszczególnych składowych impedancji  $Z$  obwodu szeregowego przedstawiono na rysunku 5.3.a. Pulsacja rezonansowa  $\omega_r$  występuje w punkcie przecięcia się charakterystyk  $X_L(\omega)$  oraz  $X_C(\omega)$ .



Rys. 5.3. Charakterystyki częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) szeregowego obwodu  $R, L, C$  w stanie rezonansu: a) składowe impedancji obwodu, b) napięcia na elementach, c) prąd w obwodzie, d) kąt przesunięcia fazowego

Natomiast z rysunku 5.3.b można zaobserwować osiągnięcie maksymalnej wartości  $U_R(\omega)$  przy pulsacji rezonansowej  $\omega_r$ , co jest spowodowane osiągnięciem maksymalnej wartości prądu w obwodzie  $I_R$  (rys. 5.3.c) oraz niezmienności rezystancji  $R$ .

W szeregowym obwodzie  $R, L, C$  przesunięcie fazowe może zmieniać się w przedziale  $[-\pi/2 ; \pi/2]$ . Jeżeli charakterystyka częstotliwościowa (w funkcji pulsacji)  $\varphi(\omega)$  przechodzi przez 0 (rys. 5.3.d) to możemy stwierdzić, że obwód elektryczny przebywa w stanie rezonansu. Maksymalne wartości napięć na indukcyjności  $U_{L\max}$  i pojemności  $U_{C\max}$  są osiągane przy pulsacjach  $\omega_L$  i  $\omega_C$  odpowiednio. Pulsacje te mogą być obliczone w następujący sposób:

$$\frac{dU_L}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_L = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C - \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot C^2}} \quad (5.9)$$

oraz

$$\frac{dU_C}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_C = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C - \frac{R^2}{2 \cdot L^2}}}. \quad (5.10)$$

Biorąc pod uwagę zależności (5.9) i (5.10) a także (5.1) i (5.6) możemy stwierdzić, że:

$$U_{L\max} = U_{C\max} = U \cdot \sqrt{\frac{L}{C} \cdot \frac{1}{R \cdot \sqrt{1 - \frac{R^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}}}}. \quad (5.11)$$



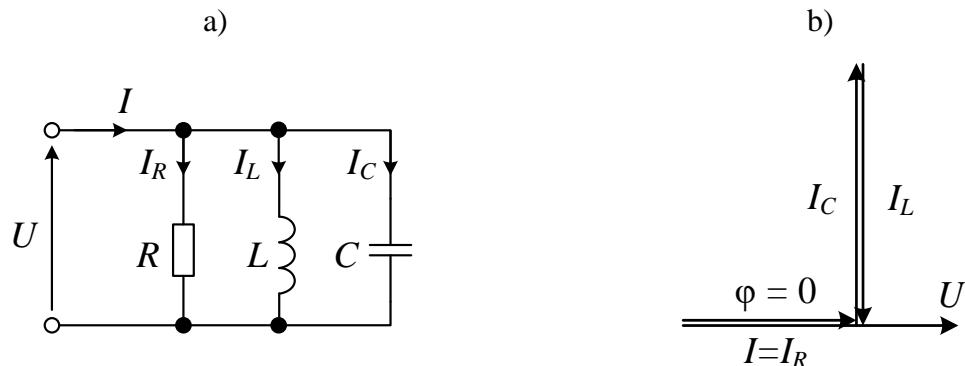
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska



W przypadku równoległego układu połączeń elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$  (rys. 5.4.a) możemy obserwować tzw. **rezonans prądów** lub inaczej nazywany **równoległy rezonans**.



Rys. 5.4. Równoległy obwód rezonansowy: a) układ zastępczy, b) wykres wskazowy napięcia i prądów

Przy zasileniu obwodu napięciem sinusoidalnie zmiennym o wartości skutecznej  $U$  i pulsacji  $\omega$  prądy rejestrowane w poszczególnych gałęziach można opisać następująco:

$$I_R = G \cdot U, \quad (5.12)$$

$$I_L = -j \cdot B_L \cdot U, \quad (5.13)$$

$$I_C = j \cdot B_C \cdot U, \quad (5.14)$$

$$I = I_R + I_L + I_C = U \cdot [G + j \cdot B_C - j \cdot B_L] = U \cdot (G + j \cdot B) = U \cdot Y. \quad (5.15)$$

Admitancja obwodu wynosi:

$$Y = G + j \cdot \left( \omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right). \quad (5.16)$$

W obwodzie dojdzie do rezonansu jeżeli  $B = 0$ , co oznacza:

$$B_C = B_L \rightarrow \omega \cdot C = \frac{1}{\omega \cdot L}, \quad (5.17)$$

natomiast pulsacja rezonansowa  $\omega_r$  wynosi:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \rightarrow f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}. \quad (5.18)$$

Podczas rezonansu prądów admitancja obwodu jest równa konduktancji  $Y = G$  a prąd obwodu jest równy prądowi w gałęzi rezystancyjnej  $I = I_R$ . Wykres wskazowy dla prądów w układzie równoległym przedstawiono na rysunku 5.4.b. W tym przypadku również dochodzi do zerowego przesunięcia fazowego pomiędzy prądem  $I$  a napięciem  $U$ .

Na rysunku 5.5 przedstawiono przykładowe charakterystyki częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) składowych admitancji  $Y$  (a), prądów w poszczególnych gałęziach (b), napięcia przyłożonego do obwodu  $U(\omega)$  (c) a także kąta przesunięcia fazowego  $\varphi(\omega)$  (d). Pulsacja rezonansowa  $\omega_r$  występuje w punkcie przecięcia się charakterystyk  $B_L(\omega)$  oraz  $B_C(\omega)$ . Natomiast z rysunku 5.5.b można zaobserwować podobieństwo przebiegów prądowych do przypadku (a).



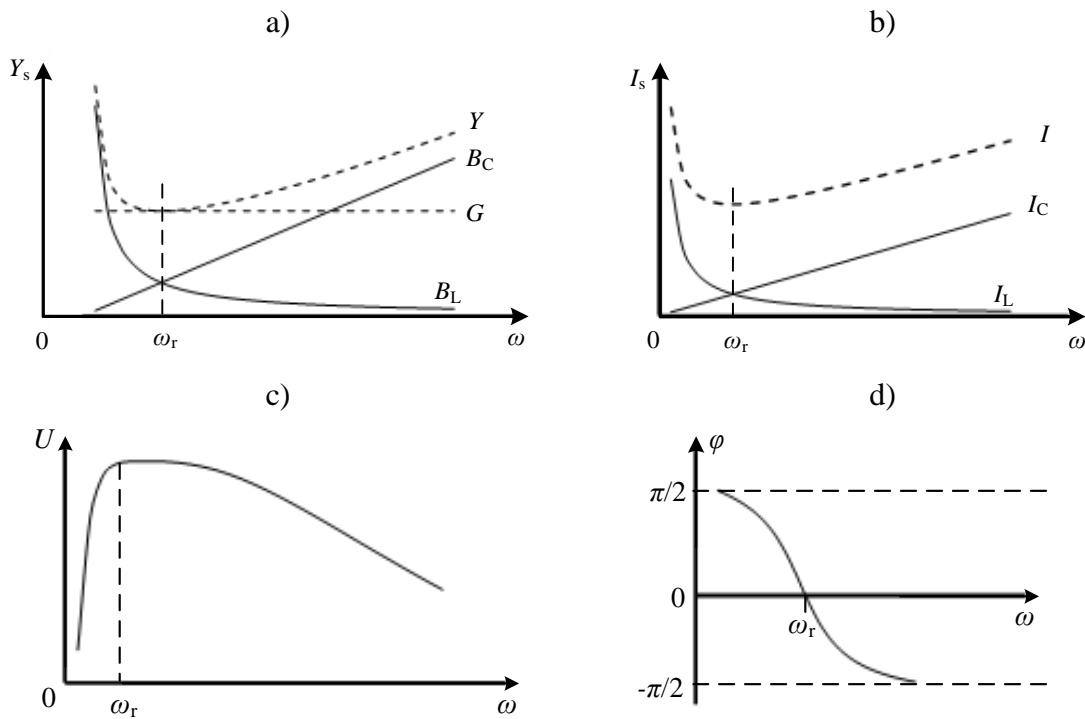
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 5.5. Charakterystyki częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) równoległego obwodu  $R, L, C$  w stanie rezonansu: a) składowe admitancji obwodu, b) prądów w gałęziach  $L$  i  $C$ , c) napięcie między węzłami połączeń, d) kąt przesunięcia fazowego

Przy pulsacji rezonansowej  $\omega_r$  przyłożone napięcie  $U$  uzyskuje maksymalną wartość. W równoległym obwodzie  $R, L, C$  przesunięcie fazowe może zmieniać się w przedziale  $[\pi/2 ; -\pi/2]$ . Rezonans jest rejestrowany w punkcie przejścia  $\varphi(\omega)$  przez zero (rys. 5.5.d), natomiast zależność  $\varphi(\omega)$  jest opisywana wzorem:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \left( \frac{\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}}{G} \right). \quad (5.19)$$

**Bardzo ważnym** parametrem w obwodach rezonansowych jest **dobroć  $Q$** . Parametr ten w obwodzie **równoległym ( $Q_r$ )** pokazuje jaki jest stosunek prądu na elementach reaktywnych do prądu dopływającego do obwodu:

$$Q_r = \frac{I_L}{I_R} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{1}{\omega_r \cdot L \cdot G} = \frac{\omega_r \cdot C}{G} \rightarrow Q_r = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R}{\rho}. \quad (5.20)$$

W tym przypadku  $\rho$  oznacza **reaktancję charakterystyczną** obwodu równoległego.

Natomiast w przypadku **szeregowego obwodu** dobroć  $Q_s$  pokazuje stosunek napięcia na elemencie reaktywnym do napięcia przyłożonego do całego obwodu oraz może być określona w sposób:

$$Q_s = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r \cdot C} \quad \rightarrow \quad Q_s = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\rho}{R}. \quad (5.21)$$

### Pytania kontrolne

1. Rezonans napięć w szeregowym obwodzie  $R, L, C$ . Częstotliwość rezonansowa. Wykresy wskazowe napięć na elementach.
2. Częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) charakterystyki parametrów obwodu przy rezonansie szeregowym.
3. Rezonans prądów w równoległym układzie  $R, L, C$ . Częstotliwość rezonansowa. Wykresy wskazowe prądów w gałęziach obwodu.
4. Częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) charakterystyki parametrów obwodu przy rezonansie równoległym.
5. Dobroć w obwodach rezonansowych.

### Zadanie 5.1. Wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych w szeregowym układzie połączeń elementów $R, L, C$

Pomiary wartości skutecznych spadków napięć  $U_R, U_L, U_C$  na elementach obwodu szeregowego a także mocy  $P$  pobieranej przez obwód będą przeprowadzane przy użyciu schematu pomiarowego przedstawionego na rysunku 5.6. Pomiary należy wykonać dla dwóch przypadków rezystancji  $R_1$  i  $R_2$  zasilając obwód napięciem o tej samej wartości  $U$  ale przy różnych częstotliwościach  $f$ . Wyniki pomiarów należy zanotować w tabeli 5.1. Należy pamiętać, że cewka rzeczywista posiada swoją własną rezystancję  $R_L$ .

Tabela 5.1. Tabela do badania rezonansu w obwodzie szeregowym  $R, L, C$

$L =$		$R_L =$		$C =$		$R_1 =$		
lp.	$U$	$f$	$I$	$P$	$U_R$	$U_L$	$U_C$	$Z_{obl}$
	V	Hz	A	W	V	V	V	$\Omega$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
$L =$		$R_L =$		$C =$		$R_2 =$		
lp.	$U$	$f$	$I$	$P$	$U_R$	$U_L$	$U_C$	$Z_{obl}$
	V	Hz	A	W	V	V	V	$\Omega$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								



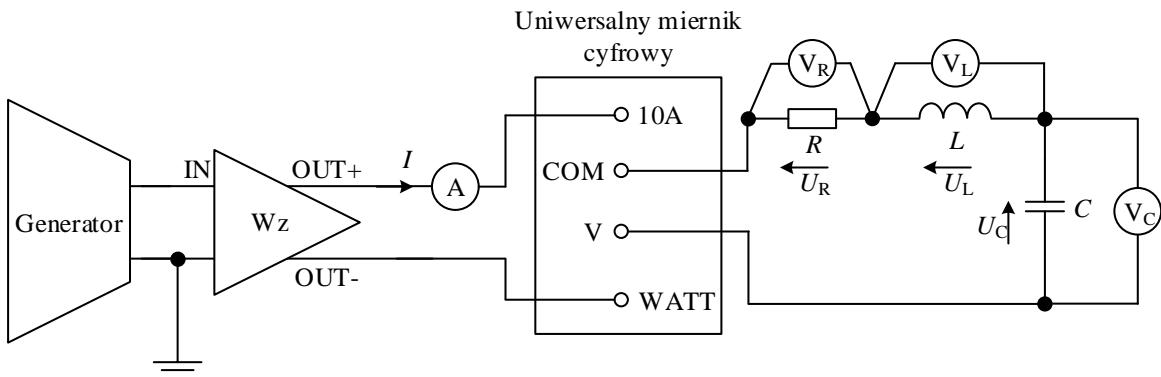
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 5.6. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk częstotliwościowych szeregowego obwodu  $R, L, C$  (Generator sygnału napięciowego,  $Wz$  – wzmacniacz, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $A$  – amperomierz prądu zmennego,  $V_R, V_L$ ,  $V_C$  – woltomierze napięcia zmennego,  $R$  – rezistor liniowy,  $L$  – cewka,  $C$  – kondensator)

Na podstawie wyników pomiarów obliczyć wartość rezystancji  $Z_{\text{obl}}$ , częstotliwość rezonansową  $f_r$  oraz dobrą obwodu podczas rezonansu. Podczas wykonania obliczeń należy uwzględnić własną rezystancję cewki rzeczywistej  $R_L$ .

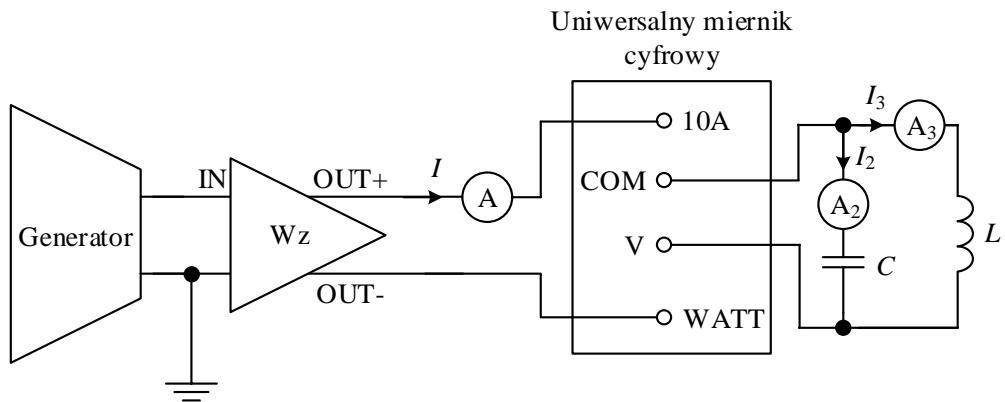
### Zadanie 5.2. Wyznaczenie zależności częstotliwościowych w równoległym obwodzie $L, C$

Pomiary parametrów elektrycznych obwodu równoległego  $L, C$ , dla różnych pojemności  $C_1$  i  $C_2$  będą prowadzone przy użyciu schematu pomiarowego z rysunku 5.7.

Tabela 5.2. Tabela pomiarowa do badania rezonansu w obwodzie szeregowym  $L, C$

$L =$		$R_L =$				$C_1 =$	
lp.	$U$	$f$	$I$	$P$	$I_2$	$I_3$	$Y_{\text{obl}}$
	V	Hz	A	W	A	A	S
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
$L =$		$R_L =$				$C_2 =$	
lp.	$U$	$f$	$I$	$P$	$I_2$	$I_3$	$Y_{\text{obl}}$
	V	Hz	A	W	A	A	S
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							





Rys. 5.7. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk częstotliwościowych równoległego obwodu  $L, C$  (Generator sygnału napięciowego,  $Wz$  – wzmacniacz,  $A, A_2, A_3$  – amperomierze prądu zmiennego, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $L$  – cewka indukcyjna bezrdzeniowa,  $C$  – kondensator)

Wyniki pomiarów należy zanotować w tabeli 5.2. Na podstawie wyników pomiarów obliczyć admitancję obwodu  $Y_{\text{obl}}$  oraz częstotliwość rezonansową  $f_r$  dla obydwu przypadków wykorzystania pojemności  $C_1$  i  $C_2$ . Obliczyć dobroć obwodu w rezonansowym trybie pracy. Podczas wykonania obliczeń należy uwzględnić własną rezystancję cewki rzeczywistej  $R_L$ .

### Opracowanie wyników

W sprawozdaniu należy opracować charakterystyki częstotliwościowe (w funkcji pulsacji) zmierzonych parametrów elektrycznych zanotowanych w tabelach 5.1 i 5.2 dla układów połączeń szeregowego i równoległego. We wnioskach należy przeanalizować uzyskane zależności pod kątem punktów charakterystycznych (ekstremów).

W każdym przypadku należy wyznaczyć częstotliwości (pulsacje) rezonansowe a także porównać ich do wartości obliczonych na podstawie parametrów odczytanych z elementów rzeczywistych  $R, L, C$ . Należy wyjaśnić ewentualne rozbieżności pomiędzy wartościami doświadczalnymi a obliczonymi.

Na podstawie określonych doświadczalnie wartościach  $\omega_r$  wyznaczyć dobroć obwodu. We wnioskach przeanalizować wpływ wartości napięć i prądów na elementach pasywnych na wartość dobroci w trybie rezonansowym.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



## LABORATORIUM 6. OBWODY SPRZĘŻONE MAGNETYCZNIE

### Cel laboratorium

Celem zajęć jest zdobycie wiedzy o własnościach i metodach badań obwodów zawierających rzeczywiste elementy sprzężone magnetycznie.

### Zakres tematyczny zajęć

- Łączenie obwodów elektrycznych zawierających cewki indukcyjne oraz cyfrowe i analogowe przyrządy pomiarowe, bezpieczna obsługa obwodów.
- Pomiar wartości skutecznych napięć, prądów i mocy w układach połączeń cewek indukcyjnych o różnych konfiguracjach.
- Wyznaczenie parametrów impedancji poszczególnych obwodów.
- Określenie przekładni napięciowej, indukcyjności wzajemnej oraz współczynnika sprzężenia magnetycznego w układzie transformatora powietrznego.
- Wykreślenie zależności reaktancji, współczynnika sprzężenia magnetycznego, indukcyjności wzajemnej w funkcji odległości pomiędzy cewkami.
- Wykreślenie charakterystyk obciążeniowych dla napięć, prądów, impedancji lub przekładni napięciowej w układzie transformatora powietrznego.

### Wiadomości ogólne

W przypadku wykorzystania w obwodach elektrycznych elementów indukcyjnych występuje w nich zjawisko **samoindukcji** polegające na wytwarzaniu siły elektromotorycznej  $e$  spowodowanej przepływem prądu  $i$  pomiędzy zaciskami elementu:

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt}, \quad (6.1)$$

gdzie  $L$  oznacza indukcyjność elementu obwodu.

Wiele rzeczywistych obwodów elektrycznych zawierają elementy indukcyjne (cewki, induktory), które są sprzężone magnetycznie. Wpływ sprzężenia magnetycznego na rozkład prądów i napięć w obwodach staje sięauważalny. Jest to związane z indukowaniem się napięcia spowodowanego zmiennym strumieniem magnetycznym wytworzonym w innym elemencie. Zjawisko to nosi nazwę **indukcji wzajemnej** i charakteryzuje się **indukcyjnością wzajemną  $M$** , którą opisuje wzór:

$$M_{jk} = \frac{\Phi_{jk}}{I_j} \quad \text{lub} \quad M_{kj} = \frac{\Phi_{kj}}{I_k}, \quad (6.2)$$

gdzie  $j, k$  – oznaczenia obwodów sprzężonych magnetycznie,  $\Phi_{jk}$  i  $\Phi_{kj}$  – strumienie magnetyczne przenikające powierzchnie obwodów  $j$  i  $k$ ,  $I_j$  i  $I_k$  – prądy płynące w obwodach.

W sytuacji gdy obwody 1 i 2 zawierają elementy indukcyjne, przy czym w tym samym momencie prąd przepływa tylko przez jeden z tych elementów (rys. 6.1.a) to powstaje strumień magnetyczny całkowity  $\Phi_{11}$  który obejmuje element 1. Składa się on ze **strumienia głównego  $\Phi_{1g}$**  cewki 1, obejmującego znajdujący się w sąsiedztwie element 2, a także ze **strumienia rozproszenia  $\Phi_{1s}$** , nie obejmującego element 2:

$$\Phi_{11} = \Phi_{1g} + \Phi_{1s}. \quad (6.3)$$



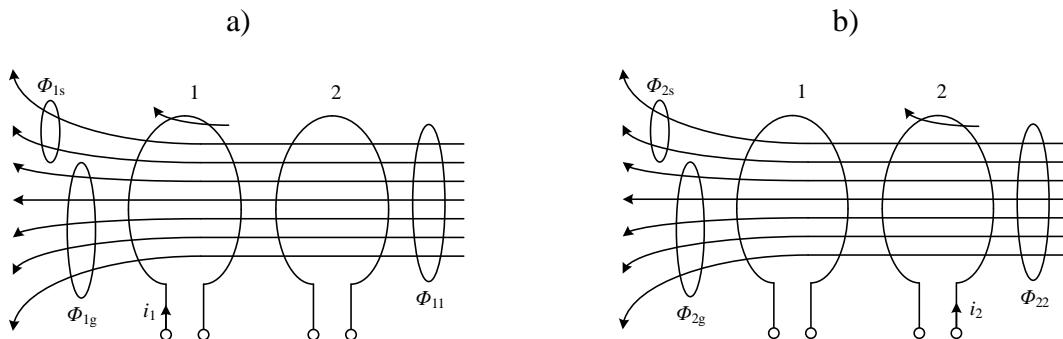
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 6.1. Elementy sprzężone magnetycznie:  
a) prąd przepływa w obwodzie elementu 1,  
b) prąd przepływa w obwodzie elementu 2

W przypadku przepływu prądu przez element 2 uzyskujemy:

$$\Phi_{22} = \Phi_{2g} + \Phi_{2s}, \quad (6.4)$$

gdzie  $\Phi_{2g}$  – strumień głównego cewki 2 obejmujący cewkę 1,  $\Phi_{2s}$  – strumień rozproszenia.

Jeżeli obydwa elementy indukcyjne posiadają więcej niż 1 zwój, np.  $N_1$  i  $N_2$  zwojów, przy czym przez każdy zwój przenika podobny strumień, to taki rodzaj strumienia nazywany jest **strumieniem skojarzonym  $\psi$**  i wynosi:

$$\psi_{11} = N_1 \cdot \Phi_{11} \quad \text{oraz} \quad \psi_{22} = N_2 \cdot \Phi_{22}. \quad (6.5)$$

Biorąc pod uwagę pojęcia indukcyjności własnej  $L$  i wzajemnej  $M$  możemy stwierdzić, że:

$$L_1 = \frac{N_1 \cdot \Phi_{11}}{i_1} = \frac{\psi_{11}}{i_1} \quad \text{oraz} \quad L_2 = \frac{N_2 \cdot \Phi_{22}}{i_2} = \frac{\psi_{22}}{i_2}, \quad (6.6)$$

a także

$$M_{12} = \frac{N_2 \cdot \Phi_{1g}}{i_1} = \frac{\psi_{12}}{i_1} \quad \text{oraz} \quad M_{21} = \frac{N_1 \cdot \Phi_{2g}}{i_2} = \frac{\psi_{21}}{i_2}, \quad (6.7)$$

Jeżeli cewki znajdują się w środowisku o tej samej przenikalności magnetycznej obowiązuje równość ich indukcyjności wzajemnych, czyli  $M_{12} = M_{21} = M$ .

Stopień sprzężenia obwodów opisuje parametr  $k$ , nazywany **współczynnikiem sprzężenia magnetycznego**:

$$k = \sqrt{k_1 \cdot k_2} = \sqrt{\frac{\Phi_{1g}}{\Phi_{11}} \cdot \frac{\Phi_{2g}}{\Phi_{22}}}, \quad (6.8)$$

gdzie  $k_1$  – współczynnik sprzężenia elementu 1 z 2, natomiast  $k_2$  – współczynnik sprzężenia elementu 2 z 1. Znając wartość  $k$  możemy określić indukcyjność wzajemną  $M$ :

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (6.9)$$

Współczynnik sprzężenia jest zawsze mniejszy od 1, ponieważ strumień wywołany prądem jednego elementu jest częściowo skojarzony z drugim elementem. Częściowe skojarzenie elementów jest efektem rozproszenia magnetycznego. **Zmiany sprzężenia magnetycznego** elementów mogą być powodowane **zmianami ich położenia względem siebie** oraz zastosowanie np. w cewkach **rdzenia ferromagnetycznego**.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój

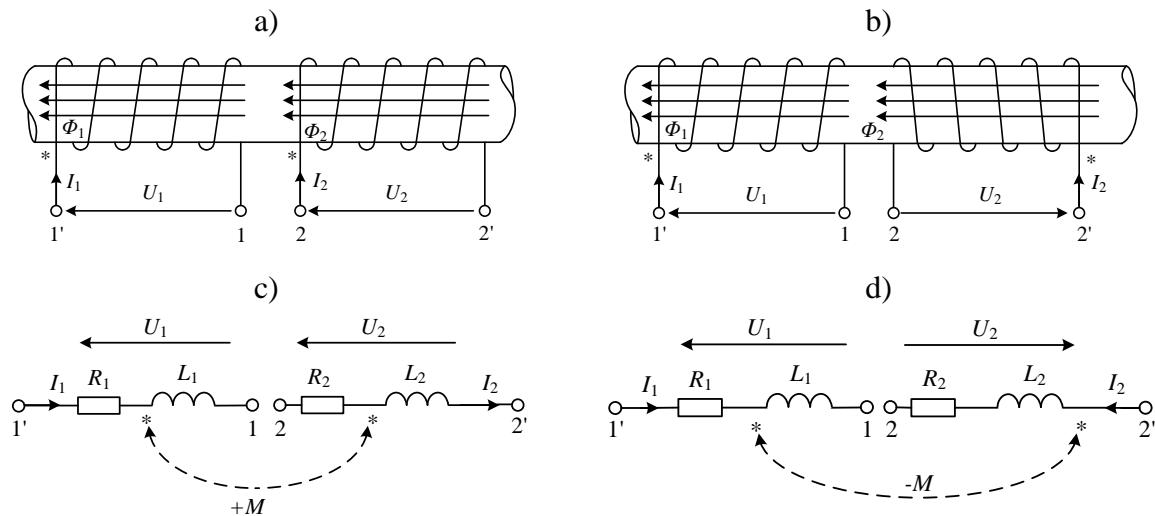


Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Układ dwóch cewek indukcyjnych z rdzeniem ferromagnetycznym nawiniętych zgodnie i przeciwnie wraz z oznaczeniem zacisków jednoimiennych przedstawiono na rysunku 6.2.



Rys. 6.2. Dwie cewki z rdzeniem ferromagnetycznym: a) cewki nawinięte zgodnie, b) cewki nawinięte przeciwnie, c) schemat zastępczy dla a), d) schemat zastępczy dla b)

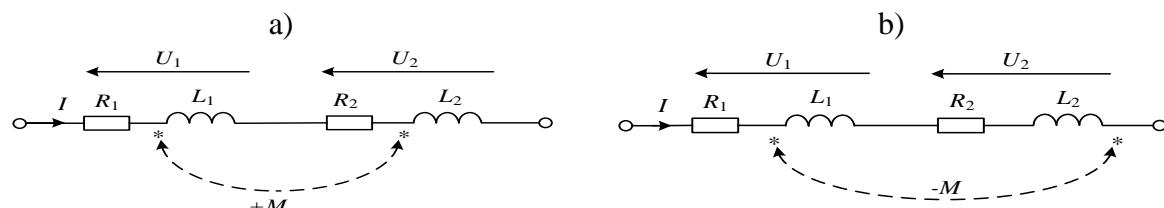
W tym przypadku napięcie na zaciskach każdej z nich określają równania:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (6.10)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (6.11)$$

Znak „+” (sprzężenie dodatnie) przy  $M$  na rysunku 6.2.c i 6.2.d, a także w równaniach (6.10) i (6.11) przy  $M \cdot \frac{di}{dt}$  zależą od prądów  $i_1$  i  $i_2$  w sposób: jeżeli strumienie magnetyczne wytwarzane przez te prądy mają zwroty zgodne, to prądy te wpływają do (wypływać od) zacisków jednoimiennych. We wszystkich pozostałych przypadkach znak przy  $M$  należy używać ujemny (-).

Po połączeniu w szereg dwu cewek rzeczywistych magnetycznie sprzężonych o rezystancjach własnych  $R_1$  i  $R_2$  i indukcyjnościach  $L_1$  i  $L_2$  uzyskujemy dwa warianty układu:



Rys. 6.3. Szeregowo połączenie cewek magnetycznie sprzężonych: a) sprzężenie dodatnie (nawinięte zgodnie), b) sprzężenie ujemne (nawinięte przeciwnie)



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

W obydwu przypadkach uzyskujemy obwód prądem przepływu  $I$ . W stanie ustalonym, w tym obwodzie zasilonym napięciem sinusoidalnie zmieniającym bilans napięć (równania (6.10) i (6.11)) wygląda następująco:

$$U_1 = (R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1) \cdot I_1 \pm j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = Z_1 \cdot I_1 + Z_M \cdot I_2, \quad (6.12)$$

$$U_2 = (R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2) \cdot I_2 \pm j \cdot \omega \cdot M \cdot I_1 = Z_2 \cdot I_2 + Z_M \cdot I_1. \quad (6.13)$$

Zgodnie z prawami Kirchhoffa dla szeregowego układu połączeń przy sprzeżeniu zgodnym uzyskujemy:

$$U = U_1 + U_2 = [R_1 + R_2 + j \cdot \omega \cdot (L_1 + L_2 + 2 \cdot M)] \cdot I = Z_z \cdot I, \quad (6.14)$$

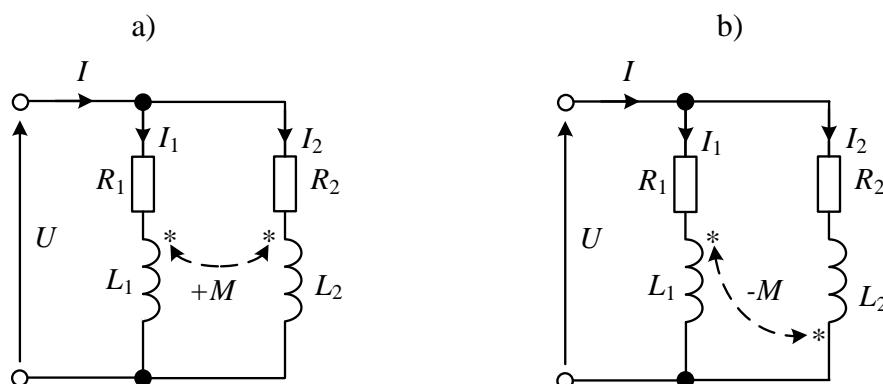
natomiast dla sprzeżenia przeciwnego:

$$U = U_1 + U_2 = [R_1 + R_2 + j \cdot \omega \cdot (L_1 + L_2 - 2 \cdot M)] \cdot I = Z_p \cdot I, \quad (6.15)$$

z czego możemy wywnioskować, że  $Z_z > Z_p$ . Wartość indukcyjności wzajemnej  $M$  może być określona jako:

$$M = \frac{Z_z - Z_p}{4 \cdot j \cdot \omega} = \frac{Z_z^2 - Z_p^2}{8 \cdot \omega^2 \cdot (L_1 + L_2)}. \quad (6.16)$$

Na rysunku 6.4 przedstawiono schemat **równoległego połączenia cewek rzeczywistych** o parametrach  $R_1, R_2, L_1$  i  $L_2$  dla przypadków zgodnego i przeciwnego nawinięcia zwojów.



Rys. 6.4. Równoległe połączenie cewek magnetycznie sprzeżonych: a) sprzeżenie dodatnie (nawinięte zgodnie), b) sprzeżenie ujemne (nawinięte przeciwnie)

Biorąc pod uwagę równania (6.10) i (6.11) a także prawa Kirchhoffa dla równoległego układu połączeń napięcie  $U$  przybiera postać:

$$U = \frac{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 \mp 2 \cdot Z_M} \cdot I = Z \cdot I, \quad (6.17)$$

przy czym znak „-” dotyczy sprzeżenia dodatniego a „+” dotyczy sprzeżenia ujemnego.

Składowa czynna i bierna impedancji zastępczej połączenia równoległego  $Z$  **zależą od pulsacji wymuszenia  $\omega$**  co nie występuje w połączeniu szeregowym.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój

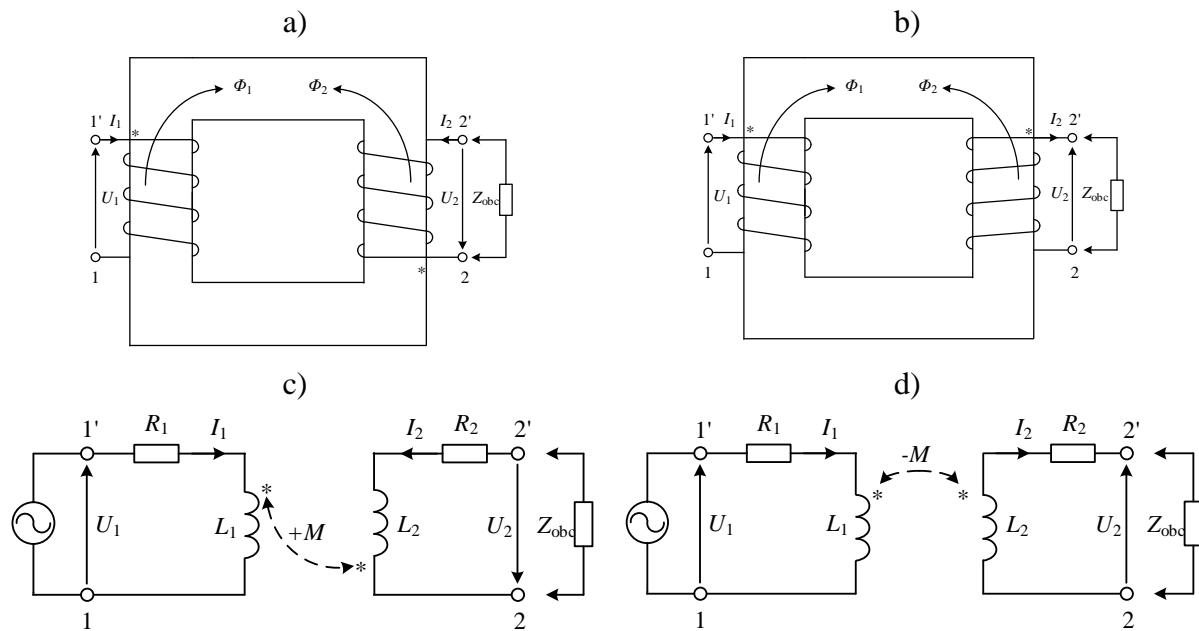


Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Kolejnym układem połączeń elementów indukcyjnych sprzężonych magnetycznie jest **układ transformatora powietrznego**. Układ ten zawiera dwie cewki magnetyczne sprzężone, nawinięte na rdzeniu nieferromagnetycznym oraz nie mających połączenia elektrycznego między sobą. Transformator powietrzny charakteryzuje się dużym rozproszeniem strumienia magnetycznego. Sposoby nawinięcia zwojów oraz zastępcze schematy elektryczne transformatora powietrznego przedstawiono na rysunku 6.5.



Rys. 6.5. Układ transformatora powietrznego zawierający cewki z rdzeniem nieferromagnetycznym: a) cewki nawinięte zgodnie, b) cewki nawinięte przeciwnie, c) schemat zastępczy dla a), d) schemat zastępczy dla b)

Równania napięciowe dla pierwotnego i wtórnego obwodów transformatora w przypadku przeciwnego b) nawinięcia cewek:

$$(R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1) \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = U_1, \quad (6.18)$$

$$(R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2) \cdot I_2 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_1 = -U_2 = -Z_{\text{obc}} \cdot I_2. \quad (6.19)$$

W obwodzie pierwotnym transformatora przy napięciu zasilania  $U_1$  prąd  $I_1$  jest zależny od parametrów obu uzwojeń oraz impedancji obciążenia  $Z_{\text{obc}}$  w sposób:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2 + Z_{\text{obc}}}}. \quad (6.20)$$

Impedancja wejściowa transformatora:

$$Z_{\text{we}} = R_{\text{we}} + j \cdot X_{\text{we}} = \frac{U_1}{I_1} = R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2 + Z_{\text{obc}}}. \quad (6.21)$$

Składowa rzeczywista i urojona impedancji wejściowej w przypadku obciążenia transformatora rezystancją ( $Z_{\text{obc}} = R_{\text{obc}}$ ):

$$R_{\text{we}} = R_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2 \cdot (R_2 + R_{\text{obc}})}{(R_2 + R_{\text{obc}})^2 + \omega^2 \cdot L_2^2}, \quad (6.22)$$

$$X_{\text{we}} = \omega \cdot \left( L_1 - \frac{\omega^2 \cdot M^2 \cdot L_2}{(R_2 + R_{\text{obc}})^2 + \omega^2 \cdot L_2^2} \right). \quad (6.23)$$

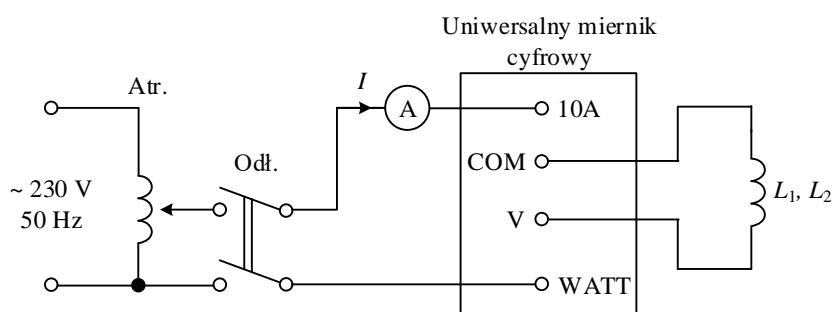
Ze wzorów (6.22) i (6.23) wynika, że obwód wtórny transformatora sprzężony magnetycznie z obwodem pierwotnym powoduje zwiększenie rezystancji i obniżenie reaktancji obwodu pierwotnego.

### Pytania kontrolne

1. Indukcyjność własna cewki rzeczywistej. Indukcyjność wzajemna w obwodach sprzężonych.
2. Współczynnik sprzężenia magnetycznego. Wymienić parametry elektryczne mające wpływ na współczynnik.
3. Szeregowe połączenie cewek indukcyjnych. Bilans napięć dla poszczególnych cewek.
4. Równoległe połączenie cewek indukcyjnych. Bilans napięć. Od czego zależą składowe impedancji zastępczej połączenia?
5. Układ transformatora powietrznego ze sprzężeniem obwodu pierwotnego i wtórnego. Równania napięciowe dla obydwu obwodów.

### Zadanie 6.1. Badanie pojedynczych cewek indukcyjnych

Pomiary wartości skutecznych napięcia  $U$  na cewkach, prądu  $I$  przepływającego przez cewki, mocy elektrycznej pobieranej przez cewki  $P$ , moc pobieranej przez cewki  $\cos\phi$ , należy przeprowadzić według schematu przedstawionego na rysunku 6.6. Pomiary wykonują się dla każdej cewki osobno przy różnych wartościach napięcia zasilania. Wyniki pomiarów należy wpisać do tabeli 6.1.



Rys. 6.6. Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia parametrów cewek  
(Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A – amperomierz prądu zmennego, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $L_1, L_2$  – cewki indukcyjne bezrdzeniowe)

Tabela 6.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania cewek indukcyjnych

$R_1 =$		$L_1 =$		$R_2 =$		$L_2 =$			
Nr. cewki	lp.	Dane pomiarowe				Dane obliczone			
		$U$ V	$I$ A	$P$ W	$\cos\phi$ ---	$Z$ $\Omega$	$R$ $\Omega$	$X_L$ $\Omega$	$L$ mH



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



1	1								
	2								
	3								
2	1								
	2								
	3								

Na podstawie zmierzonych parametrów należy dokonać obliczeń składowych impedancji Z.

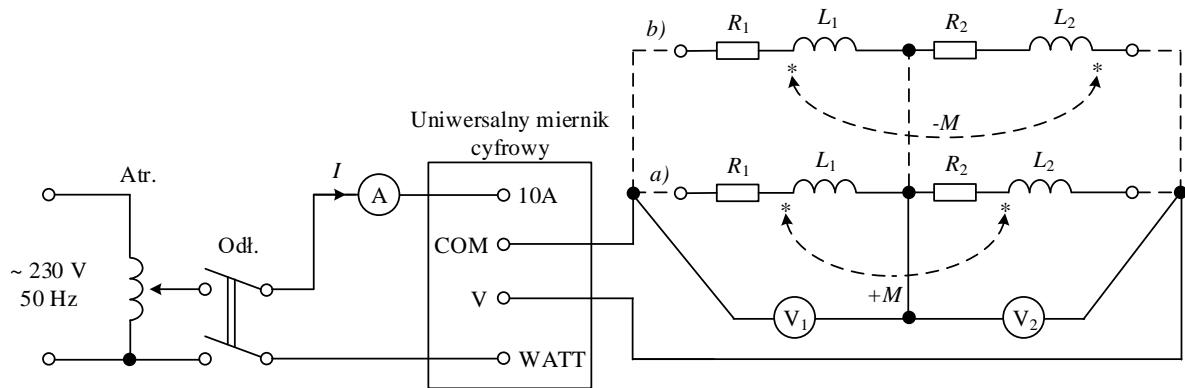
### Zadanie 6.2. Badanie szeregowego układu połączenia cewek magnetycznie sprzężonych

Pomiary wartości skutecznych napięcia  $U$ , spadków napięć  $U_1$ ,  $U_2$ , prądu przepływającego układ, mocy elektrycznej  $P$  dla zgodnego i przeciwnego sprzężenia. Badania należy przeprowadzić przy różnych odległościach pomiędzy cewkami z zakresu 0 cm – 18 cm i ustalonej wartości napięcia zasilania  $U$  według schematu z rysunku 6.7. Wyniki pomiarów należy wpisać do tabeli 6.2.

Tabela 6.2. Badania szeregowego połączenia cewek sprzężonych magnetycznie

S. n.	lp.	Dane pomiarowe						Dane obliczone				
		$l$ cm	$U$ V	$U_1$ V	$U_2$ V	$I$ A	$P$ W	$Z$ $\Omega$	$\cos\varphi$ ---	$X$ $\Omega$	$M$ mH	$k$ ---
Zgodnie	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											
Przeciwne	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											





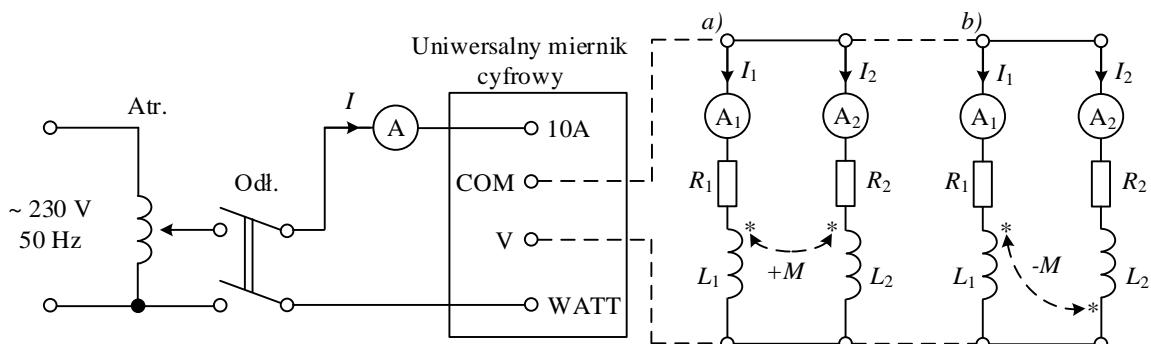
Rys. 6.7. Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia parametrów cewek połączonych szeregowo (Atr. – autotransformator jednofazowy, Odl. – odłącznik stanowiskowy, A – amperomierz prądu zmiennego, Uniwersalny miernik cyfrowy, V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> – woltomierze napięcia zmiennego, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> – rezystancje własne cewek, L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> – indukcyjności cewek bezrdzeniowych): a) nawiniętych zgodnie, b) nawiniętych przeciwnie

Po dokonaniu pomiarów należy przeprowadzić przykład obliczeń wartości impedancji  $Z$ , współczynnika mocy  $\cos\phi$ , reaktancji  $X$ , indukcji wzajemnej  $M$ , współczynnika sprzężenia magnetycznego  $k$ . Dodatkowo należy zapisać równanie bilansu napięć w obwodzie oraz wykreślić wykres wskazowy prądu i napięć na podstawie danych pomiarowych dla przypadku pomiaru ze sprzężeniem dodatnim i dla jednego pomiaru ze sprzężeniem ujemnym.

Na wspólnym wykresie umieścić zależności  $X$ ,  $M$ ,  $k$  w funkcji odległości pomiędzy cewkami oraz dla obu rodzajów sprzężeń. Na oddzielnych wykresach należy opracować charakterystyki  $I=f(l)$ ,  $P=f(l)$ .

### Zadanie 6.3. Badanie równoległego układu połączenia cewek magnetycznie sprzężonych

Pomiary wartości skutecznych prądów  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  w poszczególnych gałęziach, napięcia i mocy elektrycznej dla zgodnego i przeciwnego rodzajów sprzężenia. Badania należy przeprowadzić przy różnych odległościach pomiędzy cewkami z zakresu 0 cm – 18 cm i ustalonej wartości napięcia zasilania  $U$  według schematu z rysunku 6.8.



Rys. 6.8. Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia parametrów cewek połączonych równolegle(Atr. – autotransformator jednofazowy, Odł. – odłącznik stanowiskowy, A, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> – amperomierze prądu zmiennego, Uniwersalny miernik cyfrowy, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> – rezystancje własne cewek, L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> – indukcyjności cewek bezrdzeniowych): a) nawiniętych zgodnie, b) nawiniętych przeciwnie



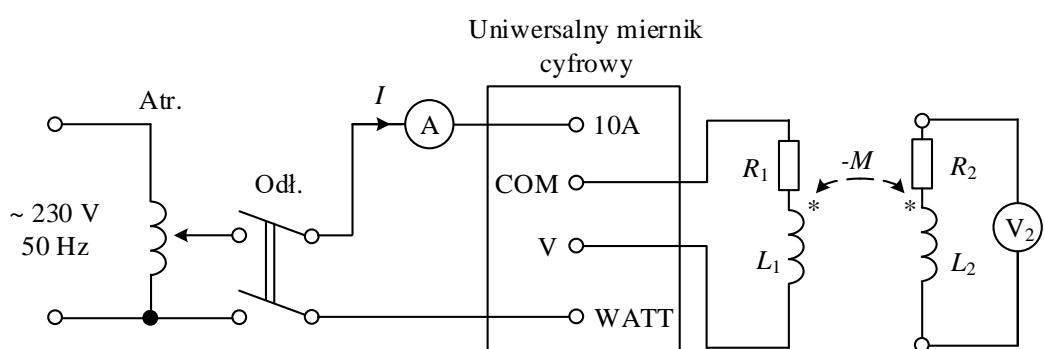
Tabela 6.3. Tabela badań równoległego połączenia cewek sprzężonych magnetycznie

S. n.	lp.	Dane pomiarowe						Dane obliczone				
		<i>l</i>	<i>U</i>	<i>I</i> <sub>1</sub>	<i>I</i> <sub>2</sub>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>Z</i>	<i>cosφ</i>	<i>X</i>	<i>M</i>	<i>k</i>
		cm	V	V	V	A	W	Ω	---	Ω	mH	---
Zgodnie	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											
Przeciwnie	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											

Wyniki pomiarów należy wpisać do tabeli 6.3. Należy przeprowadzić przykład obliczenia impedancji  $Z$  układu, rezystancji  $R$  i reaktancji  $X$  poszczególnych cewek sprzężonych magnetycznie w układzie równoległym. Wykreślić wykresy prądów i napięć dla pojedynczych przypadków sprzężenia. Na podstawie wykresu należy określić wartość indukcyjności wzajemnej  $M$  oraz współczynnika sprzężenia  $k$ . Na wspólnym wykresie należy zamieścić zależności składowych impedancji  $Z=f(l)$ ,  $R=f(l)$ ,  $X=f(l)$  a także na oddzielnym wykresie zamieścić charakterystyki  $I=f(l)$ ,  $I_1=f(l)$ ,  $I_2=f(l)$ .

#### Zadanie 6.4. Badanie układu transformatora powietrznego w stanie jałowym

Badania układu transformatora należy przeprowadzić według schematu z rys. 6.9.



Rys. 6.9. Schemat układu pomiarowego do transformatora powietrznego w stanie jałowym



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

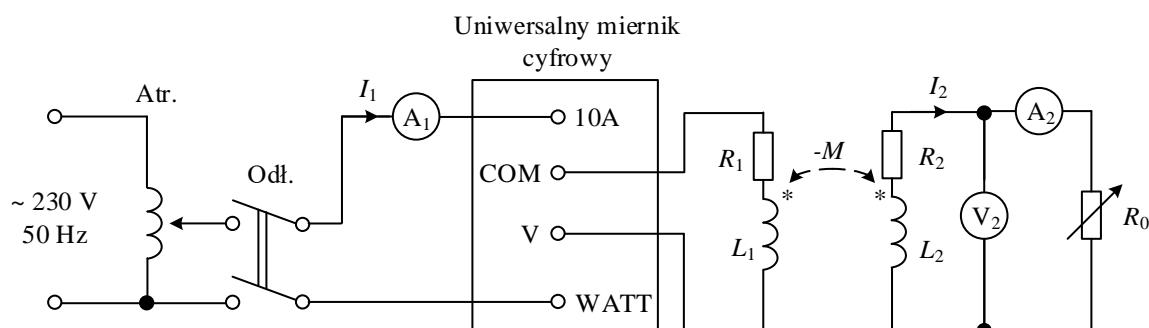
Tabela 6.4. Tabela badań transformatora powietrznego w stanie jałowym

l.p.	$l$	$U_1 =$						$U_1 =$					
		Wartości zmierzone		Wartości obliczone			Wartości zmierzone		Wartości obliczone				
		$U_2$	$I_1$	$\vartheta_u$	$M$	$k$	$U_2$	$I_1$	$\vartheta_u$	$M$	$k$		
		cm	V	A	---	mH	---	V	A	---	mH	---	
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													

Obliczenia przekładni napięciowej  $\vartheta_u$ , indukcyjności wzajemnej  $M$  i współczynnika sprzężenia  $k$  należy przeprowadzić przy różnych odległościach pomiędzy cewkami  $l$ , wyniki obliczeń należy wpisać do tabeli 6.4. Należy również przeprowadzić przykłady obliczeń  $\vartheta_u$ ,  $M$ ,  $k$  oraz zamieścić na jednym wykresie zależności  $\vartheta_u = f(l)$  i  $k = f(l)$ .

### Zadanie 6.5. Badanie układu transformatora powietrznego pod obciążeniem

Pomiary wartości skutecznych prądów i napięć w uzwojeniach pierwotnym i wtórnym transformatora, a także mocy należy przeprowadzić według schematu przedstawionego na rysunku 6.10. Pomiary należy wykonać dla stałej wartości rezystancji obciążenia  $R_0$ . Po wykonaniu pomiarów należy dokonać obliczeń przekładni  $\vartheta_u$ , składowych impedancji wejściowej  $Z_{we}$ ,  $R_{we}$  i  $X_{we}$ . Wyniki pomiarów należy wpisać do tabeli 6.5. Podać przykłady obliczeń określonych wartości.



Rys. 6.10. Schemat układu pomiarowego do badania obciążenia transformatora  
(Atr. – autotransformator jednofazowy, Odł. – odłącznik stanowiskowy, Uniwersalny miernik cyfrowy,  $V_2$  – woltomierz napięcia zmienneego,  $A_1$ ,  $A_2$  – amperomierze prądu zmennego,  $R_0$  – rezistor regulowany,  $R_1$ ,  $R_2$  – rezystancje cewek,  $L_1$ ,  $L_2$  – indukcyjności cewek)

Tabela 6.5. Tabela badań transformatora powietrznego w stanie obciążenia

lp.	Dane pomiarowe					Dane obliczone			
	$U_1$	$U_2$	$I_1$	$I_2$	$P$	$\vartheta_u$	$Z_{we}$	$R_{we}$	$X_{we}$
	V	V	A	A	W	---	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
1									
2									
3									
4									
5									

### Opracowanie wyników

W sprawozdaniu należy zamieścić przykładowe obliczenia odpowiednich parametrów badanych obwodów. Dodatkowo należy opracować zależności parametrów w funkcji odległości pomiędzy cewkami przy stałym napięciu zasilania oraz przy stałej odległości i zmiennym napięciu zasilania w układzie połączenia cewek szeregowym i równoległy. W przypadku serii badań transformatora powietrznego w stanie jałowym opracować zależności parametrów transformatora w funkcji odległości przy stałej wartości napięcia zasilania.

Wszystkie niezbędne do opracowania zależności zostały sprecyzowane w odpowiednich punktach instrukcji do ćwiczenia.



## Laboratorium 7. Stany nieustalone

### Cel laboratorium

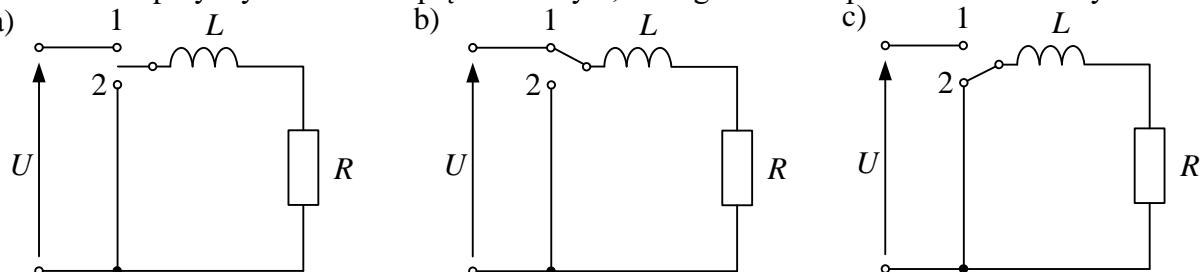
Celem laboratorium jest zbadanie zjawisk występujących w obwodach elektrycznych w stanie nieustalonym na przykładzie analizy szeregowych układów  $RC$ ,  $RL$  oraz  $RLC$  przy wymuszeniu napięciem stałym.

### Zakres tematyczny zajęć

- Wyznaczenie stałej czasowej w układach  $RL$  i  $RC$ .
- Analiza stanu nieustalonego w szeregowych obwodach  $RC$  oraz  $RL$ .
- Analiza stanu nieustalonego w gałęzi szeregowej  $RLC$  przy zasilaniu napięciem stałym; wyznaczenie rezystancji krytycznej i analiza przypadku oscylacyjnego.

### Wiadomości ogólne

W **stanie nieustalonym** prądy i napięcia obwodu elektrycznego są nieokresowymi funkcjami czasu. Źródłem stanów nieustalonych mogą być procesy łączeniowe zmieniające strukturę obwodu lub zmiany parametrów elementów aktywnych i biernych obwodu. Stan nieustalony (przejściowy) może być np. uzyskany poprzez zamknięcie wyłącznika w szeregowym układzie  $RL$  przy wymuszeniu napięciem stałym, którego schemat przedstawiono na rys. 7.1:



Rys. 7.1. Schematy procesów łączeniowych w szeregowym układzie  $RL$ : a) obwód rozwarty; b) zasilanie napięciem stałym; c) zwarcie obwodu przy niezerowych warunkach początkowych

Przymijmy, że w chwili początkowej (rys. 7.1a) stan układu był ustalony i przez obwód nie płynął żaden prąd (przerwa w obwodzie). Po ustawieniu przełącznika w pozycji (1), przez obwód popłynie prąd o zmiennej wartości, a na cewce nastąpi spadek napięcia proporcjonalny do szybkości zmian przepływającego prądu (składowa przejściowa), zgodnie z poniższym równaniem:

$$u_L = L \frac{di}{dt} . \quad (7.1)$$

Równanie napięciowe obwodu przyjmie postać:

$$u_R + u_L = U , \quad (7.2)$$

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} = U . \quad (7.3)$$



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Uwzględniając warunki początkowe ( $i(0) = 0$ ), rozwiązaniem powyższego równania różniczkowego pierwszego stopnia będzie:

$$i = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (7.4)$$

Występująca w równaniu zmienna  $\tau$  nosi nazwę **stałej czasowej**, jest wyrażana w sekundach i dla obwodu  $RL$  można ją wyznaczyć jako iloraz indukcyjności własnej i rezystancji:

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (7.5)$$

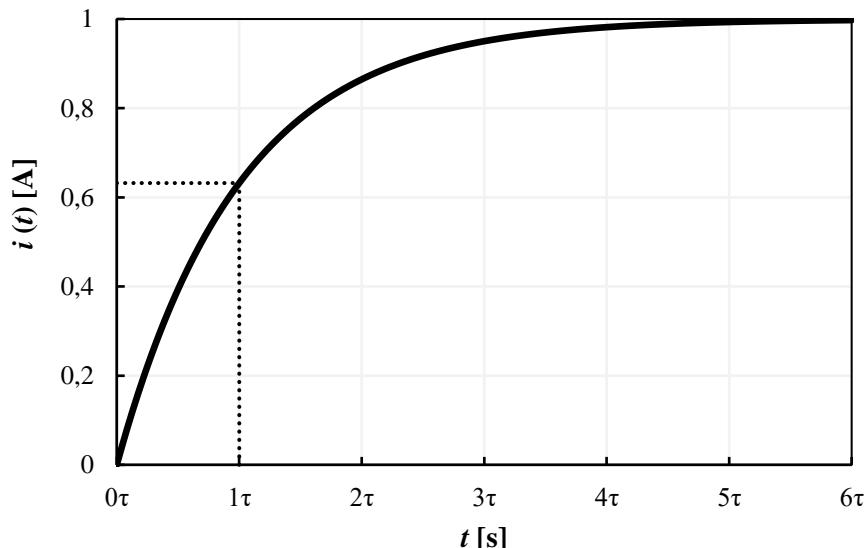
Znając natężenie prądu, możemy wyznaczyć wartość spadku napięcia na rezistorze:

$$u_R = R \cdot i = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (7.6)$$

Podstawiając wyrażenie na  $u_R$  do równania napięciowego (7.2) otrzymujemy:

$$u_L = U - u_R = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}. \quad (7.7)$$

Przebieg prądu i napięcia na cewce obrazuje poniższy rysunek:



Rys. 7.2. Przebieg prądu podczas zasilenia szeregowego układu  $RL$



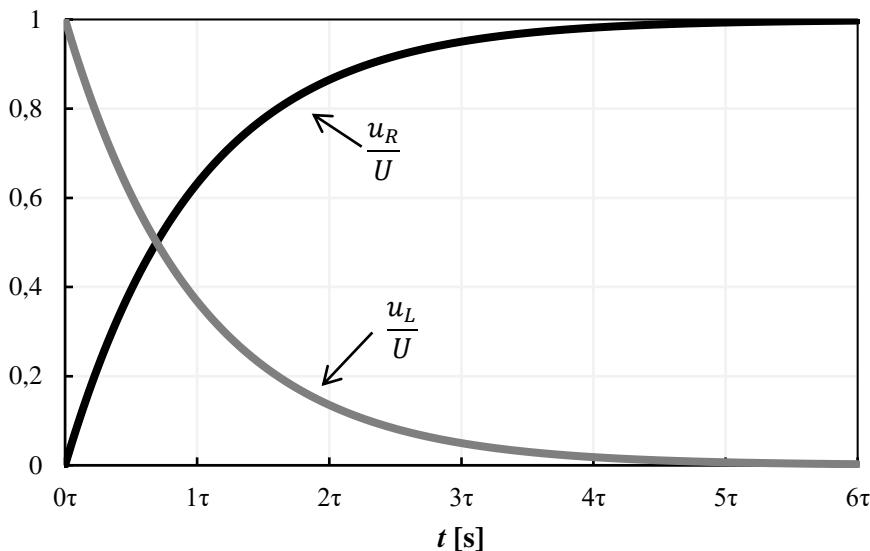
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 7.3. Przebiegi spadków napięć podczas zasilenia szeregowego układu RL

Przy  $t \rightarrow \infty$ , wartość  $u_L$  maleje do zera, a prąd przyjmie wartość równą:

$$i(t \rightarrow \infty) = I = \frac{U}{R}. \quad (7.8)$$

Prąd przyjmuje stałą wartość  $I$  – powstaje nowy stan ustalony, w którym napięcie na rezystorze będzie równe napięciu zasilającemu. W praktyce przyjmuje się, że stan ustalony zostaje osiągnięty jeżeli składowa przejściowa (w tym przypadku  $u_L$ ) stanie się dostatecznie mała w stosunku do wartości początkowej (np. 0,7% wartości dla  $t = 5\tau$ ). Jeśli po uzyskaniu stanu ustalonego zewrzemy obwód (rys. 7.1c), powstanie nowy stan nieustalony. Przyjmując nowy warunek początkowy (niezerową, ustaloną wcześniej wartość prądu równą ilorazowi  $U$  i  $R$ ) oraz uwzględniając w równaniu napięciowym brak dodatkowego źródła zasilania (zwarcie), można w sposób analogiczny wyznaczyć nowe wartości chwilowe prądu i napięć:

$$i = \frac{U}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad (7.9)$$

$$u_R = R \cdot i = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad (7.10)$$

$$u_L = -u_R = -U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}. \quad (7.11)$$

Przebiegi prądu i spadków napięć obrazują poniższe rysunki:



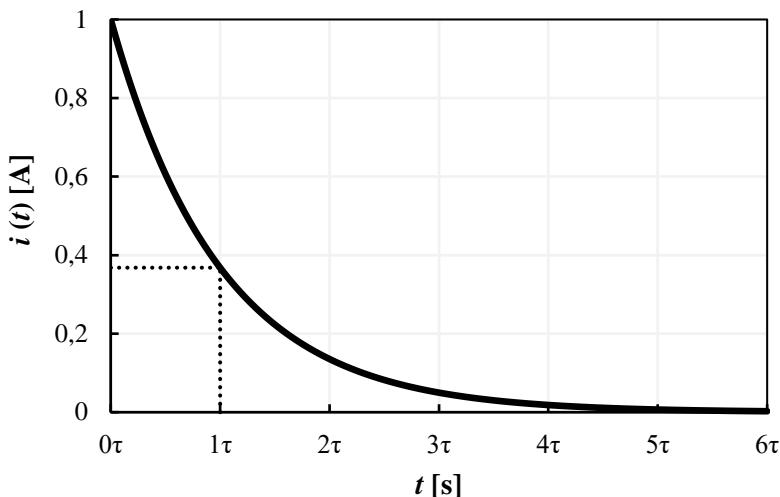
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



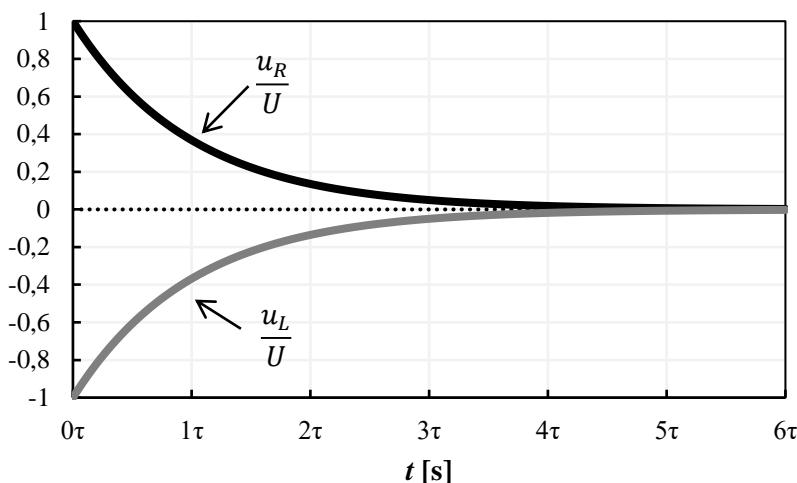
Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 7.4. Przebieg prądu podczas zwarcia szeregowego układu RL  
przy niezerowych warunkach początkowych



Rys. 7.5. Przebiegi spadków napięć podczas zwarcia szeregowego układu RL  
przy niezerowych warunkach początkowych

Stan nieustalony można również uzyskać wprowadzając w układzie z rys. 7.1 kondensator w miejscu cewki. W powstałym szeregowym układzie  $RC$ , stan przejściowy związany jest z ładowaniem lub rozładowaniem kondensatora po załączeniu źródła napięcia, przez który płynie prąd o zmiennym natężeniu (składowa przejściowa), co można wyrazić poniższym równaniem:

$$i = C \frac{du_C}{dt} . \quad (7.12)$$



Równanie napięciowe przyjmie postać:

$$u_R + u_C = U , \quad (7.13)$$

$$R \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = U . \quad (7.14)$$

Podobnie jak przy szeregowym układzie  $RL$ , rozwiązywanie tego równania różniczkowego pierwszego stopnia zależy od warunku początkowego układu. Dla załączenia zasilania obwodu (ładowanie kondensatora,  $u_C(0) = 0$ ) można zapisać:

$$u_C = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (7.15)$$

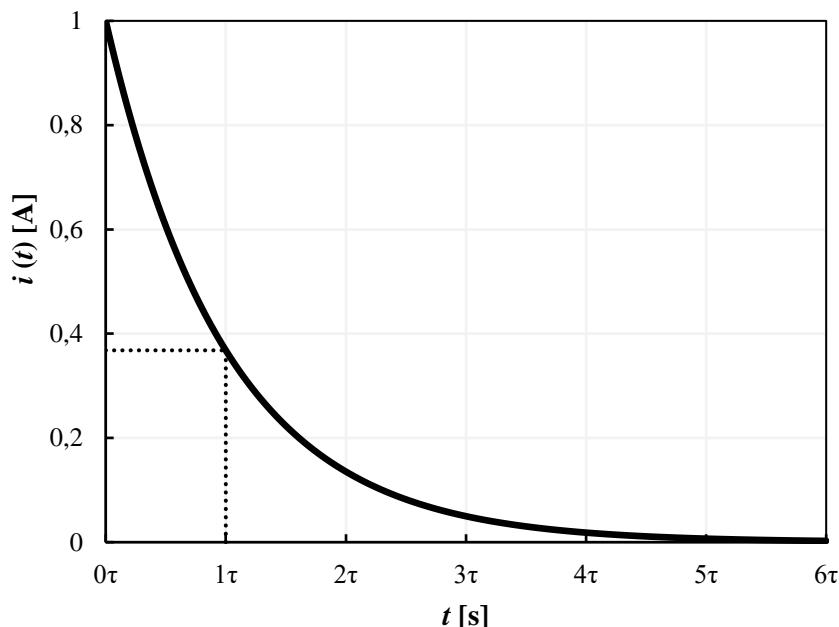
$$u_R = U - u_C = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7.16)$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (7.17)$$

Dla szeregowego układu  $RC$  stała czasowa wynosi:

$$\tau = R \cdot C . \quad (7.18)$$

Przebiegi prądu oraz spadków napięć w obwodzie przedstawiają poniższe rysunki:



Rys. 7.6. Przebieg prądu podczas zasilenia szeregowego układu  $RC$



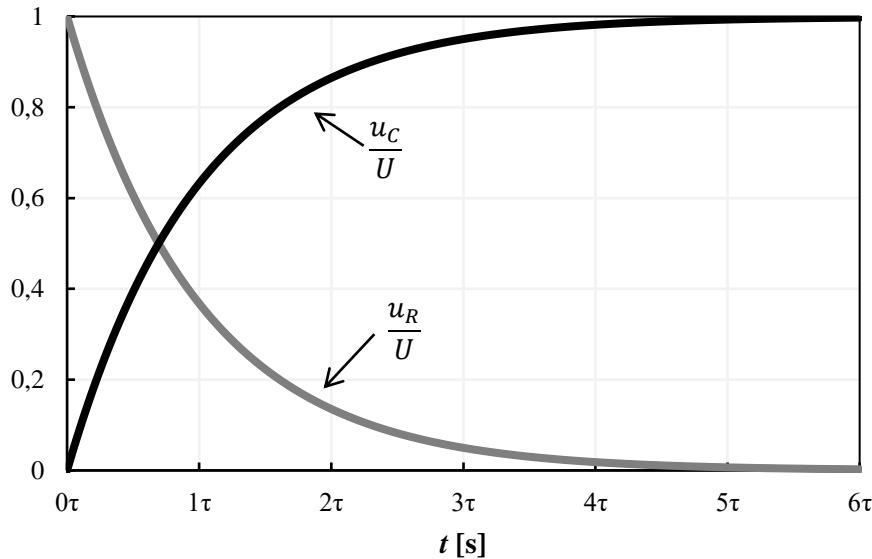
Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 7.7. Przebiegi spadków napięć podczas zasilenia szeregowego układu RC

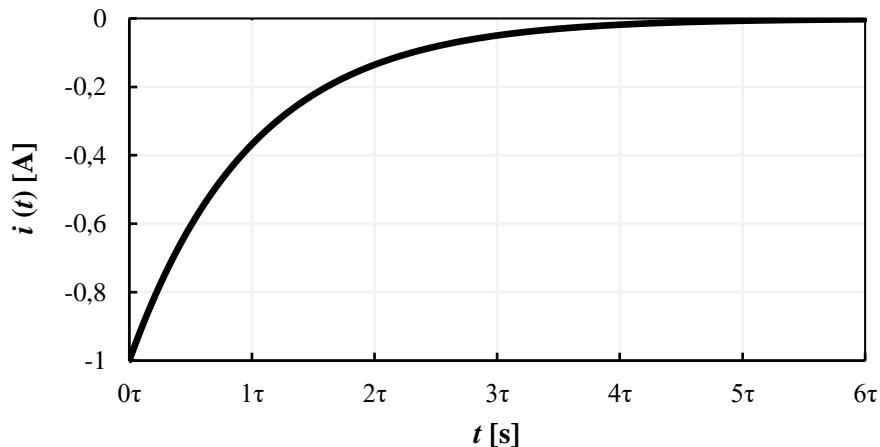
Po naładowaniu kondensatora ( $u_C = U$ ) i ustaniu prądu, zwarcie obwodu wywoła nowy stan nieustalony, dla którego prąd i napięcia można opisać poniższymi wzorami:

$$u_C = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad (7.19)$$

$$u_R = -u_C = -U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad (7.20)$$

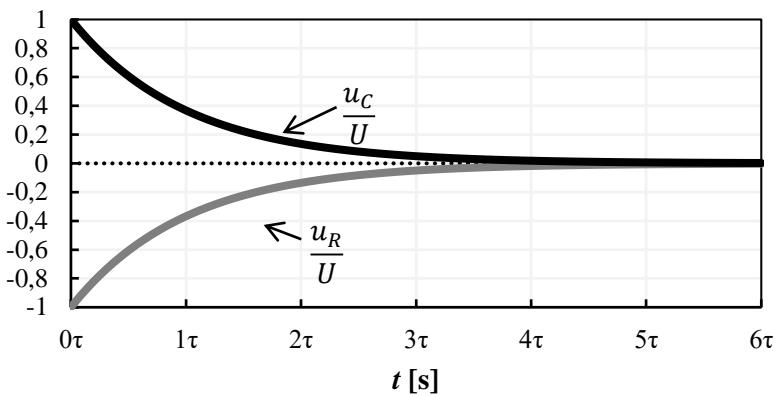
$$i = \frac{u_R}{R} = -\frac{U}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}. \quad (7.21)$$

Przebiegi natężenia prądu oraz napięcia na kondensatorze przedstawia poniższy rysunek:



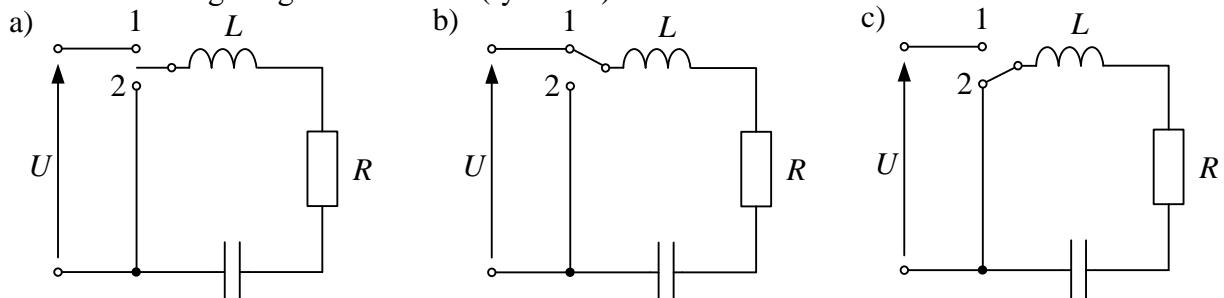
Rys. 7.8. Przebieg prądu podczas zwarcia szeregowego układu RC przy niezerowych warunkach początkowych





Rys. 7.9. Przebiegi spadków napięć podczas zwarcia szeregowego układu RC przy niezerowych warunkach początkowych

Stan nieustalony będzie również obecny podczas zasilenia napięciem stałym, a następnie zwarciem szeregowego układu RLC (rys. 7.10).



Rys. 7.10. Schematy procesów łączeniowych w szeregowym układzie RLC: a) rozwarcie obwodu; b) załączenie zasilania; c) zwarcie obwodu

Po załączeniu zasilania (rys. 7.10b), równanie napięciowe dla układu przyjmuje postać:

$$u_R + u_L + u_C = U . \quad (7.22)$$

Uzważyając kolejno poznane wcześniej równania na spadek napięcia na cewce (7.1) oraz prąd ładowania kondensatora (7.12), otrzymujemy kolejno:

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} + u_C = U , \quad (7.23)$$

$$R \cdot C \frac{du_C}{dt} + L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = U . \quad (7.24)$$

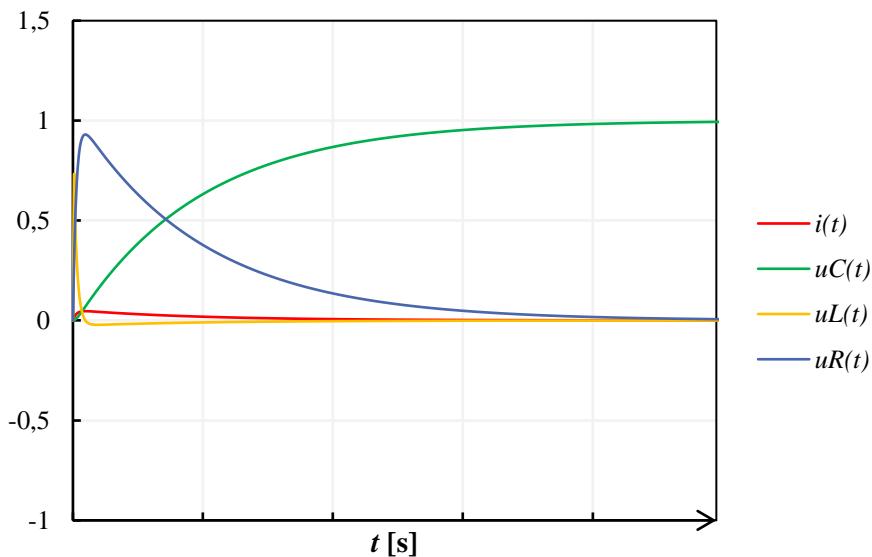
Rozwiązywanie tego równania różniczkowego drugiego stopnia i charakter przebiegów napięć i prądów w obwodzie zależy od wzajemnej relacji wartości rezystancji, indukcyjności własnej i pojemności. Wygodnie się tu posłużyć terminem tzw. **rezystancji krytycznej**  $R_k$ :

$$R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (7.25)$$

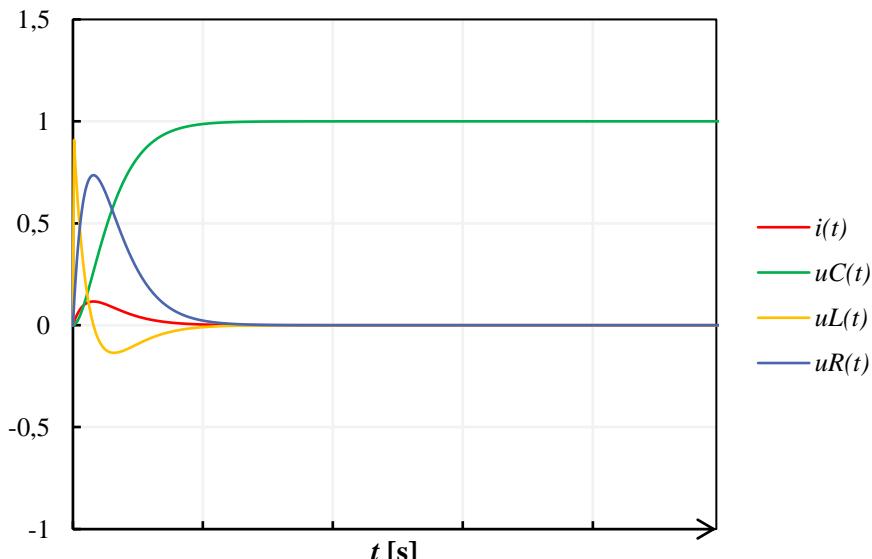


W zależności od wartości rezystancji obwodu wyróżnić możemy:

- przypadek aperiodyczny ( $R > R_k$ ) – charakter zmian w obwodzie w stanie przejściowym jest aperiodyczny (nieokresowy) i dąży do stanu ustalonego w sposób wykładniczy (rys. 7.11),
- przypadek aperiodyczny krytyczny ( $R = R_k$ ) – charakter zmian w obwodzie w stanie przejściowym jest aperiodyczny (nieokresowy) i dąży do stanu ustalonego w sposób wykładniczy w najkrótszym czasie (rys. 7.12),
- przypadek oscylacyjny ( $R < R_k$ ) – charakter zmian w obwodzie w stanie przejściowym ma charakter sinusoidalnych, tłumionych oscylacji (rys. 7.13).



Rys. 7.11. Przebiegi prądu i napięć podczas załączenia zasilania w szeregowym układzie RLC  
(przypadek aperiodyczny)



Rys. 7.12. Przebiegi prądu i napięć podczas załączenia zasilania w szeregowym układzie RLC  
(przypadek aperiodyczny krytyczny)



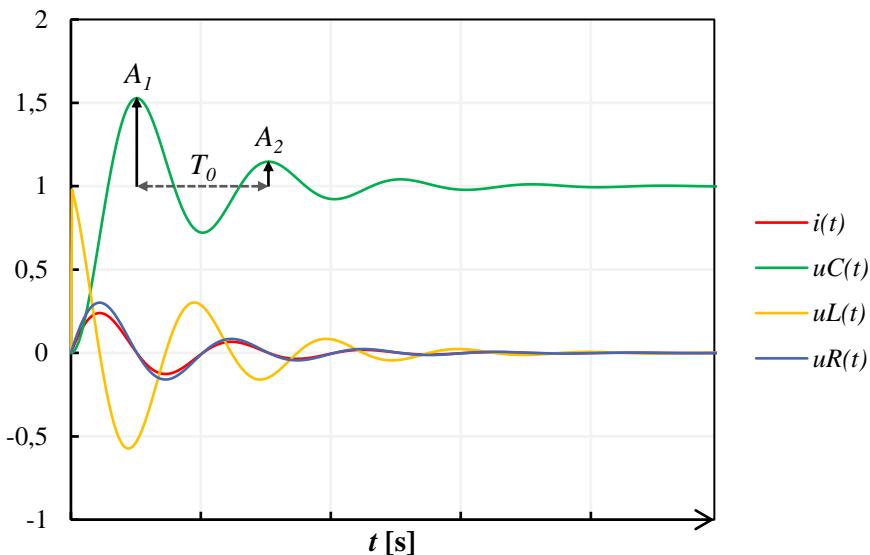
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 7.13. Przebiegi prądu i napięć podczas załączenia zasilania w szeregowym układzie RLC (przypadek oscylacyjny)

Dla przypadku oscylacyjnego, **współczynnik tłumienia oscylacji  $\alpha$**  możemy wyrazić w następujący sposób:

$$\alpha = \frac{R}{2L}. \quad (7.26)$$

Pulsacja drgań własnych  $\omega_0$  zależy od wartości  $R, L, C$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - (\alpha)^2}. \quad (7.27)$$

Zmniejszanie się kolejnych amplitud oscylacji (np.  $A_1, A_2$  na rys. 7.13) odległych o okres  $T_0$ , w skali logarytmicznej można określić posługując się tzw. **logarytmicznym dekrementem tłumienia  $\Lambda$** :

$$\Lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} = \alpha \cdot T_0 = \frac{2\pi \cdot \alpha}{\omega_0} = \frac{\pi \cdot R}{\omega_0 \cdot L}. \quad (7.28)$$

W przypadku oscylacyjnym, prąd ładowania kondensatora można wyrazić za pomocą poniższej zależności:

$$i = \frac{U}{\omega_0 \cdot L} e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t). \quad (7.29)$$

W przypadku procesu rozładowania (rys. 7.10c), powyższa zależność będzie miała znak przeciwny.

Częstotliwość i tłumienie oscylacji są tym większe, im większa jest wartość rezystancji. W granicznym przypadku dla  $R = 0$ , współczynnik tłumienia wynosi 0, a rozważane przebiegi mają charakter sinusoidalny. Należy jednak pamiętać, że przy rozważaniu rzeczywistych układów, w obliczeniach należy uwzględnić np. rezystancję własną cewki.

### Pytania kontrolne



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

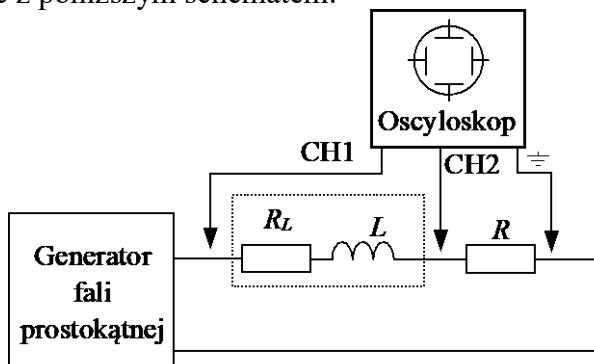


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

1. Warunek występowania stanu nieustalonego w obwodach elektrycznych.
2. Równanie różniczkowe opisujące prąd płynący przez kondensator w szeregowym układzie  $RC$ .
3. Równanie różniczkowe opisujące spadek napięcia na idealnej cewce w szeregowym układzie  $RL$ .
4. Stała czasowa w szeregowych układach  $RL$  i  $RC$ .
5. Przebiegi prądów i napięć w układach  $RL$  i  $RC$  przy zasilaniu napięciem stałym.
6. Równanie różniczkowe II rzędu w szeregowym układzie  $RLC$ .
7. Warunki charakteru aperiodycznego, oscylacyjnego oraz krytycznego układu  $RLC$ .
8. Logarytmiczny dekrement tłumienia w szeregowym obwodzie  $RLC$  dla przypadku oscylacyjnego.

**Zadanie 7.1. Stan nieustalony w szeregowym układzie  $RL$  przy wymuszeniu napięciem stałym**

1. Połączyć układ zgodnie z poniższym schematem:



Rys. 7.14. Schemat blokowy układu do badania stanów nieustalonych w układzie  $RL$   
(kanal CH1 – napięcie zasilające  $U$ ; kanał CH2 – napięcie  $u_R$ )

2. Obliczyć stałą czasową na podstawie parametrów cewki i rezystora (uwzględnić w obliczeniach rezystancję cewki).
3. Ustawić parametry generatora: sygnał prostokątny, wypełnienie 50% (symulacja załączenia zasilania i zwarcia obwodu), amplituda podana przez prowadzącego, częstotliwość  $f = \frac{1}{12\tau}$  (okres obejmujący  $12\tau$ , po  $6\tau$  na każdy stan nieustalony załączenie zasilania / zwarcie przy niezerowych warunkach początkowych).
4. Po włączeniu generatora, wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu w sposób umożliwiający obserwację jednego pełnego okresu sygnału.
5. Zapisać uzyskane przebiegi  $U$  i  $u_R$  w postaci pliku BMP oraz pliku tekstowego CSV.
6. Punkty 1–5 powtórzyć dla nowej wartości  $R$  lub  $L$ .



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## Opracowanie wyników

- Na podstawie uzyskanych wyników, obliczyć napięcie na cewce rzeczywistej korzystając z równania 7.2 oraz prąd płynący przez obwód na podstawie zmierzonego napięcia  $u_R$  i znanej rezystancji  $R$ . Podać przykłady obliczeń.
- Wykreślić przebiegi  $u_R(t)$ ,  $u_L(t)$  oraz  $i(t)$  dla załączenia zasilania (czas  $0 - 6\tau$ ) oraz zwarcia obwodu przy niezerowych warunkach początkowych (czas  $6\tau - 12\tau$ ).
- Porównać wyniki pomiarów z wartościami teoretycznymi wg tabeli 7.1. Porównać we wnioskach uzyskane wyniki uzyskane dla różnych wartości  $R$  lub  $L$ .

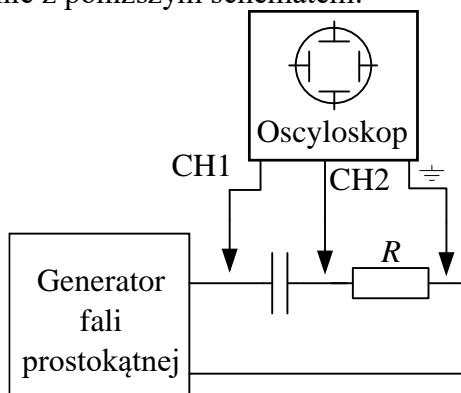
Tabela 7.1. Tabela obliczeniowa do badania stanów nieustalonych w układzie  $RL$

Czas po rozpoczęciu stanu nieustalonego	$u_L/U$			
	Załączenie obwodu		Rozłączenie obwodu	
	Wynik pomiarów	Wartość teoretyczna	Wynik pomiarów	Wartość teoretyczna
$\tau$				
$2\tau$				
$5\tau$				
$6\tau$				

## Zadanie 7.2. Stan nieustalony w szeregowym układzie $RC$ przy wymuszeniu napięciem stałym

W celu zbadania czasu nieustalonego  $RC$ , należy:

- Połączyć układ zgodnie z poniższym schematem:



Rys. 7.15. Schemat blokowy układu do badania stanów nieustalonych w układzie  $RC$  (kanal CH1 – napięcie zasilające  $U$ ; kanał CH2 – napięcie  $u_R$ )

- Obliczyć stałą czasową na podstawie parametrów kondensatora i rezystora.
- Ustawić parametry generatora: sygnał prostokątny, wypełnienie 50% (symulacja załączenia/wyłączenia obwodu), amplituda podana przez prowadzącego, częstotliwość  $f = \frac{1}{12\tau}$  (okres obejmujący  $12\tau$ , po  $6\tau$  na każdy stan nieustalony załączenie zasilania / zwarcie obwodu przy niezerowych warunkach początkowych).
- Po włączeniu generatora, wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu w sposób umożliwiający obserwację jednego pełnego okresu sygnału.
- Zapisać uzyskane przebiegi  $U$  i  $u_R$  w postaci pliku BMP oraz pliku tekstowego CSV.
- Punkty 1–5 powtórzyć dla nowej wartości  $R$  lub  $C$ .



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## Opracowanie wyników

- Na podstawie uzyskanych wyników, obliczyć napięcie  $u_C$  korzystając z równania 7.13 oraz prąd płynący przez obwód na podstawie zmierzonego napięcia  $u_R$  i znanej rezystancji  $R$ . Podać przykłady obliczeń.
- Wykreślić przebiegi  $u_R(t)$ ,  $u_C(t)$  oraz  $i(t)$  dla załączenia zasilania (czas  $0 - 6\tau$ ) oraz zwarcia obwodu przy niezerowych warunkach początkowych (czas  $6\tau - 12\tau$ ).
- Porównać wyniki pomiarów z wartościami teoretycznymi wg tabeli 7.2 Porównać we wnioskach uzyskane wyniki uzyskane dla różnych wartości  $R$  lub  $C$ .

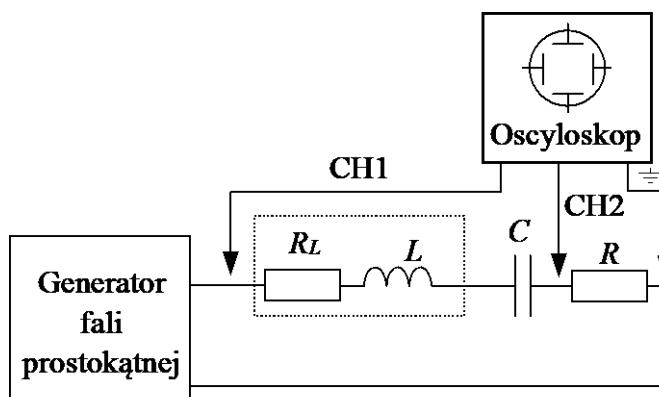
Tabela 7.2. Tabela obliczeniowa do badania stanów nieustalonych w układzie RC

Czas po rozpoczęciu stanu nieustalonego	$u_C/U$			
	Załączenie obwodu		Rozłączenie obwodu	
	Wynik pomiarów	Wartość teoretyczna	Wynik pomiarów	Wartość teoretyczna
$\tau$				
$2\tau$				
$5\tau$				
$6\tau$				

## Zadanie 7.3. Stan nieustalony w szeregowym układzie RLC przy wymuszeniu napięciem stałym

W celu zbadania czasu nieustalonego RLC, należy:

- Dla podanych wartości  $L$  i  $C$ , obliczyć rezystancję krytyczną  $R_k$ . Dobrać rezystancję  $R$  tak, by  $R + R_L \leq R_k/5$  (przypadek oscylacyjny). Obliczyć współczynnik tłumienia  $\alpha$  i pulsację drgań własnych  $\omega_0$ .
- Połączyć układ zgodnie z poniższym schematem:



Rys. 7.16. Schemat blokowy układu do badania stanów nieustalonych w układzie RLC (kanal CH1 – napięcie zasilające  $U$ ; kanał CH2 – napięcie  $u_R$ )

- Ustawić parametry generatora: sygnał prostokątny, wypełnienie 50% (symulacja załączenia/wyłączenia obwodu), amplituda podana przez prowadzącego, częstotliwość  $f = \frac{\omega_0}{20\pi}$ .



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

4. Po włączeniu generatora, wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu w sposób umożliwiający obserwację jednego pełnego okresu sygnału.
5. Zapisać uzyskane przebiegi  $U$  i  $u_R$  w postaci pliku BMP oraz pliku tekstowego CSV.

### **Opracowanie wyników**

1. Na podstawie zmierzonej wartości  $u_R$  i znanej wartości rezystancji, obliczyć natężenie prądu  $i(t)$ . Podać przykład obliczeń.
2. Wykreślić przebieg prądu  $i(t)$  i porównać go z wykresem teoretycznym.
3. Obliczyć logarytmiczny dekrement tłumienia na podstawie dwóch wybranych amplitud tłumienia i porównać go z wartością wyznaczoną teoretycznie.



**Fundusze  
Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita  
Polska**

**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny



## LABORATORIUM 8. FILTRY CZĘSTOTLIWOŚCIOWE

### Cel laboratorium

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z budową, zasadą działania oraz pomiarem charakterystyk filtrów pasywnych.

### Zakres tematyczny zajęć

- Układy filtrów pasywnych  $RC$  pierwszego stopnia.
- Wyznaczanie parametrów filtrów reaktancyjnych: częstotliwość graniczna, współczynnik tłumienia, przesunięcie fazowe.
- Wykonanie charakterystyki amplitudowej i fazowej filtra.

### Wiadomości ogólne

**Filtrem częstotliwościowym** nazywamy układ, który przepuszcza bez tłumienia sygnały w określonym paśmie częstotliwości (pasmo przepustowe), a tłumi sygnały leżące poza tym pasmem (pasmo zaporowe). Filtry posiadają strukturę czwórnika z dwoma parami zacisków: wejściowych i wyjściowych.



Rys. 8.1. Filtr jako czwórnik ( $U_{we}$  – napięcie wejściowe,  $U_{wy}$  – napięcie wyjściowe)

Stosunek napięcia wyjściowego do napięcia wejściowego określa **współczynnik wzmacnienia filtru**  $A$ . Ze względu na dużą zmienność współczynnika w funkcji częstotliwości, zazwyczaj jest on wyrażany w jednej z dwóch jednostek skali logarytmicznej:

- w neperach:

$$A_N = \ln \frac{U_{wy}}{U_{we}}, \quad (8.1)$$

- w decybelach:

$$A_{dB} = 20 \log \frac{U_{wy}}{U_{we}}. \quad (8.2)$$

W idealnym filtrze, w paśmie przepustowym napięcie wyjściowe powinno równać się wejściowemu ( $A_{dB} = 20 \log(1) = 0 \text{ dB}$ ), a znacznie maleć w paśmie zaporowym.

Częstotliwością oddzielającą pasmo przepustowe od zaporowego jest tzw. **częstotliwość graniczna filtru**  $f_g$ . W zależności od położenia pasma przepustowego możemy wyróżnić :

1. Filtry dolnoprzepustowe – pasmo przepustowe zawarte jest w granicach od  $f = 0 \text{ Hz}$  do  $f_g$ .
2. Filtry górnoprzepustowe – pasmo przepustowe zawarte jest w granicach od  $f_g$  do nieskończoności.
3. Filtry pasmowo-przepustowe (pasmowe) – pasmo przepustowe zawarte jest w granicach od  $f_{g1}$  do  $f_{g2}$ .
4. Filtry pasmowo-zaporowe (zaporowe) – pasmo przepustowe zawarte jest w granicach od  $f = 0 \text{ Hz}$  do  $f_{g1}$  i od  $f_{g2}$  do nieskończoności.



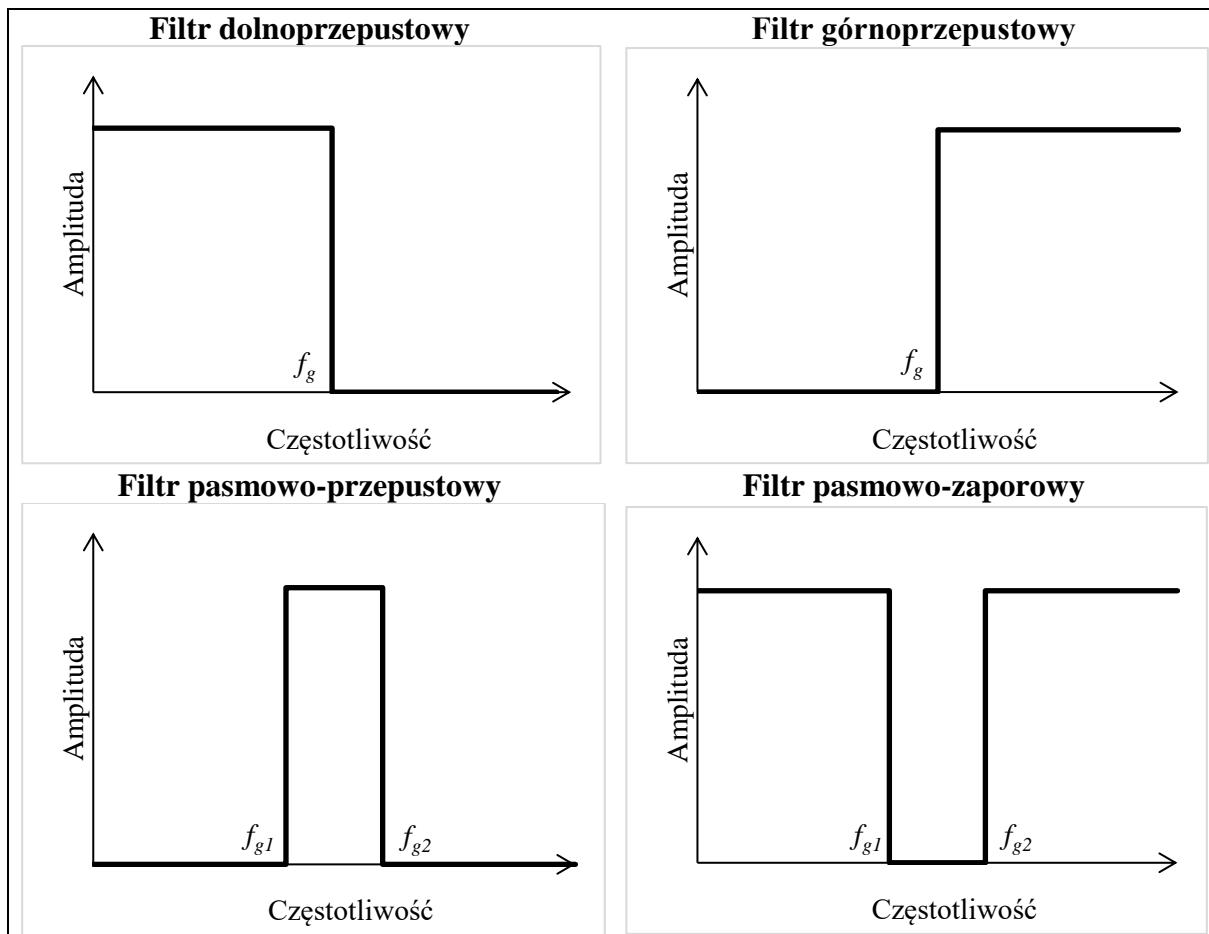
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 8.2. Charakterystyki amplitudowe filtrów idealnych

Ze względu na technikę budowy, filtry możemy z kolei podzielić na:

- pasywne – zbudowane tylko z elementów  $R$ ,  $L$  i  $C$ ;
- aktywne – wykorzystujące elementy aktywne, takie jak wzmacniacze operacyjne.

W dalszej części ćwiczenia analizowane będą filtry pasywne zawierające po jednym elemencie reaktancyjnym (filtry pierwszego rzędu). Oprócz prostej konstrukcji, cechują się one możliwością pracy bez dodatkowego źródła zasilania, nie pozwalają jednak na wzmacnianie sygnału.

W układach rzeczywistych zbocze charakterystyki przy częstotliwościach granicznych nie jest pionowe, co przedstawiono na przykładowej charakterystyce amplitudowej filtra dolnoprzepustowego  $RC$  (rys. 8.3). Przyjmuje się, że częstotliwość graniczna to częstotliwość, dla której stosunek napięcia wejściowego do wyjściowego wynosi  $\sqrt{2}$ , co odpowiada tłumieniu równemu 3 dB:

$$A_{dB}(f_g) = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3 \text{ dB} . \quad (8.3)$$

W takim przypadku, za pasmo przenoszenia przyjmuje się taki zakres częstotliwości, dla którego  $A_{dB}(f) > -3 \text{ dB}$ .



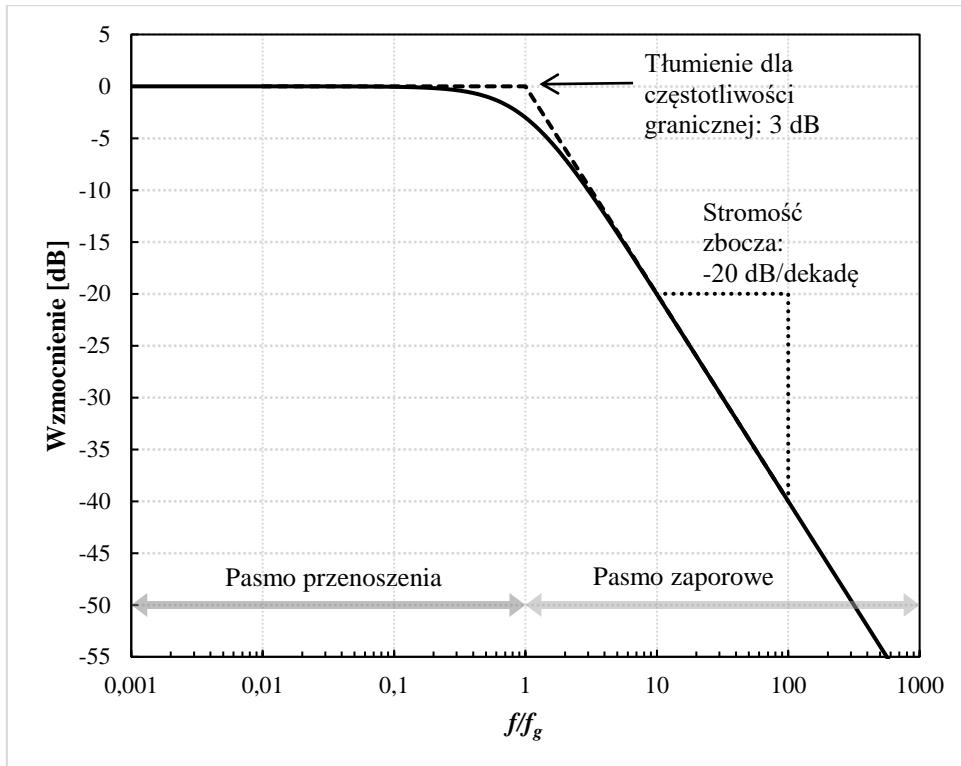
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 8.3. Charakterystyka amplitudowa dolnoprzepustowego filtra pasywnego RC

Z charakterystyki amplitudowej można również odczytać **nachylenie (stromość) zbocza** przy przejściu z pasma przenoszenia do pasma zaporowego. Wielkość ta jest zazwyczaj wyrażana w decybelach na dekadę, gdzie dekada oznacza dziesięciokrotną zmianę częstotliwości. W przypadku prostych filtrów pierwszego rzędu, stromość zbocza jest dosyć łagodna i wynosi 20 dB/dekadę.

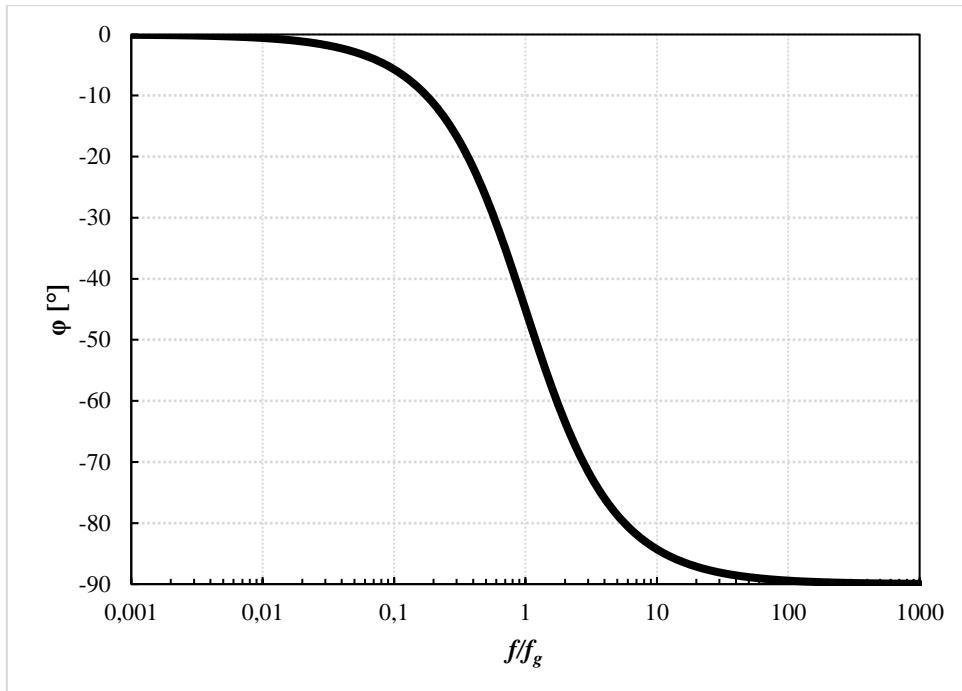
Doświadczalnie charakterystykę amplitudową można wykonać poprzez pomiar napięć skutecznych sygnału wejściowego i wyjściowego dla różnych wartości częstotliwości.

Oprócz zmiany wzmocnienia, filtry mogą także wpływać na przesunięcie fazowe z uwagi na obecność elementów reaktancyjnych. Przykładową charakterystykę fazową filtra dolnoprzepustowego *RC* obrazuje rysunek 8.4. Doświadczalnie charakterystykę fazową filtra można wykonać np. poprzez bezpośredni pomiar przesunięcia fazowego sygnału wejściowego i wyjściowego, tak jak przedstawiono to na rysunku 8.5 na przykładzie sygnału sinusoidalnego. Ze względu na to, że oba sygnały mają ten sam okres *T*, przesunięcie fazowe można obliczyć w następujący sposób (wynik w radianach):

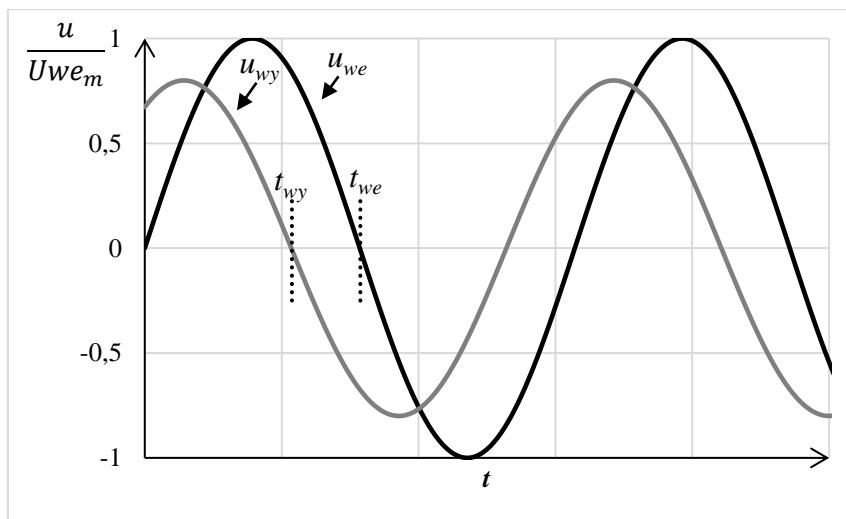
$$\varphi = 2\pi \frac{t_{wy} - t_{we}}{T}. \quad (8.4)$$

Funkcją łączącą charakterystykę amplitudową i częstotliwościową, jest funkcja przenoszenia czwórniku nazywana **transmitancją widmową** filtra:

$$H(f) = \frac{U_{wy}(f)}{U_{we}(f)} = A(f) \cdot e^{j\varphi(f)}. \quad (8.5)$$



Rys. 8.4. Charakterystyka fazowa dolnoprzepustowego filtra pasywnego RC



Rys. 8.5. Bezpośredni sposób pomiar przesunięcia fazowego dwóch sygnałów o tej samej częstotliwości:  $t_{we}$  – czas przejścia przez zero sygnału wejściowego;  $t_{wy}$  – czas przejścia przez zero sygnału wyjściowego

Ze względu na rozmiary i koszt elementów indukcyjnych, w prostych filtrach pasywnych stosowane są zazwyczaj elementy pojemnościowe. **Filtr dolnoprzepustowy RC** można wykonać z użyciem jednego rezystora i kondensatora, co przedstawiono na rysunku 8.6.



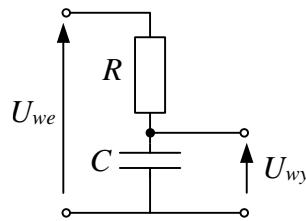
**Fundusze Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita  
Polska**

**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny





Rys. 8.6. Schemat układu dolnoprzepustowego filtra RC

Z dzielnika napięciowego możemy zapisać następującą zależność, a następnie wyznaczyć transmitancję widmową filtra:

$$U_{wy} = U_{we} \frac{-j \cdot X_C}{R - j \cdot X_C}, \quad (8.6)$$

$$H = \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{-j \cdot X_C}{R - j \cdot X_C} = \frac{-j \frac{1}{\omega \cdot C}}{R - j \frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot R \cdot C + 1} = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot R \cdot C + 1}. \quad (8.7)$$

Wiedząc, że dla częstotliwości granicznej moduł transmitancji (amplituda częstotliwościowa A) powinna wynosić  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , można zapisać:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \left| \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f_g \cdot R \cdot C + 1} \right|, \quad (8.8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi \cdot f_g \cdot R \cdot C)^2 + 1}}, \quad (8.9)$$

$$\sqrt{(2\pi \cdot f_g \cdot R \cdot C)^2 + 1} = \sqrt{2}, \quad (8.10)$$

$$(2\pi \cdot f_g \cdot R \cdot C)^2 = 1, \quad (8.11)$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}. \quad (8.12)$$

Podstawiając odwrotność częstotliwości granicznej do wzoru na transmitancję (równanie 8.7), możemy wyznaczyć kolejno współczynnik wzmacniania i przesunięcia fazowego:

$$H(f) = \frac{1}{j \frac{f}{f_g} + 1}, \quad (8.13)$$

$$A(f) = |H(f)| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_g}\right)^2 + 1}}, \quad (8.14)$$



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

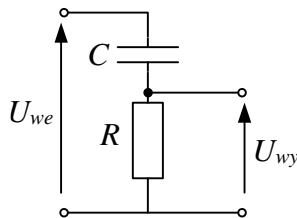


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

$$\varphi(f) = \arg(H(f)) = -\arctan\left(\frac{f}{f_g}\right). \quad (8.15)$$

Charakterystyki częstotliwościowe dolnoprzepustowego filtra  $RC$  przedstawiono na rysunkach 8.3 i 8.4.

Zmieniając układ połączeń elementów, można otrzymać **filtr górnoprzepustowy  $RC$** :



Rys. 8.7. Schemat układu górnoprzepustowego filtra  $RC$

Podobnie jak we wcześniejszym przykładzie, wyznaczmy transmitancję widmową filtra:

$$H = \frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{R}{R - j \cdot X_C} = \frac{R}{R - j \frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot \omega \cdot R \cdot C}}. \quad (8.16)$$

Wykonując przekształcenia analogiczne do równań 8.8–8.11, można wyznaczyć następujące zależności dla filtra górnoprzepustowego:

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}, \quad (8.17)$$

$$H(f) = \frac{1}{j \frac{f_g}{f} + 1}, \quad (8.18)$$

$$A(f) = |H(f)| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_g}{f}\right)^2 + 1}}, \quad (8.19)$$

$$\varphi(f) = \arg(H(f)) = -\arctan\left(\frac{f_g}{f}\right). \quad (8.20)$$

### Pytania kontrolne

1. Definicja filtra częstotliwościowego.
2. Klasifikacja filtrów.
3. Budowa filtrów pasywnych  $RC$  pierwszego stopnia.
4. Parametry filtrów reaktancyjnych: częstotliwość graniczna, współczynnik tłumienia, przesunięcie fazowe.
5. Charakterystyka amplitudowa i fazowa filtra.
6. Transmitancja widmowa filtra.



**Fundusze Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita Polska**

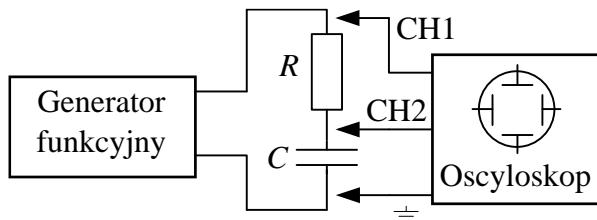
**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny



### Zadanie 8.1 Badanie dolnoprzepustowego filtra pasywnego RC

W celu analizy dolnoprzepustowego filtra RC należy:

- Połączyć układ zgodnie z poniższym schematem:



Rys. 8.8. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk częstotliwościowych dolnoprzepustowego filtra RC (kanał CH1 – napięcie wejściowe  $U_{we}$ , kanał CH2 – napięcie wyjściowe  $U_{wy}$ )

- Dla podanych wartości elementów  $R$  i  $C$ , obliczyć częstotliwość graniczną  $f_g$ .
- Określić 10÷20 punktów pomiarowych częstotliwości w zakresie od  $0,1 f_g$  do  $10 f_g$ , pamiętając o skali logarytmicznej (dekady) i zagęszczeniu pomiarów w pobliżu częstotliwości granicznej.
- Ustawić parametry generatora: sygnał sinusoidalny, amplituda wskazana przez prowadzącego.
- Na oscyloskopie ustawić pomiar napięcia skutecznego  $U_{we}$ , napięcia skutecznego  $U_{wy}$  oraz automatyczny pomiar przesunięcia fazowego między kanałami ( $t_{wy} - t_{we}$ ).
- Po ustaleniu częstotliwości na generatorze, wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu w sposób umożliwiający obserwację kilku pełnych okresów sygnału – można do tego wykorzystać przycisk ustawienia automatycznego. Zanotować zmierzone wartości do poniższej tabeli, powtarzając pomiary dla określonego wcześniej zakresu częstotliwości:

Tabela 8.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania filtra dolnoprzepustowego RC

lp.	$f$	$U_{we}$	$U_{wy}$	$A_{dB}$	$t_{wy} - t_{we}$	$\varphi$
	Hz	V	V	dB	s	°
1	$0,1 f_g$					
:	:					
20	$10 f_g$					

- Ustawić nowe parametry generatora: sygnał prostokątny, wypełnienie 50% (symulacja procesów przełączeniowych w układach cyfrowych). Zapisać przebiegi napięć w postaci pliku graficznego BMP oraz pliku tekstowego CSV dla częstotliwości:

- $0,1 f_g$ ,
- $f_g$ ,
- $10 f_g$ .



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

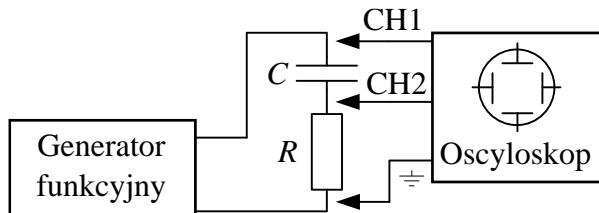


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

### Zadanie 8.2 Badanie górnoprzepustowego filtra pasywnego RC

W celu analizy górnoprzepustowego filtra  $RC$  należy:

- Połączyć układ zgodnie z poniższym schematem:



Rys. 8.9. Schemat układu pomiarowego do badania charakterystyk częstotliwościowych górnoprzepustowego filtra  $RC$  (kanał  $CH1$  – napięcie wejściowe  $U_{we}$ , kanał  $CH2$  – napięcie wyjściowe  $U_{wy}$ )

- Ustawić parametry generatora: sygnał sinusoidalny, amplituda wskazana przez prowadzącego.
- Na oscyloskopie ustawić pomiar napięcia skutecznego  $U_{we}$ , napięcia skutecznego  $U_{wy}$  oraz automatyczny pomiar przesunięcia fazowego między kanałami ( $t_{wy} - t_{we}$ ).
- Wykorzystać zanotowane wcześniej wartości  $f_g$  i zakres częstotliwości pomiarowych.
- Po ustawieniu częstotliwości na generatorze, wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu w sposób umożliwiający obserwację kilku pełnych okresów sygnału – można do tego wykorzystać przycisk ustawienia automatycznego. Zanotować zmierzone wartości do poniższej tabeli, powtarzając pomiary dla określonego wcześniej zakresu częstotliwości:

Tabela 8.2. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania filtra górnoprzepustowego  $RC$

lp.	$f$	$U_{we}$	$U_{wy}$	$A_{dB}$	$t_{wy} - t_{we}$	$\varphi$
	Hz	V	V	dB	s	°
1	$0,1 f_g$					
:	:					
20	$10 f_g$					

### Opracowanie wyników

- Dla obu filtrów obliczyć logarytmiczny współczynnik tłumienia  $A_{dB}$  oraz przesunięcie fazowe  $\varphi$  na podstawie wyników eksperymentalnych korzystając z wzorów 8.2 i 8.4. Następnie wykreślić charakterystyki amplitudowe oraz fazowe i porównać je z wykresami teoretycznymi. Określić stromość zbocza charakterystyki amplitudowej na podstawie wyników eksperymentalnych.
- Porównać przebiegi sygnałów prostokątnych dla różnych częstotliwości. Z czego mogą wynikać poszczególne kształty sygnałów?



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## LABORATORIUM 9. ZASTOSOWANIA DIOD PÓŁPRZEWODNIKOWYCH

### Cel laboratorium

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z budową i zastosowaniem wybranych typów diod półprzewodnikowych: prostowniczej, stabilizującej i świecącej.

### Zakres tematyczny zajęć

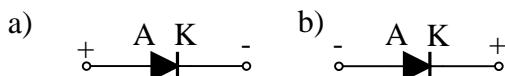
- Wyznaczenie charakterystyk prądowo-napięciowych diod, analiza działania w kierunku przewodzenia i zaporowym.
- Analiza działania prostownika dwupołówkowego w układzie Graetza.
- Badanie stabilizatora napięcia z wykorzystaniem diody stabilizującej.
- Zabezpieczenie układów z diodami świecącymi.

### Wiadomości ogólne

**Diody półprzewodnikowe** to nieliniowe elementy obwodu charakteryzujące się jednokierunkową przewodnością. Oznacza to, że dioda jest elementem niesymetrycznym, a jej charakterystyka jest zależna od polaryzacji przyłożonego napięcia. Można wyróżnić dwa tryby pracy diody, przy czym każda jest wykorzystywana w praktyce:

- przy polaryzacji w kierunku przewodzenia (wyższy potencjał od strony anody – przepływ prądu w kierunku katody) rezystancja diody jest bardzo mała i zachowuje się ona w obwodzie podobnie jak zwarcie;
- przy polaryzacji w kierunku zaporowym (wyższy potencjał od strony katody – przepływ prądu w kierunku anody) jej rezystancja jest bardzo duża, a dioda zachowuje się podobnie jak przerwa w obwodzie.

Rysunek obrazujący obie polaryzacje względem elektrod diody przedstawiono poniżej:



Rys. 9.1. Polaryzacja diody (A – anoda, K – katoda):

a) polaryzacja w kierunku przewodzenia, b) polaryzacja w kierunku zaporowym

Diody półprzewodnikowe zbudowane są z pojedynczego złącza p–n lub złącza metal–półprzewodnik. Poprzez użycie różnych konstrukcji i materiałów, można otrzymać diody o odmiennych charakterystykach i zastosowaniach. W ćwiczeniu zostaną omówione trzy typy diod, sklasyfikowane wg zastosowań: diody prostownicze, diody stabilizacyjne i diody świecące.

**Diody prostownicze** wykorzystywane są w układach prostowania prądu przemiennego i są zazwyczaj dostosowane do pracy pod dużym obciążeniem prądowym. Dla niskich częstotliwości (np. sieciowej), są one zazwyczaj wykonane z krzemem (rzadziej germanem), wykorzystując do działania złącze p–n. Typem diod przystosowanych do pracy przy wyższych częstotliwościach, są np. diody Schottky'ego posiadające złącze metal–półprzewodnik. Symbole obu diod przedstawia poniższy rysunek:



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

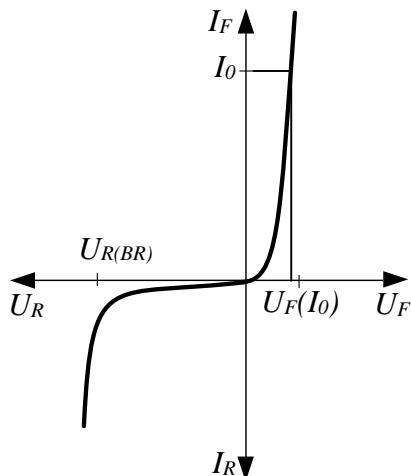


Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 9.2. Symbol a) diody prostowniczej b) diody Schottky'ego

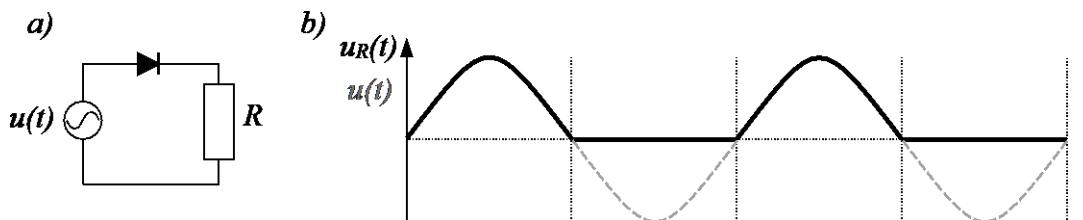
Przykład charakterystyki prądowo-napięciowej diody prostowniczej przedstawia poniższy rysunek:



Rys. 9.3. Charakterystyka prądowo-napięciowa diody prostowniczej:  $U_F$  – napięcie przewodzenia;  $I_F$  – prąd przewodzenia;  $U_R$  – napięcie zaporowe;  $I_R$  – prąd zaporowy;  $I_0$  – średni prąd przewodzenia

Po osiągnięciu niewielkiej wartości napięcia przewodzenia  $U_F$  (rzędu 0,2÷0,8 V w zależności od użytej konstrukcji), prąd płynący przez diodę gwałtownie wzrasta przy niewielkim spadku napięcia. Maksymalną, bezpieczną dla elementu wartość prądu definiuje się zazwyczaj dla wartości średniej (oznaczanej jako  $I_0$  lub  $I_{F(AV)}$ ), ale w specyfikacjach podawana jest także maksymalna wartość skuteczna dla napięcia przemiennego lub wartość szczytowa dla zasilania impulsowego. W przypadku polaryzacji w kierunku zaporowym, prąd jest kilka rzędów mniejszy (często przyjmuje się, że jest równy 0), nawet dla stosunkowo dużych wartości napięcia wstecznego. W tym przypadku parametrem granicznym jest napięcie wsteczne  $U_{R(BR)}$ , po którym następuje przebiecie i gwałtowny wzrost natężenia prądu wstecznego. Parametry diod określane są dla temperatury otoczenia wynoszącej 25 °C, jednak w trakcie pracy może się ona znacznie nagrzewać, z tego względu dla większych obciążen prądowych montowane są dodatkowe radiatory, a w specyfikacji podawana jest także maksymalna temperatura złącza i moc admisyjna, którą dioda jest w stanie rozproszyć bez ryzyka uszkodzenia.

Diody prostownicze są wykorzystywane głównie w układach prostowniczych prądu przemiennego. Przykład układu prostowniczego jednopołówkowego dla sygnału sinusoidalnego przedstawiono na poniższym rysunku:



Rys. 9.4. Schemat (a) i przebiegi sygnałów napięciowych źródła i obciążenia (b) układu prostowania jednopołówkowego



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



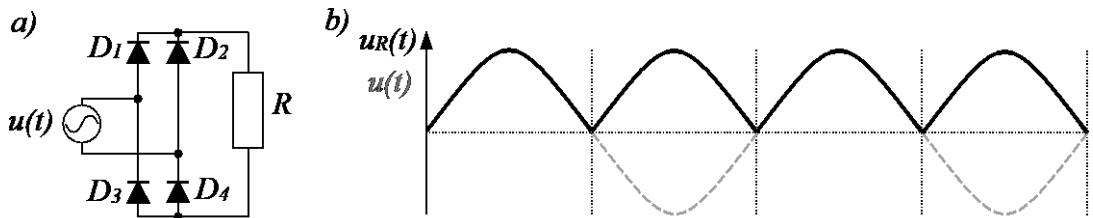
Rzeczypospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



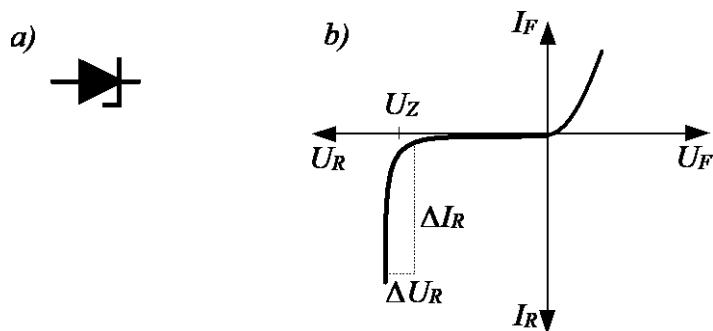
W kierunku przewodzenia (dodatnie połówki sinusoidy napięcia zasilającego) dioda przepuszcza sygnał tak, jakby była stanowiła dla obwodu zwarcie. Podczas przeciwej polaryzacji zachowuje się jak przerwa w obwodzie, a wartość prądu i napięcia na obciążeniu jest równa 0.

Układ prostowania dwupołówkowego można zrealizować za pomocą **układu Graetza** (rys. 9.5). Dla dodatniej połówki sinusoidy napięcia zasilającego, prąd płynie przez diodę D1 do rezystora, a następnie powraca do źródła przed diodę D4. Dla połówki ujemnej, prąd przez diodę D2 płynie do rezystora (ten sam zwrot napięcia), a następnie powraca do źródła przez diodę D3. W celu wygładzenia otrzymanego sygnału można zastosować np. kondensator połączony równolegle do obciążenia.



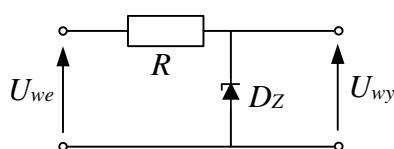
Rys. 9.5. Schemat (a) i przebiegi sygnałów napięciowych źródła i obciążenia (b) układu prostowania dwupołówkowego

Diody praktycznie wykorzystujące efekt przebicia w obszarze polaryzacji zaporowej to **diody stabilizacyjne (Zenera)**. Symbol i charakterystykę diody przedstawiono na rys. 9.6.



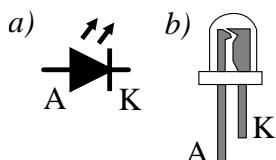
Rys. 9.6. Dioda stabilizacyjna: a) symbol; b) charakterystyka prądowo-napięciowa

Dioda zaprojektowana jest do pracy przy polaryzacji w kierunku zaporowym. Do pewnej wartości napięcia wstecznego, zachowuje się tak jak dioda prostownicza, praktycznie nie przepuszczając prądu. Po osiągnięciu napięcia  $U_Z$ , następuje gwałtowny wzrost prądu o wartość  $\Delta I_R$  przy zaniedbywalnie małym spadku napięcia  $\Delta U_R$ . Pomimo znacznego wzrostu natężenia prądu w kierunku zaporowym, napięcie na diodzie pozostaje w przybliżeniu stałe i ma wartość  $U_Z$ . Efekt ten może być wykorzystany m.in. w zastosowaniu diody jako napięcia odniesienia w układach stabilizacyjnych prądu stałego, gdzie jest ona umieszczona równolegle do obciążenia (rys. 9.7).



Rys. 9.7. Schemat prostego układu stabilizatora napięcia

**Dioda świecąca** (elektroluminescencyjna, LED – ang. *light emitting diode*) w swoim działaniu wykorzystuje emisję kwantu promieniowania związanego z rekombinacją ładunków w obszarze półprzewodnika podczas przepływu prądu. Podobnie jak przy diodzie prostowniczej, wykorzystuje się tutaj charakterystykę prądowo-napięciową w obszarze przewodzenia, dioda jest jednak przystosowana do pracy przy dużo niższym obciążeniu, które nie powinno przekraczać podanej średniej wartości prądu przewodzenia. Symbol diody oraz oznaczenia katody i anody przedstawiono na poniższym rysunku:



Rys. 9.8. Dioda świecąca: a) symbol b) budowa typowego elementu

Poprzez zastosowanie różnych materiałów (domieszek), można uzyskać emisję promieniowania w różnych zakresach fal (podczerwieni, światła widzialnego, ultrafioletu). Ze względu na wykorzystanie odmiennych wartości przerwy energetycznej w półprzewodniku, spadek napięcia może różnić się dla poszczególnych typów (kolorów świecenia) diody, co należy uwzględnić przy projektowaniu układów elektronicznych. Ze względu na konieczność ograniczania prądu diody, jest ona zazwyczaj łączona szeregowo z rezystorem. Jego minimalną rezystancję można obliczyć z poniższej zależności:

$$R = \frac{U - U_F}{I_F}, \quad (9.1)$$

gdzie:  $U$  – napięcie na zaciskach gałęzi z diodą i rezystorem;  $U_F$ ,  $I_F$  – napięcie i prąd znamionowy w kierunku przewodzenia, odczytane z charakterystyki diody.

### Pytania kontrolne

1. Zastosowanie diody prostowniczej i diody stabilizującej
2. Charakterystyki prądowo-napięciowe diod
3. Symbole diody prostowniczej, stabilizującej i świecącej
4. Budowa układu prostowniczego jednopołówkowego i dwupołówkowego z użyciem diod prostowniczych
5. Zastosowanie diod w układach stabilizujących napięcie
6. Rezystancja ograniczająca prąd w układach z diodami świecącymi



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



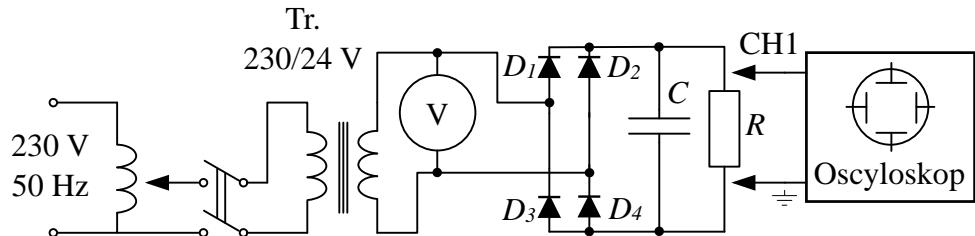
Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

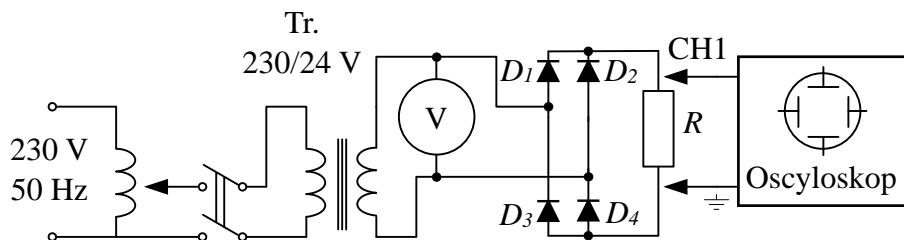
### Zad. 9.1. Badanie prostownika dwupołówkowego w układzie Graetza

- Należy połączyć układ pomiarowy wg schematu blokowego pokazanego na rysunku 9.9.



Rys. 9.9. Schemat układu pomiarowego do badania prostownika dwupołówkowego z kondensatorem połączonym równolegle do obciążenia

- Obserwując woltomierz, ustawić napięcie zasilające układu Graetza wg wartości podanej przez prowadzącego.
- Zaobserwować przebieg spadku napięcia na obciążeniu dla dwóch pełnych okresów sygnału, regulując nastawy oscyloskopu. Otrzymany obraz zapisać w formacie BMP i CSV.
- Pomiar powtórzyć dla innej wartości pojemności, ustawiając to samo napięcie co w punkcie 2.
- Odłączyć kondensator (rys. 9.10).



Rys. 9.10. Schemat układu pomiarowego do badania prostownika dwupołówkowego bez kondensatora

- Ustawić to samo napięcie zasilające co w punkcie 2.
- Zaobserwować przebieg spadku napięcia na obciążeniu dla dwóch pełnych okresów sygnału, regulując nastawy oscyloskopu. Otrzymany obraz zapisać w formacie BMP i CSV.

### Opracowanie wyników

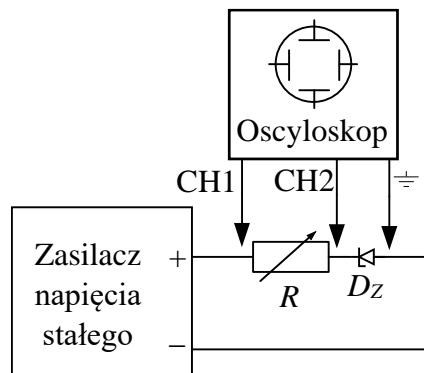
Na podstawie otrzymanych wyników wykreślić przebiegi napięcia wyjściowego w funkcji czasu  $U_{wy}(t)$  dla trzech badanych układów. Wyjaśnić, jak użycie kondensatora wpływa na kształt i amplitudę sygnału wyjściowego oraz opisać różnice dla dwóch różnych wartości pojemności.

### Zad. 9.2. Badanie charakterystyki diody stabilizacyjnej

- Odczytać z dokumentacji maksymalną wartość natężenia prądu  $I_m$  płynącego przez diodę lub obliczyć ją na podstawie ilorazu maksymalnej mocy admisywnej i napięcia wstecznego diody  $U_Z$ .
- Obliczyć minimalną wartość rezystancji dla  $U_{we} = 2U_Z$ , korzystając z poniższego równania:

$$R_R \geq \frac{U_{we} - U_Z}{I_m} \cdot 120\% \quad (9.2)$$

- Połączyć układ pomiarowy wg schematu blokowego pokazanego na rysunku 9.11.



Rys. 9.11. Schemat układu pomiarowego do badania diody stabilizacyjnej w kierunku zaporowym (kanal CH1 – napięcie zasilające  $U_{we}$ , kanał CH2 – napięcie diody  $U_R$  w kierunku zaporowym)

- Ustawić amplitudę sygnału tak, by napięcie zasilające  $U_{we} = 2U_Z$ . Następnie wykonać pomiary notując średnie wartości napięcia wg poniższej tabeli:

Tabela 9.1. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania diody stabilizacyjnej

$U_{we}/U_Z$	$U_{we}$	$U_R$	$I_R$
	V	V	mA
2			
1,5			
1,2			
1,1			
1			
0,9			
0,8			
0,6			
0,4			
0,2			

- Odczytać z dokumentacji spadek napięcia na diodzie  $U_F$  i natężenie prądu  $I_F$  w kierunku przewodzenia.
- Dla maksymalnej wartości napięcia zasilającego  $U_m$  podanego przez prowadzącego, obliczyć rezystancję  $R_F$  opornika zabezpieczającego diodę przed zniszczeniem (równanie 9.1). Następnie należy połączyć układ pomiarowy wg schematu blokowego pokazanego na rysunku 9.12.



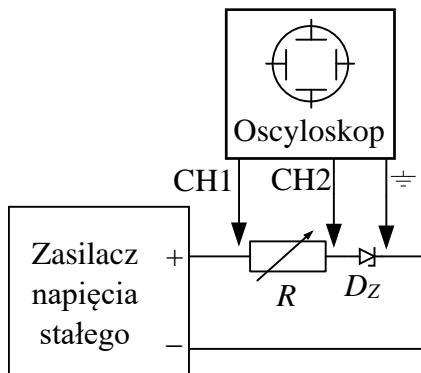
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 9.12. Schemat układu pomiarowego do badania diody stabilizacyjnej w kierunku przewodzenia (kanał CH1 – napięcie zasilające  $U_{we}$ , kanał CH2 – napięcie diody  $U_F$  w kierunku przewodzenia)

7. Połączeniu zasilacza napięcia stałego, regulować amplitudę napięcia  $U_{we}$  w zakresie  $0,1 \div 1U_m$  i zapisać wyniki pomiaru wg poniższej tabeli:

Tabela 9.2. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania diody świecącej

lp.	$U_{we}$	$U_F$	$I_F$
	V	V	mA
1			
:			
20			

### Opracowanie wyników

1. Na podstawie otrzymanych wyników obliczyć wartość prądu płynącego przez diodę wg poniższych zależności:

$$I_R = \frac{U_{we} - U_R}{R_R}, \quad (9.3)$$

$$I_F = \frac{U_{we} - U_F}{R_F}. \quad (9.4)$$

2. Wykreślić zależność  $U_R(U_{we})$  oraz charakterystykę prądowo-napięciową  $I_R(U_R)$  dla polaryzacji w kierunku zaporowym oraz oddziennie charakterystykę  $I_F(U_F)$  w kierunku przewodzenia.
3. Opisać zasadę działania diody stabilizacyjnej na przykładzie wykresu  $U_R(U_{we})$ .
4. Opisać i porównać wykreślone charakterystyki prądowo-napięciowe oraz wyjaśnić ewentualne różnice pomiędzy wynikami pomiarów i wartościami znamionowymi.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



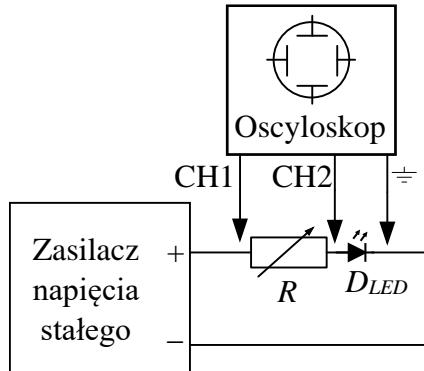
Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



### Zad. 9.3. Badanie charakterystyk prądowo-napięciowych diody świecącej

- Dla napięcia maksymalnego  $U_m$  podanego przez prowadzącego oraz danych odczytanych ze specyfikacji technicznej diody, obliczyć rezystancję opornika zabezpieczającego diodę przed zniszczeniem (równanie 9.1). Następnie należy połączyć układ pomiarowy wg schematu blokowego pokazanego na rysunku 9.13.



Rys. 9.13. Schemat układu pomiarowego do badania diody świecącej  
(kanal CH1 – napięcie zasilające  $U_{we}$ , kanał CH2 – napięcie diody  $U_F$  w kierunku przewodzenia)

- Połączeniu zasilacza napięcia stałego, regulować amplitudę napięcia  $U_{we}$  w zakresie  $0,1 \div 1 U_m$  i zapisać wyniki pomiaru wg poniższej tabeli:

Tabela 9.3. Tabela pomiarowo-obliczeniowa do badania diody świecącej

lp.	$U_{we}$	$U_F$	$I_F$	<b>Świecenie (intensywne, słabe, brak)</b>
	V	V	mA	
1				
:				
20				

### Opracowanie wyników

Na podstawie otrzymanych wyników wykreślić charakterystykę prądowo-napięciową diody. Opisać obserwacje związane z świeceniem diody w badanym zakresie natężenia prądu.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## LABORATORIUM 10. UKŁADY PRACY TRANZYSTORÓW BIPOLARNYCH

### Cel laboratorium

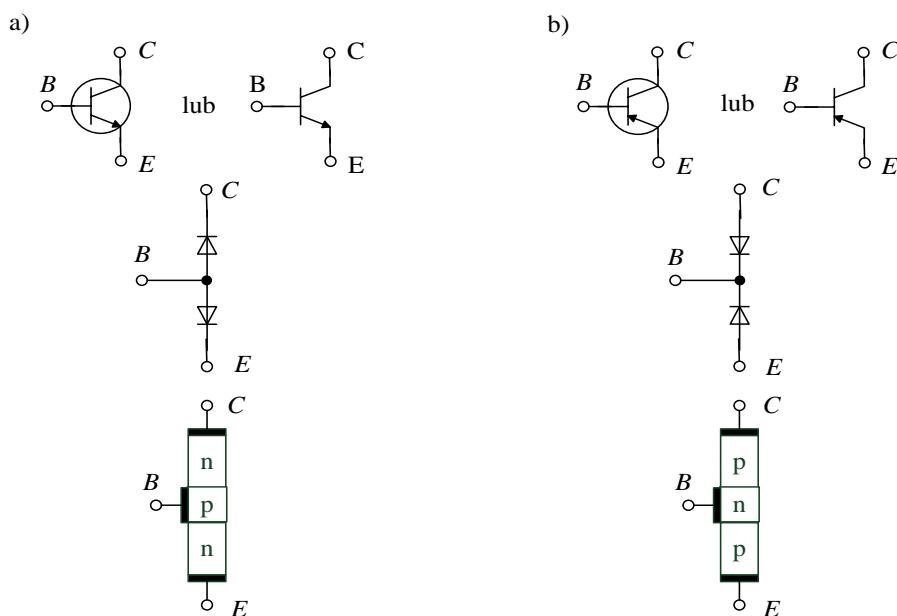
Celem ćwiczenia jest poznanie podstawowych właściwości tranzystorów bipolarnych oraz wyznaczenie charakterystyk statycznych w różnych układach pracy.

### Zakres tematyczny zajęć

- Poznanie podstawowych właściwości tranzystorów bipolarnych.
- Łączenie obwodów elektrycznych z tranzystorami w różnych układach pracy.
- Wyznaczenie charakterystyk statycznych tranzystorów bipolarnych.
- Obliczenie parametrów  $h$  tranzystora.

### Wiadomości ogólne

**Tranzystor bipolarny**, BJT (ang. Bipolar Junction Transistor) jest elektronicznym elementem półprzewodnikowym o strukturze dwuzłączowej p-n (trzy różnie domieszkowane warstwy półprzewodnika). W elemencie tego typu przepływ prądu uwarunkowany jest ruchem nośników ładunku dodatniego (dziur) oraz ujemnego (elektronów). W zależności od rodzaju półprzewodników, które tworzą **emiter** – E, **bazę** – B, **kolektor** – C, rozróżnić można dwa rodzaje tranzystorów: **n-p-n** i **p-n-p** (rys. 10.1).



Rys. 10.1. Symbole graficzne oraz model struktury tranzystora bipolarnego a) n-p-n, b) p-n-p  
 (E – emiter, B – baza, C – kolektor)

W zależności od sposobu połączenia tranzystora ze źródłem sygnału (wejściem) oraz obciążeniem (wyjściem) można wyróżnić następujące układy pracy (rys. 10.2):

- ze wspólnym emiterem – oznaczany **WE** lub **OE**,
- ze wspólną bazą – oznaczany **WB** lub **OB**,
- ze wspólnym kolektorem – oznaczany **WC** lub **OC**.



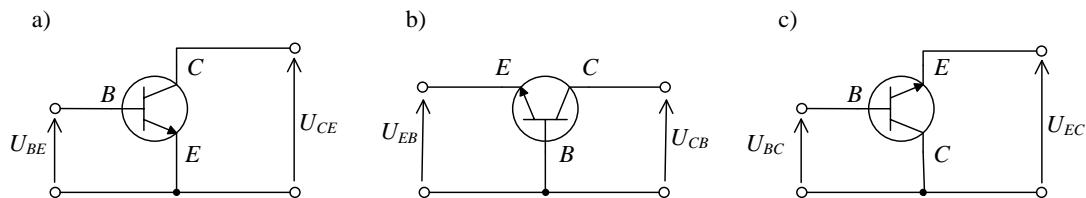
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny





Rys. 10.2. Układy pracy tranzystorów: a) ze wspólnym emiterem, b) ze wspólną bazą, c) ze wspólnym kolektorem (wtórnik emiterowy)

W praktyce dany układ pracy tranzystora dobierany jest w zależności od jego funkcji jaką ma pełnić w obwodzie elektronicznym. Podstawowe właściwości każdego z wymienionych układów pracy przedstawia tabela 10.1.

Tabela 10.1. Typowe właściwości tranzystorów bipolarnych w różnych układach pracy

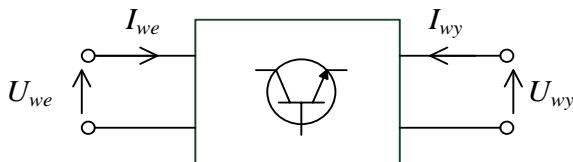
Lp.	Parametr	Układ pracy		
		wspólny emiter (WE)	wspólna baza (WB)	wspólny kolektor (WC)
1	wzmocnienie prądowe	duże	bliskie jedności	duże
2	wzmocnienie napięciowe	duże	duże	bliskie jedności
3	wzmocnienie mocy	bardzo duże	duże	małe
4	rezystancja wejściowa	średnia	mała	duża
5	rezystancja wyjściowa	duża	bardzo duża	mała
6	faza sygnału wyjściowego	odwrócona	zgodna	zgodna

Jak już wspomniano wcześniej, tranzystory bipolarne mają dwa złącza p-n: emiter – baza oraz kolektor – baza. Oba złącza mogą być spolaryzowane w kierunku przewodzenia albo zaporowym. Wynika z tego, że tranzystory potrafią pracować w czterech różnych stanach, są to tzw. **stany pracy tranzystora**:

- nasycenia – oba złącza spolaryzowane są w kierunku przewodzenia;
- aktywnym – złącze E-B spolaryzowane jest w kierunku przewodzenia, natomiast złącze C-B w kierunku zaporowym;
- inwersji – złącze E-B spolaryzowane jest w kierunku zaporowym, natomiast złącze C-B w kierunku przewodzenia,
- zatkania – oba złącza spolaryzowane są w kierunku zaporowym.

Tranzystory wykorzystywane są przeważnie w układach przełączających oraz wzmacniających. W pierwszym przypadku do wejścia (najczęściej bazy tranzystora) doprowadza się zmieniany skokowo sygnał sterujący (stan wysoki lub niski). To sprawia, że tranzystor przechodzi ze stanu zatkania do stanu nasycenia i odwrotnie. Jeżeli tranzystor ma pracować jako element wzmacniający jego punkt pracy powinien znajdować się w obszarze aktywnym. Przykład polaryzacji złącz tranzystora w stanie aktywnym przedstawiono w części praktycznej ćwiczenia (schematy układów pomiarowych WE i WB).

Jak można zauważyć, w przedstawionych na rysunku 10.2 układach pracy, tranzystor ma zawsze dwa zaciski wejściowe i dwa zaciski wyjściowe, a więc może być traktowany jako czwórnik (rys. 10.3).



Rys. 10.3. Tranzystor w układzie czwórnika

Taki czwórnik można opisać parą **równań mieszanych (hybrydowych)**:

$$U_{we} = f(I_{we}, U_{wy}), \quad (10.1)$$

$$I_{wy} = f(I_{we}, U_{wy}). \quad (10.2)$$

Zależności prądowo-napięciowe między wyjściem a wejściem najdokładniej odzwierciedlają rzeczywiste warunki pracy tranzystorów bipolarnych. Na podstawie równań mieszanych można określić charakterystyki stałoprądowe tzw. statyczne (opisane poniżej) oraz parametry  $h$  tranzystora. Zakładając, że analizowane są małe amplitudy przenoszonych sygnałów zmiennych w zakresie małych częstotliwości, tzn. określony jest konkretny punkt pracy na charakterystyce statycznej, można przyjąć że tranzystor zachowuje się jak czwórnik liniowy. Dzięki takiemu założeniu parametry hybrydowe  $h$  czwórnika mogą być określone z nachylenia charakterystyk statycznych i obliczone jako iloraz małych przyrostów odpowiednich prądów i napięć:

$$h_{11} = \frac{\Delta U_{we}}{\Delta I_{we}} \Big|_{U_{wy} = const}, \quad (10.3)$$

$$h_{12} = \frac{\Delta U_{we}}{\Delta U_{wy}} \Big|_{I_{we} = const}, \quad (10.4)$$

$$h_{21} = \frac{\Delta I_{wy}}{\Delta I_{we}} \Big|_{U_{wy} = const}, \quad (10.5)$$

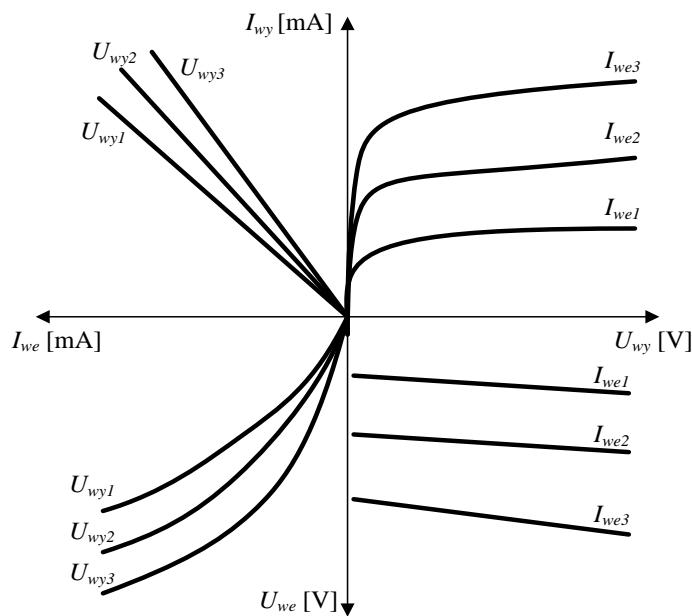
$$h_{22} = \frac{\Delta I_{wy}}{\Delta U_{wy}} \Big|_{I_{we} = const}, \quad (10.6)$$

gdzie:  $h_{11}$  – impedancja wejściowa,  $h_{12}$  – współczynnik napięciowego oddziaływania wstecznego,  $h_{21}$  – zwarciowy współczynnik wzmacnienia prądowego,  $h_{22}$  – admitancja wyjściowa.

**Charakterystyki statyczne** tranzystorów nazywane także charakterystykami prądowo-napięciowymi opisują zachowanie tranzystora dla wymuszeń stałych. Dają także możliwość przeprowadzenia analizy przenoszenia sygnałów zmiennych. Uwzględniają one zależności między pradami i napięciami na wejściu i wyjściu tranzystora (czwórnika). Dla każdego układu pracy WE, WB, WC można wyznaczyć cztery rodziny charakterystyk (rys. 10.4):

- wyjściową  $I_{wy} = f(U_{wy})$  przy  $I_{we} = \text{const}$ ,
- zwrotną  $U_{we} = f(U_{wy})$  przy  $I_{we} = \text{const}$ ,
- wejściową  $U_{we} = f(I_{we})$  przy  $U_{wy} = \text{const}$ ,
- przejściową  $I_{wy} = f(I_{we})$  przy  $U_{wy} = \text{const}$ .





Rys. 10.4. Przykładowe charakterystyki statyczne tranzystora bipolarnego

Powyższe charakterystyki statyczne oraz parametry hybrydowe czwórnika mają charakter uniwersalny, niezależny od układy pracy tranzystora. Wyznaczając charakterystyki statyczne oraz parametry  $h$  dla konkretnego układu pracy tranzystora należy odpowiednio oznaczyć poszczególne prądy i napięcia (ich indeksy) uwzględniając wyprowadzenia tranzystora: emiter, baza, kolektor. Przykład dla układu wspólnego emitera (WE) tranzystora n-p-n wygląda następująco:  $U_{we} = U_{BE}$ ,  $I_{we} = I_B$ ,  $U_{wy} = U_{CE}$ ,  $I_{wy} = I_C$ .

### Pytania kontrolne

1. Tranzystory bipolarne – budowa, rodzaje, właściwości.
2. Układy pracy tranzystora bipolarnego.
3. Stany pracy tranzystora bipolarnego.
4. Parametry hybrydowe tranzystora pracującego jako czwórnik.
5. Charakterystyki statyczne tranzystorów bipolarnych.

## WYKONANIE ĆWICZENIA

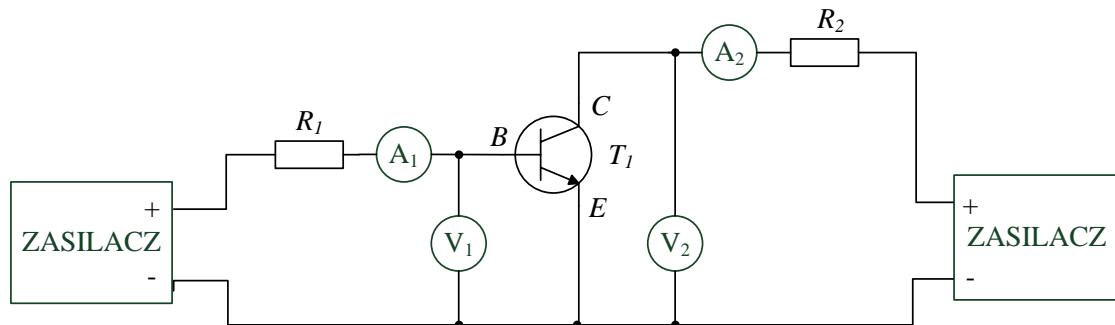
Badania wykonane w ćwiczeniu polegają na wyznaczeniu charakterystyk statycznych (prądowo-napięciowych) tranzystorów bipolarnych w dwóch układach pracy: WE i WB. Zostaną wyznaczone cztery podstawowe grupy charakterystyk: wyjściowe, zwrotne, wejściowe, przejściowe. Przedstawione układy pomiarowe dotyczą polaryzacji i badania tranzystorów n-p-n. W celu zbadania tranzystorów p-n-p należy zamienić biegunowość napięć polaryzujących (na zaciskach zasilaczy) oraz kierunki podłączenia mierników.

W ćwiczeniu zastosowano metodę techniczną wyznaczania charakterystyk statycznych tzw. metodę punkt po punkcie. Przed przystąpieniem do badań należy zapoznać się z danymi katalogowymi badanych tranzystorów zwracając szczególną uwagę na rozmieszczenie elektrod (wyprowadzeń) oraz dopuszczalne parametry pracy. Ich przekroczenie może doprowadzić do zniszczenia elementu. Typ badanego tranzystora oraz jego parametry należy zanotować w protokole.

### Zadanie 10.1. Wyznaczenie charakterystyk statycznych tranzystora bipolarnego pracującego w układzie WE

W układzie przedstawionym na rysunku 10.5 należy wyznaczyć następujące charakterystyki:

- wyjściową  $I_C = f(U_{CE})$  przy  $I_B = \text{const}$ ,
- zwrotną  $U_{BE} = f(U_{CE})$  przy  $I_B = \text{const}$ ,
- wejściową  $U_{BE} = f(I_B)$  przy  $U_{CE} = \text{const}$ ,
- przejściową  $I_C = f(I_B)$  przy  $U_{CE} = \text{const}$ .



Rys. 10.5. Schemat układu pomiarowego do wyznaczania charakterystyk statycznych tranzystora n-p-n w układzie wspólnego emitera (WE)

W celu wykonania pomiarów w układzie wspólnego emitera należy połączyć układ pomiarowy z rysunku 10.5. Tranzystor zasilany jest za pomocą regulowanych zasilaczy stabilizowanych napięcia stałego. Do pomiaru prądów służą miliamperomierze: A<sub>1</sub> wskazujący natężenie prądu bazy  $I_B$  oraz A<sub>2</sub> wskazujący natężenie prądu kolektora  $I_C$ . Do pomiaru napięcia służą woltomierze: V<sub>1</sub> wskazujący napięcie między bazą a emiterem  $U_{BE}$  oraz V<sub>2</sub> wskazujący napięcie między kolektorem a emiterem  $U_{CE}$ . Zalecane jest użycie woltomierzy elektronicznych o dużej rezystancji wewnętrznej. Ma to na celu zwiększenie dokładności pomiaru natężenia prądu w obwodzie. Każdą z charakterystyk należy wyznaczyć trzy razy dla trzech różnych wartościach parametrów stałych  $I_B$  oraz  $U_{CE}$  podanych przez prowadzącego zajęcia. Wyniki zapisać odpowiednio w tabelach 10.2 i 10.3.

Tabela 10.2. Charakterystyka wyjściowa oraz zwrotna tranzystora bipolarnego w układzie WE

Tranzystor ..... typ .....									
Lp.	$I_B = \dots \text{mA}$			$I_B = \dots \text{mA}$			$I_B = \dots \text{mA}$		
	$U_{CE}$	$I_C$	$U_{BE}$	$U_{CE}$	$I_C$	$U_{BE}$	$U_{CE}$	$I_C$	$U_{BE}$
	V	mA	V	V	mA	V	V	mA	V
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczypospolita  
Polska



Tabela 10.3. Charakterystyka wejściowa oraz przejściowa tranzystora bipolarnego w układzie WE

Tranzystor .....			typ .....		
Lp.	$U_{CE} = \dots \text{mA}$		$U_{CE} = \dots \text{mA}$		$U_{CE} = \dots \text{mA}$
	$I_B$	$U_{BE}$	$I_C$	$I_B$	$U_{BE}$
	mA	V	mA	mA	V
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

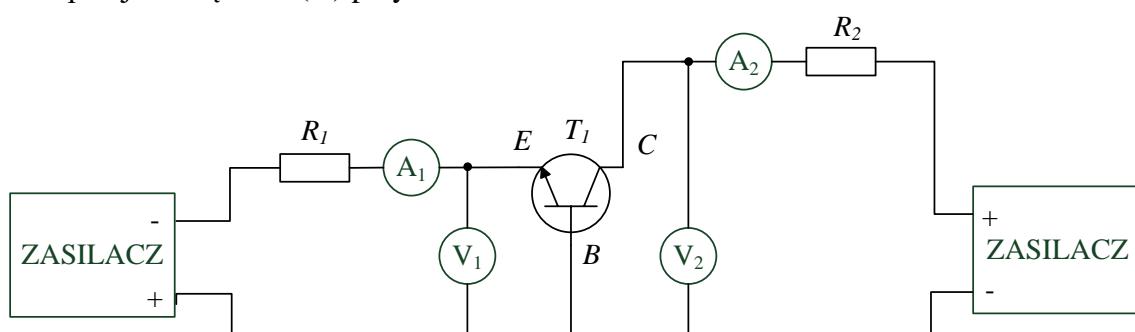
### Opracowanie wyników

Na podstawie otrzymanych wyników wykreślić na jednym wykresie rodzinę charakterystyk wyjściowych, zwrotnych, wejściowych i przejściowych dla tranzystora pracującego w układzie WE. Po narysowaniu charakterystyk, na ich podstawie, obliczyć parametry:  $h_{11E}$ ,  $h_{12E}$ ,  $h_{21E}$ ,  $h_{22E}$ .

### Zadanie 10.2. Wyznaczenie charakterystyk statycznych tranzystora bipolarnego pracującego w układzie WB

W układzie przedstawionym na rysunku 10.6 należy wyznaczyć następujące charakterystyki:

- wyjściową  $I_C = f(U_{CB})$  przy  $I_E = \text{const}$ ,
- zwrotną  $U_{EB} = f(U_{CB})$  przy  $I_E = \text{const}$ ,
- wejściową  $U_{EB} = f(I_E)$  przy  $U_{CB} = \text{const}$ ,
- przejściową  $I_C = f(I_E)$  przy  $U_{CB} = \text{const}$ .



Rys. 10.6. Schemat układu pomiarowego do wyznaczania charakterystyk statycznych tranzystora n-p-n w układzie wspólnej bazy (WB)

W celu wykonania pomiarów w układzie wspólnej bazy należy połączyć układ pomiarowy z rysunku 10.6. Tranzystor zasilany jest za pomocą regulowanych zasilaczy stabilizowanych napięcia stałego. Do pomiaru prądów służą miliamperomierze: A<sub>1</sub> wskazujący natężenie prądu emitera  $I_E$  oraz A<sub>2</sub> wskazujący natężenie prądu kolektora  $I_C$ . Do pomiaru napięcia służą



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

woltomierze:  $V_1$  wskazujący napięcie między emiterem a bazą  $U_{EB}$  oraz  $V_2$  wskazujący napięcie między kolektorem a bazą  $U_{CB}$ . Zalecane jest użycie woltomierzy elektronicznych o dużej rezystancji wewnętrznej. Ma to na celu zwiększenie dokładności pomiaru natężenia prądu w obwodzie. Każdą z charakterystyk należy wyznaczyć trzy razy dla trzech różnych wartościach parametrów stałych  $I_E$  oraz  $U_{CB}$  podanych przez prowadzącego zajęcia. Wyniki zapisać odpowiednio w tabelach 10.4 i 10.5.

Tabela 10.4. Charakterystyka wyjściowa oraz zwrotna tranzystora bipolarnego w układzie WB

Tranzystor ..... typ .....								
Lp.	$I_E = .....mA$		$I_E = .....mA$			$I_E = .....mA$		
	$U_{CB}$	$I_C$	$U_{EB}$	$U_{CB}$	$I_C$	$U_{EB}$	$U_{CB}$	$I_C$
	V	mA	V	V	mA	V	V	mA
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Tabela 10.5. Charakterystyka wejściowa oraz przejściowa tranzystora bipolarnego w układzie WB

Tranzystor ..... typ .....								
Lp.	$U_{CB} = .....mA$		$U_{CB} = .....mA$			$U_{CB} = .....mA$		
	$I_E$	$U_{EB}$	$I_C$	$I_E$	$U_{EB}$	$I_C$	$I_E$	$U_{EB}$
	mA	V	mA	mA	V	mA	mA	V
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

### Opracowanie wyników

Na podstawie otrzymanych wyników wykreślić na jednym wykresie rodzinę charakterystyk wyjściowych, zwrotnych, wejściowych i przejściowych dla tranzystora pracującego w układzie WB. Po narysowaniu charakterystyk, na ich podstawie, obliczyć parametry:  $h_{11B}$ ,  $h_{12B}$ ,  $h_{21B}$ ,  $h_{22B}$ .



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



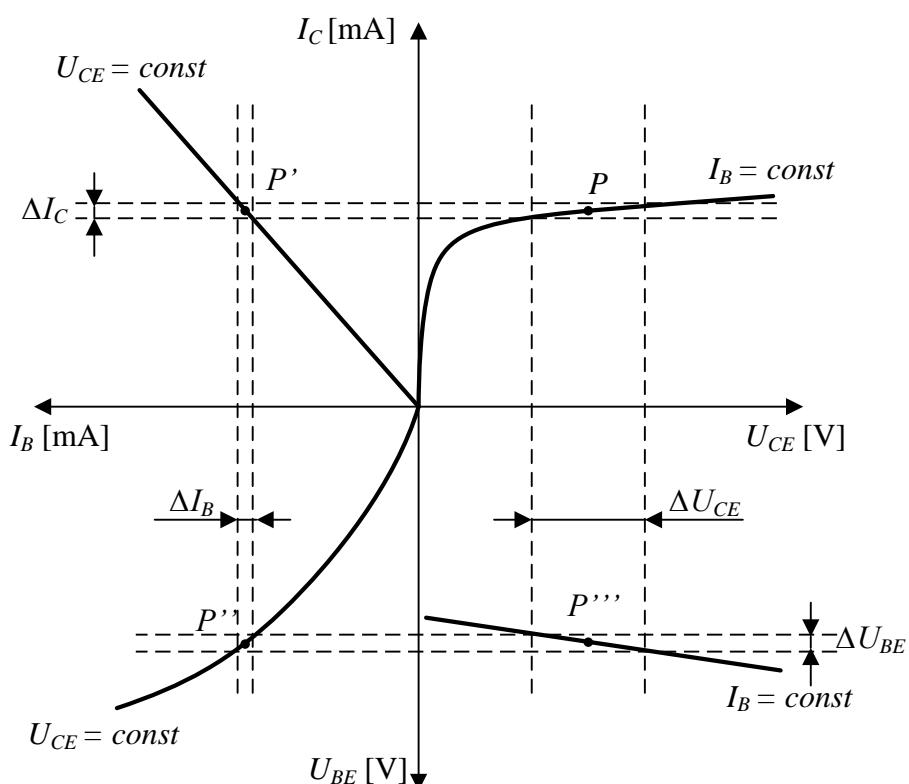
Rzeczypospolita  
Polska



### Metoda wyznaczenia parametrów $h$ z charakterystyk statycznych

Metodę wyznaczania parametrów  $h$  z charakterystyk statycznych przedstawiono na rysunku 10.7. Mimo małej dokładności jest ona często stosowana w praktyce. Metoda „przyrostów” wykorzystywana jest przy pomiarach, które są wykonywane szybko i w nieskomplikowany sposób. W przykładzie wykorzystano tranzystor pracujący w układzie wspólnego emitera (oznaczenia prądów i napięć).

1. Na prostoliniowej części charakterystyki wyjściowej wybrać punkt pracy  $P$  ( $U_{CE}, I_C$ ).
2. Na charakterystyce przejściowej zaznaczyć punkt  $P'$  ( $I_B, I_C$ ).
3. Na charakterystyce wejściowej zaznaczyć punkt  $P''$  ( $I_B, U_{BE}$ ).
4. Na charakterystyce zwrotnej zaznaczyć punkt  $P'''$  ( $U_{CE}, U_{BE}$ ).
5. Na poszczególnych charakterystykach wybierać punkty sąsiadujące z punktem pracy i obliczać przyrosty odpowiednich prądów i napięć.
6. Wykorzystując wzory 10.3-10.6 obliczyć odpowiednie parametry  $h$ :
  - $h_{11}$  z charakterystyki wejściowej,
  - $h_{12}$  z charakterystyki zwrotnej,
  - $h_{21}$  z charakterystyki przejściowej,
  - $h_{22}$  z charakterystyki wyjściowej.



Rys. 10.7. Metoda wyznaczania parametrów  $h$  tranzystorów bipolarnych z charakterystyk statycznych (układ WE)

## LABORATORIUM 11. BADANIE ZASILACZY STABILIZOWANYCH

### Cel laboratorium

Celem ćwiczenia jest poznanie budowy zasilaczy stabilizowanych oraz przeprowadzenie podstawowych badań stabilizatorów napięcia.

### Zakres tematyczny zajęć

- Łączenie obwodów elektrycznych stabilizatorów napięcia.
- Wyznaczenie charakterystyk przejściowych i wyjściowych stabilizatorów.
- Eksperymentalne porównanie podstawowych parametrów różnych konstrukcji stabilizatorów napięcia.

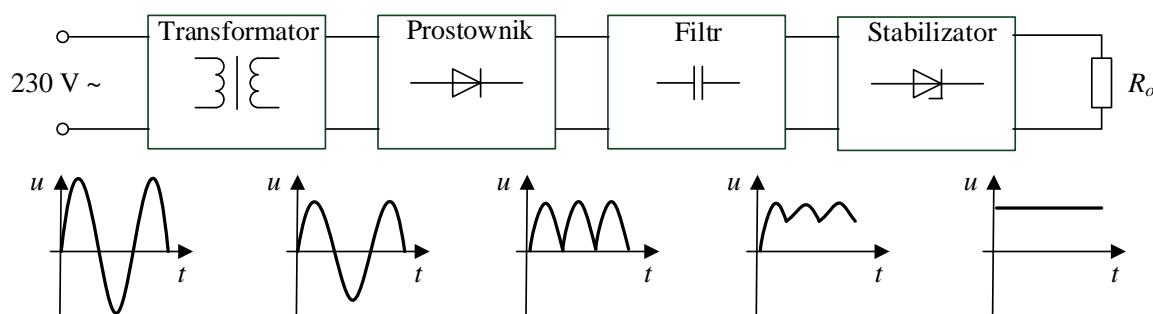
### Wiadomości ogólne

Wszystkie urządzenia elektroniczne do poprawnego działania potrzebują dostarczenia energii elektrycznej o odpowiednich wartościach napięcia oraz prądu. Urządzenia tego typu nazywane są zasilaczami. Najczęściej stosowane są **zasilacze sieciowe**, które przetwarzają jednofazowe napięcie przemienne o częstotliwości 50 Hz na stabilizowane napięcie stałe o odpowiedniej wartości.

Do podstawowych **elementów zasilacza** można zaliczyć:

- transformator – zadaniem jego jest zmniejszenie wartości napięcia oraz odseparowanie galwaniczne obwodów elektrycznych od sieci zasilającej;
- prostownik – służy do zamiany prądu zmiennego na prąd jednokierunkowy;
- filtr – element, którego zadaniem jest wygładzenie napięcia na wyjściu prostownika. Tłumi on składową zmienną napięcia;
- stabilizator – element, który ma za zadanie utrzymać na wyjściu określone parametry użytkowe niezależnie od zmian wielkości wejściowych lub obciążenia.

Ogólną zasadę działania zasilaczy stabilizowanych o działaniu ciągłym przedstawia rysunek 11.1.



Rys. 11.1. Schemat blokowy oraz charakterystyki czasowe zasilacza stabilizowanego

Tego typu zasilacze nazywane są zasilaczami stabilizowanymi, liniowymi lub transformatorowymi. Ze względu, że poszczególne elementy zasilaczy zostały omówione i zbadane w poprzednich ćwiczeniach, w ćwiczeniu 11 zostały przedstawione zagadnienia związane ze stabilizatorami napięcia.

Jak już wspomniano wcześniej **zadaniem stabilizatorów** jest utrzymanie stałych parametrów pracy na wyjściu układu, niezależnie od czynników destabilizujących, do których zaliczyć można: zmiany napięcia wejściowego, obciążenia lub temperatury.

Dla stabilizatorów napięcia charakterystycznymi parametrami są:

- znamionowe napięcie wyjściowe  $U_{wy(N)}$  – jest to napięcie na które dany stabilizator został zaprojektowany i wykonany;
- zakres stabilizacji (zmiany napięcia wejściowego) – jest to zakres napięć podawanych na wejście stabilizatora  $U_{we(min)} - U_{we(max)}$ , przy którym stabilizator pracuje poprawnie;
- współczynnik stabilizacji napięcia  $S_U$  – jest to zakres zmian napięcia wyjściowego  $\Delta U_{wy}$  wywołany pod wpływem zmian napięcia wejściowego  $\Delta U_{we}$ :

$$S_U = \frac{\Delta U_{wy}}{\Delta U_{we}} ; \quad (11.1)$$

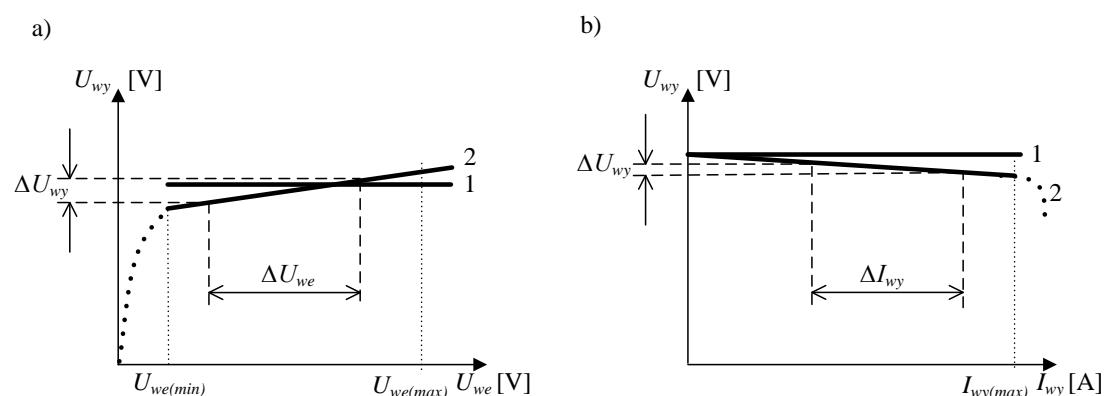
- maksymalny prąd wyjściowy  $I_{wy(max)}$  – jest to wartość prądu, przy którym zadziała zabezpieczenie nadprądowe stabilizatora (w tańszych rozwiązaniach przekroczenie tej wartości może doprowadzić do uszkodzenia stabilizatora);
- rezystancja wyjściowa  $R_{wy}$  – jest to stosunek zmian napięcia wyjściowego  $\Delta U_{wy}$  do zmian prądu wyjściowego  $\Delta I_{wy}$ :

$$R_{wy} = \frac{\Delta U_{wy}}{\Delta I_{wy}} ; \quad (11.2)$$

- sprawność stabilizatora  $\eta$  – jest to stosunek mocy na wyjściu stabilizatora (dostarczonej do obciążenia)  $P_o$  do mocy pobranej przez układ  $P_{we}$ :

$$\eta = \frac{P_o}{P_{we}} . \quad (11.3)$$

Podstawowe charakterystyki stabilizatorów zostały przedstawione na rysunku 11.2. Są to **charakterystyki przejściowe**  $U_{wy} = f(U_{we})$  i **wyjściowe**  $U_{wy} = f(I_{wy})$ . Na ich podstawie można wyznaczyć powyższe parametry.



Rys. 11.2. Charakterystyki stabilizatorów: a) przejściowa, b) wyjściowa (obciążeniowa);  
1 – charakterystyka idealna, 2 – charakterystyka rzeczywista

Dla stabilizatorów idealnych obie charakterystyki są liniami prostymi, natomiast dla stabilizatorów rzeczywistych mają one pewne odchylenie w stosunku do osi odciętych.

Pod względem budowy oraz zasady działania **stabilizatory napięcia** można podzielić na dwa rodzaje:

- parametryczne,
- kompensacyjne.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój

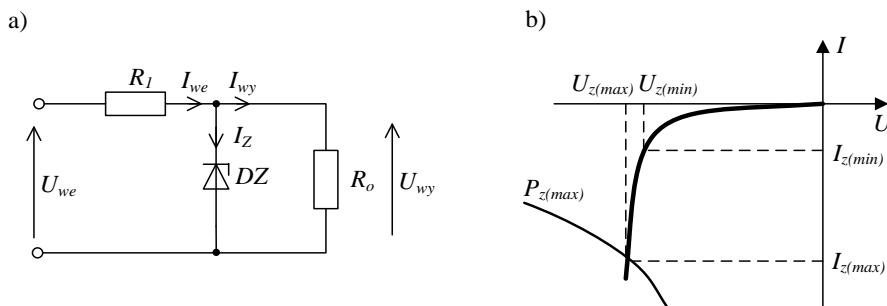


Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

W **stabilizatorach parametrycznych** wykorzystywane są elementy elektroniczne o nieliniowej charakterystyce prądowo-napięciowej. Najczęściej używane są w tym celu diody Zenera. Można wykorzystać także termistory i warystory. Przykład stabilizatora parametrycznego wykorzystującego diodę Zenera przedstawiono na rysunku 11.3.



Rys. 11.3. Parametryczny stabilizator napięcia z diodą Zenera:  
a) schemat, b) charakterystyka prądowo-napięciowa

Dioda Zenera w układach stabilizacji pracuje przy polaryzacji zaporowej, powyżej napięcia przebiegu  $U_z$  (napięcie Zenera), w bardzo wąskim zakresie  $U_{z(min)} - U_{z(max)}$ . Wynika to z charakterystyki 11.3b. Wartość prądu w tym zakresie gwałtownie wzrasta. W układzie z rysunku 11.3a zmiany wartości napięcia wejściowego  $U_{we}$  powodują zmiany wartości prądu  $I_z$  płynącego przez diodę, a tym samym spadek napięcia na rezystancji szeregowej  $R_1$ . Przy wartościach napięcia wejściowego  $U_{we} > U_z$  dla zakresu prądów  $I_{z(min)} - I_{z(max)}$  napięcie na diodzie, a tym samym na obciążeniu  $U_{wy}$  zmienia się w bardzo małym zakresie.

Diody Zenera budowane są na moce admisjyne od części do setek watów oraz na napięcia Zenera od kilku do kilkuset woltów. W przypadku, gdy konieczne jest uzyskanie większego napięcia na wyjściu niż wynosi napięcie znamionowe diody należy połączyć szeregowo dwie lub więcej diod. W układzie tego typu można całkowicie wyeliminować wpływ temperatury na zmiany napięcia wyjściowego. Jeżeli natomiast stabilność takiego układu jest niewystarczająca można zastosować połączenie kaskadowe dwóch diod czyli tzw. układ dwustopniowy.

Ze względu na prostą budowę i brak sprzężenia zwrotnego stabilizatory parametryczne nie mają dobrych parametrów stabilizujących, a w szczególności nie można uzyskać dużych współczynników stabilizacji przy dużym prądu obciążenia.

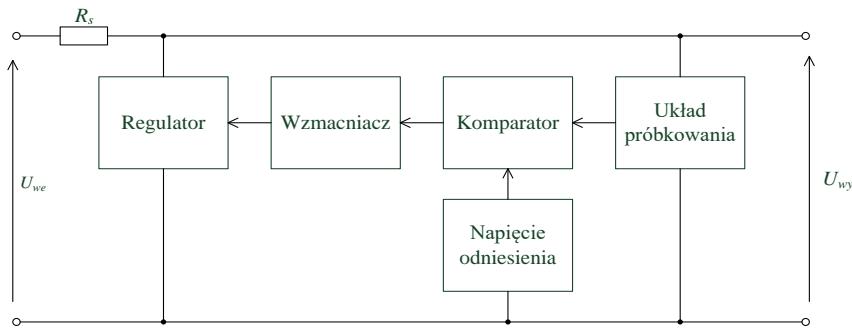
Ze względu na powyższe wady częściej stosuje się bardziej rozbudowane układy **stabilizatorów kompensacyjnych** o lepszych parametrach stabilizacji w stosunku do układów parametrycznych. Są to układy automatycznej regulacji, czyli układy ze sprzężeniem zwrotnym. W swojej budowie posiadają:

- układ próbkowania,
- źródło napięcia odniesienia,
- układ porównujący napięcie odniesienia z napięciem wyjściowym stabilizatora,
- wzmacniacz błędu,
- układ regulacyjny.

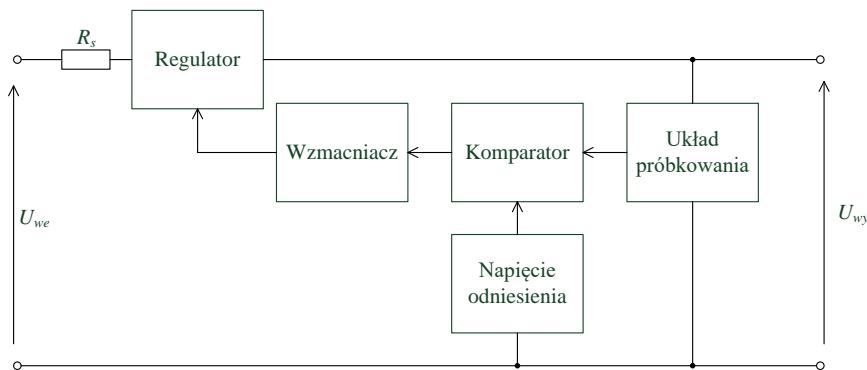
Zasada działania stabilizatorów kompensacyjnych polega na ciągłym porównywaniu napięcia wyjściowego z napięciem odniesienia. Różnica, czyli błąd powstały w komparatorze jest wzmacniany i podawany na regulator, który koryguje napięcie wyjściowe stabilizatora.

W zależności odłączenia elementu regulacyjnego można rozróżnić stabilizatory kompensacyjne o działaniu równoległym (rys. 11.4) lub szeregowym (rys. 11.5).





Rys. 11.4. Schemat blokowy stabilizatora kompensacyjnego w układzie równoległym



Rys. 11.5. Schemat blokowy stabilizatora kompensacyjnego w układzie szeregowym

Stabilizatory w układzie równoległym stosowane są tylko przy zmianach napięcia na wejściu, natomiast stabilizatory w układzie szeregowym mogą stabilizować napięcie zarówno przy zmianach napięcia na wejściu, jak i przy zmianach obciążenia. Z tego względu są układem lepszym w porównaniu do układów równoległych. Wadą ich jest natomiast możliwość uszkodzenia bloku regulatora (najczęściej tranzystora) w przypadku zwarcia zacisków wyjściowych. Z tego też względu w układach szeregowych stabilizatorów kompensacyjnych stosuje się dodatkowe elementy lub obwody zabezpieczające przed przeciążeniem lub zwarciem zacisków wyjściowych.

Obecnie stabilizatory kompensacyjne budowane są jako układy scalone zwane układami monolitycznymi. Ich charakterystyczną cechą, w porównaniu ze stabilizatorami parametrycznymi, jest bardzo mały prąd wejściowy w stanie jałowym.

### Pytania kontrolne

1. Bloki funkcyjne zasilaczy stabilizowanych.
2. Parametry stabilizatorów napięcia.
3. Idealne i rzeczywiste charakterystyki stabilizatorów napięcia.
4. Stabilizatory parametryczne – rodzaje, właściwości.
5. Stabilizatory kompensacyjne – rodzaje, właściwości.

### WYKONANIE ĆWICZENIA

Badania wykonane w ćwiczeniu polegają na wyznaczeniu charakterystyk przejściowych (napięciowych)  $U_2=f(U_1)$ , przy stałym obciążeniu  $I_2=\text{const}$  oraz wyjściowych



**Fundusze Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita Polska**

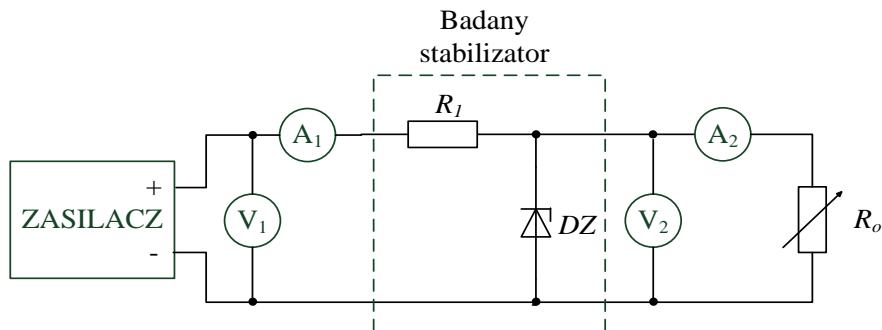


**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny

(obciążeniowych)  $U_2=f(I_2)$  przy stałym napięciu wejściowym  $U_1=\text{const}$ , stabilizatorów napięcia: parametrycznego i kompensacyjnego. Do pomiaru napięć wejściowych i wyjściowych należy wykorzystać woltomierze cyfrowe  $V_1$ ,  $V_2$  o dostatecznie dużej dokładności i rozdzielczości pomiaru. Do pomiaru natężenia prądu należy użyć miliamperomierzy  $A_1$ ,  $A_2$ . Ważne jest aby przed pomiarami zapoznać się ze znamionowymi parametrami pracy stabilizatorów. Przekroczenie tych wartości może doprowadzić do uszkodzenia elementów.

### Zadanie 11.1. Badanie stabilizatora z diodą Zenera

W celu zbadania stabilizatora parametrycznego należy połączyć układ pomiarowy przedstawiony na rysunku 11.6.



Rys. 11.6. Układ do badania stabilizatora napięcia z diodą Zenera

Należy wyznaczyć charakterystykę przejściową  $U_2=f(U_1)$  dla trzech wartości prądu obciążenia  $I_2$  podanych przez prowadzącego zajęcia. Przy zmianach napięcia wejściowego  $U_1$  odczytywać wartość napięcia na wyjściu stabilizatora  $U_2$ . Stałą wartość prądu obciążenia należy utrzymywać zmieniając wartość rezystancji  $R_o$ . Wyniki zapisać w tabeli 11.1

Tabela 11.1. Charakterystyka przejściowa stabilizatora z diodą Zenera

Rodzaj stabilizatora: z diodą Zenera						
Lp.	$I_2 = \dots \text{mA}$		$I_2 = \dots \text{mA}$		$I_2 = \dots \text{mA}$	
	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$
	V	V	V	V	V	V
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

W celu wyznaczenia charakterystyki wyjściowej  $U_2=f(I_2)$  należy w tym samym układzie pomiarowym ustawić wartość napięcia wejściowego  $U_1$  na stałym poziomie. Zmieniając obciążenie stabilizatora za pomocą rezystora  $R_o$  odczytywać wartość prądu wejściowego  $I_1$ , obciążenia  $I_2$  oraz napięcia wyjściowego  $U_2$ . Wyniki zapisać w tabeli 11.2. Pomiarы wykonać dla trzech wartości napięcia wejściowego  $U_1$  podanego przez prowadzącego zajęcia.

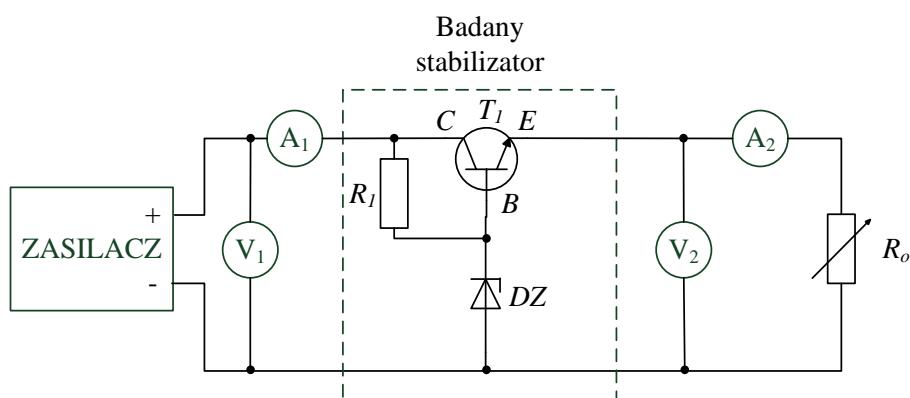


Tabela 11.2. Charakterystyka wyjściowa stabilizatora z diodą Zenera

Rodzaj stabilizatora: z diodą Zenera												
Lp.	$U_1 = \dots \text{V}$				$U_1 = \dots \text{V}$				$U_1 = \dots \text{V}$			
	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$
	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												

### Zadanie 11.2. Badanie stabilizatora wtórnikowego

W celu zbadania stabilizatora wtórnikowego, należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 11.7. Badania przeprowadzić analogicznie jak w poprzednim punkcie. Wyniki pomiarów należy zapisać odpowiednio w tabelach 11.3 i 11.4.



Rys. 11.7. Układ do badania stabilizatora napięcia wtórnikowego



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Tabela 11.3. Charakterystyka przejściowa stabilizatora wtórnikowego

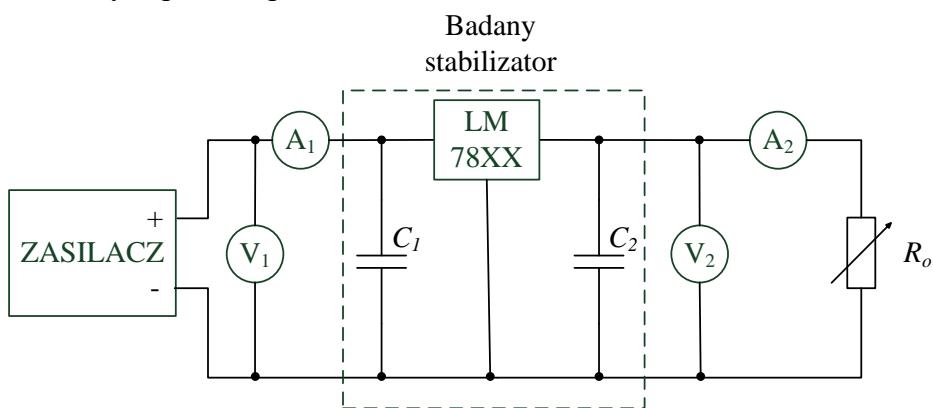
Rodzaj stabilizatora: wtórnikowy						
Lp.	$I_2 = .....mA$		$I_2 = .....mA$		$I_2 = .....mA$	
	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$
	V	V	V	V	V	V
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

Tabela 11.4. Charakterystyka wyjściowa stabilizatora wtórnikowego

Rodzaj stabilizatora: wtórnikowy												
Lp.	$U_1 = .....V$				$U_1 = .....V$				$U_1 = .....V$			
	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$
	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												

### Zadanie 11.3. Badanie stabilizatora monolitycznego

W celu zbadania stabilizatora monolitycznego (scalonego), należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 11.8. Badania przeprowadzić analogicznie jak poprzednio. Wyniki pomiarów należy zapisać odpowiednio w tabelach 11.5 i 11.6.



Rys. 11.8. Układ do badania stabilizatora napięcia monolitycznego



Tabela 11.5. Charakterystyka przejściowa stabilizatora monolitycznego

Rodzaj stabilizatora: monolityczny						
Lp.	$I_2 = .....mA$		$I_2 = .....mA$		$I_2 = .....mA$	
	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$	$U_1$	$U_2$
	V	V	V	V	V	V
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

Tabela 11.6. Charakterystyka wyjściowa stabilizatora monolitycznego

Rodzaj stabilizatora: monolityczny												
Lp.	$U_1 = .....V$				$U_1 = .....V$				$U_1 = .....V$			
	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$	$I_1$	$U_2$	$I_2$	$\eta$
	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%	mA	V	mA	%
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												

### Opracowanie wyników

Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów, dla badanych stabilizatorów parametrycznych i kompensacyjnych, wyznaczyć:

- charakterystkę przejściową  $U_2=f(U_1)$  dla trzech wartości prądu obciążenia  $I_2$  (na jednym wykresie), zaznaczyć punkty początku stabilizacji;
- charakterystkę wyjściową  $U_2=f(I_2)$  dla trzech wartości napięcia wejściowego  $U_1$  (na jednym wykresie), omówić wpływ napięcia  $U_1$  na charakterystykę;
- korzystając ze wzorów 11.1 oraz 11.2 wyznaczyć odpowiednio współczynnik stabilizacji napięcia  $S_U$  oraz rezystancję wyjściową  $R_{wy}$ ;
- obliczyć sprawność stabilizatorów  $\eta$  według wzoru:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot I_2}{U_1 \cdot I_1} \cdot 100\% ; \quad (11.4)$$

- na podstawie charakterystyk przejściowych i wyjściowych porównać jakość stabilizacji dla każdego z badanych stabilizatorów.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

## LABORATORIUM 12. WZMACNIACZE OPERACYJNE

### Cel laboratorium

Celem ćwiczenia jest poznanie podstawowych układów pracy wzmacniaczy operacyjnych, ich zastosowania oraz parametrów.

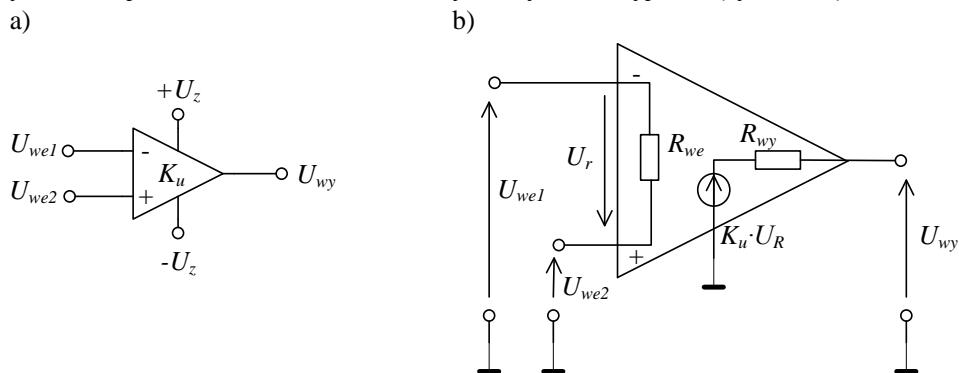
### Zakres tematyczny zajęć

- Łączenie obwodów elektrycznych ze wzmacniaczami operacyjnymi.
- Badanie wzmacniacza odwracającego oraz nieodwracającego.
- Obserwacja przebiegów oscyloskopowych na wejściu i wyjściu wzmacniaczy różniczkujących i całkujących.

### Wiadomości ogólne

**Wzmacniacz operacyjny** jest to układ elektroniczny o dużym wzmacnieniu napięciowym pracujący z zewnętrznym obwodem ujemnego sprzężenia zwrotnego decydującego o właściwościach całego obwodu. Zastosowanie **ujemnego sprzężenia zwrotnego** poprawia liniowość charakterystyk, zwiększa pasmo przenoszenia, a także poprawia parametry pracy wzmacniacza.

Wzmacniacze operacyjne dzięki swojej wszechstronności są obecnie szeroko stosowanymi analogowymi układami scalonymi. Wykorzystywane są w układach realizujących różne operacje matematyczne: dodawania, odejmowania, różniczkowania, całkowania, logarytmowania i wielu innych. Większa część produkowanych wzmacniaczy operacyjnych ma symetryczne wejście różnicowe oraz niesymetryczne wyjście (rys. 12.1).



Rys. 12.1. Wzmacniacz operacyjny: a) symbol, b) uproszczony schemat zastępczy

Wzmacniacz operacyjny ma dwa wejścia: odwracające oznaczone jako (-) oraz nieodwracające oznaczone jako (+). Oznacza to, że jeżeli do wejścia odwracającego zostanie doprowadzony np. sygnał sinusoidalny, przesunięcie fazowe sygnału wyjściowego będzie równe  $180^\circ$ . W przypadku wejścia nieodwracającego przesunięcie między sygnałami wejściowym i wyjściowym wyniesie  $0^\circ$ .

Jednym z najbardziej istotnych parametrów wzmacniacza operacyjnego jest jego **wzmocnienie**, opisywane jako iloraz napięcia wyjściowego do napięcia wejściowego:

$$K_u = \frac{U_{wy}}{U_{we}}. \quad (12.1)$$



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Często w celu porównania wzmacniaczy operacyjnych, szczególnie o znacznie różniącym się wzmacnieniu, wykorzystywana jest wartość podana w decybelach (dB). Takie przedstawienie wartości wzmacnienia daje także możliwość wyznaczenia w prosty sposób pasma przenoszenia wzmacniacza. Zależność tą można przedstawić następującym wzorem:

$$K_u = 20 \log\left(\frac{U_{wy}}{U_{we}}\right). \quad (12.2)$$

Wzmacniacze operacyjne budowane i produkowane są w postaci monolitycznych układów scalonych. W zależności od wersji w jednej obudowie może znajdować się jeden lub kilka tego typu wzmacniaczy.

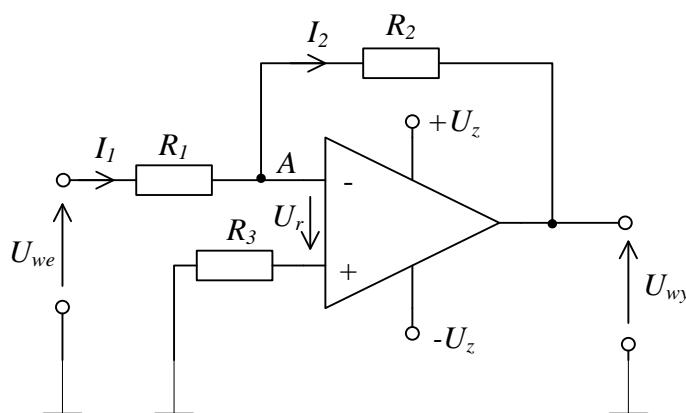
**Idealny wzmacniacz operacyjny** powinien mieć następujące właściwości:

- wzmacnienie napięciowe przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego (nieskończenie duże),
- napięcie wyjściowe przy takich samych napięciach podanych na obu wejściach (zero),
- prąd wejściowy (zero),
- prąd wyjściowy (nieskończenie duży),
- rezystancja (impedancia) wejściowa (nieskończenie duża),
- rezystancja (impedancia) wyjściowa (zero),
- pasmo częstotliwości (nieskończenie szerokie),
- tłumienie sygnału wspólnobieżnego (nieskończenie duże),
- odporność na zmiany temperatury i zachowanie wszystkich powyższych właściwości przy tych zmianach.

Traktowanie wzmacniacza operacyjnego jako elementu elektronicznego idealnego daje możliwość uproszczonej jego analizy. Obarczone jest to niewielkim błędem. Są to parametry do których dąży się przy produkcji tego typu elementów.

Wzmacniacze operacyjne mogą pracować w różnych **układach i konfiguracjach**. Poniżej przedstawiono typowe ich zastosowania, przy założeniu, że ich właściwości są idealne. Wzmacniacz odwracający oraz nieodwracający są najczęściej wykorzystywany w praktyce konfiguracjami wzmacniaczy operacyjnych, dlatego zostały szerzej opisane w ćwiczeniu.

We **wzmacniaku odwracającym** (rys. 12.2) sygnał wejściowy podawany jest na wejście odwracające wzmacniacza (-). Do tego samego wejścia doprowadzone jest ujemne sprzężenie zwrotne. Zakładając, że rezystancja wejściowa  $R_{we} \rightarrow \infty$  oraz wzmacnienie napięciowe  $K_u \rightarrow \infty$  (wzmacniacz idealny), do wejść wzmacniacza nie wpływają żadne prądy polaryzujące. Spadek napięcia na  $R_3$  oraz potencjał wejścia nieodwracającego równają się zero. Potencjał punktu A jest także równy zero (punkt masy pozornej), zatem  $U_r = 0$ .



Rys. 12.2. Wzmacniacz odwracający



Wynika z tego, że  $I_1 = I_2$ . Podstawiając za natężenia prądów odpowiednie wartości napięć oraz oporów otrzymać można zależność:

$$\frac{U_{we}}{R_1} = -\frac{U_{wy}}{R_2}. \quad (12.3)$$

Uwzględniając zależności 12.1 i 12.3 wzór na wzmacnienie napięciowe dla wzmacniacza odwracającego ma postać:

$$K_u = -\frac{R_2}{R_1}. \quad (12.4)$$

W rzeczywistości napięcie różnicowe  $U_r$  nie jest idealnie równe zero, zatem zależność 12.3 ma wartość przybliżoną. Mimo tego przy bardzo dużym wzmacnieniu  $K_u$  błąd ten jest pomijalnie mały. We wzmacniaku rzeczywistym rezystancję  $R_3$  dobiera się tak, aby była równa wartości równolegle połączonych rezystorów  $R_1$  i  $R_2$ . Ma to na celu zmniejszenie błędu spowodowanego napięciem niezrównoważenia, który powstaje pod wpływem przepływu wejściowych prądów polaryzujących.

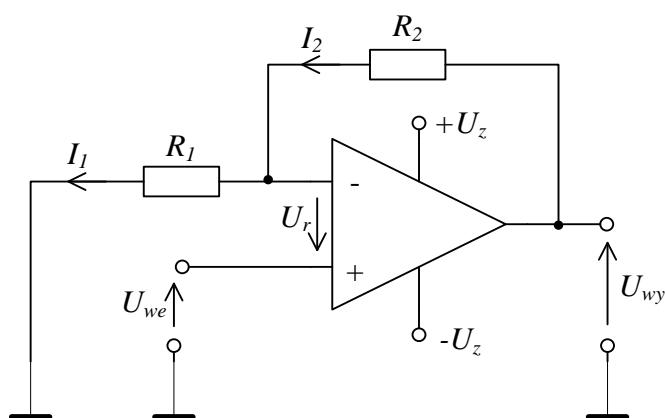
We **wzmacniaczu nieodwracającym** (rys. 12.3) sygnał wejściowy podawany jest na wejście nieodwracające wzmacniacza (+). Do wejścia odwracającego podawana jest poprzez dzielik rezystancyjny część sygnału z wyjścia wzmacniacza. Zakładając, że wzmacniacz jest idealny i przeprowadzając analizę jak dla wzmacniacza odwracającego można otrzymać zależność:

$$\frac{U_{we}}{R_1} = \frac{U_{wy} - U_{we}}{R_2}. \quad (12.5)$$

Uwzględniając zależności 12.1 i 12.5 wzór na wzmacnienie napięciowe dla wzmacniacza odwracającego ma postać:

$$K_u = 1 + \frac{R_2}{R_1}. \quad (12.6)$$

Tak jak poprzednio, w zastosowaniach praktycznych na wejście nieodwracające wzmacniacza podłącza się rezystancję  $R_3$  o wartości równolegle połączonych rezystorów  $R_1$  i  $R_2$ .



Rys. 12.3. Wzmacniacz nieodwracający

W tabeli 12.1 przedstawione zostały inne konfiguracje układów wykorzystujących wzmacniacze operacyjne.

Tabela 12.1. Schematy podstawowych układów pracy wzmacniaczy operacyjnych oraz zależności napięć wyjściowych i wejściowych

Wtórnik napięciowy		$U_{wy} = U_{we}$
Wzmacniacz różnicowy		$U_{wy} = \left( \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} \right) \cdot \frac{R_4}{R_1} \cdot U_{we2} - \frac{R_2}{R_1} \cdot U_{we1}$
Wzmacniacz sumacyjny		$U_{wy} = -R_4 \cdot \left( \frac{U_{we1}}{R_1} + \frac{U_{we2}}{R_2} + \dots + \frac{U_{wen}}{R_n} \right)$
Wzmacniacz różniczkujący		$U_{wy} = -R_1 \cdot C \frac{dU_{we}}{dt}$
Wzmacniacz całkujący (integrator)		$U_{wy} = -\frac{1}{R_1 \cdot C} \int_0^t U_{we} dt$
Konwerter prąd-napięcie		$U_{wy} = -I_{we} \cdot R$



Wzmacniacze operacyjne oprócz powyższych zastosowań mają także szereg innych. Mogą pracować w układach: prostownika jednopołówkowego lub dwupołówkowego, ogranicznika napięcia, komparatora, generatora przebiegów prostokątnych lub sinusoidalnych, filtrów aktywnych RC.

### Pytania kontrolne

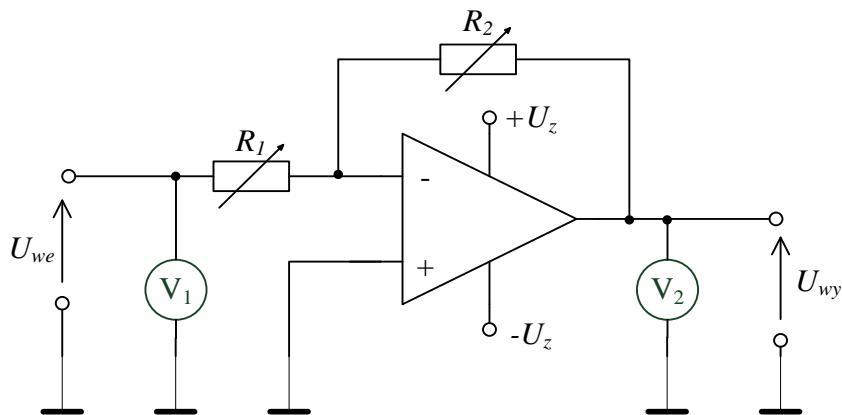
1. Wzmacniacz operacyjny – symbol, schemat zastępczy, zastosowania.
2. Układy pracy wzmacniaczy operacyjnych.
3. Parametry idealnego wzmacniacza operacyjnego.
4. Wzmacniacz operacyjny w konfiguracji odwracającej – schemat, właściwości, wzmacnianie napięciowe.
5. Wzmacniacz operacyjny w konfiguracji nieodwracającej – schemat, właściwości, wzmacnianie napięciowe.

## WYKONANIE ĆWICZENIA

Badania wykonane w ćwiczeniu polegają na zbadaniu podstawowych układów pracy wzmacniaczy operacyjnych, układu: odwracającego, nieodwracającego, różniczkującego i całkującego. Pomiary dotyczą wyznaczenia wzmacnienia  $K_u$ , charakterystyk przejściowych  $U_{wy}=f(U_{we})$  wzmacniacza operacyjnego odwracającego i nieodwracającego fazę oraz sprawdzenia odpowiedzi czasowych wzmacniaczy operacyjnych pracujących jako układy różniczkujące i całkujące z wykorzystaniem oscyloskopu. W badaniach należy wykorzystać zarówno zasilacze prądu stałego, jak i generator przebiegów sinusoidalnych, prostokątnych i piłokształtnych. Do zasilenia wzmacniacza operacyjnego wykorzystywane jest napięcie symetryczne  $+U_z$ ,  $0$ ,  $-U_z$  o wartości podanej przez prowadzącego zajęcia. Przed przystąpieniem do ćwiczenia należy zapoznać się z danymi katalogowymi badanych wzmacniaczy operacyjnych.

### Zadanie 12.1. Badanie wzmacniacza odwracającego

Należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 12.4. Jest to układ wzmacniacza operacyjnego pracującego w konfiguracji odwracającej. Na wejście układu  $U_{we}$  podłączyć zasilacz regulowany.



Rys. 12.4. Układ do badania wzmacniacza operacyjnego w układzie odwracającym



Fundusze  
Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

Zmieniając wartości  $R_1$  i  $R_2$ , podane przez prowadzącego zajęcia, odczytać napięcia wskazane przez woltomierze  $V_1$  i  $V_2$ . Wyniki zapisać w tabeli 12.2.

Tabela 12.2. Wzmocnienie wzmacniacza operacyjnego w układzie odwracającym

Lp.	$R_1$	$R_2$	$U_1$	$U_2$	$K_{u(obl)}$	$K_{u(pom)}$	$K_{u(dB)}$
	$\Omega$	$\Omega$	V	V	-	V/V	dB
1							
2							
3							
4							
5							

W celu wyznaczenia charakterystyki przejściowej należy dla wybranej wartości rezystancji  $R_1$  i  $R_2$  zmieniać wartość napięcia wejściowego  $U_1$  odczytując napięcie wyjściowe  $U_2$ . Wyniki zapisać w tabeli 12.3.

Tabela 12.3. Charakterystyka przejściowa wzmacniacza operacyjnego w układzie odwracającym

$R_1 = ..... \Omega, R_2 = ..... \Omega$					
Lp.	$U_1$	$U_2$	$K_{u(obl)}$	$K_{u(pom)}$	$K_{u(dB)}$
	V	V	-	V/V	dB
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

## Opracowanie wyników

Na podstawie wzorów 12.4, 12.1, 12.2 obliczyć i porównać wzmocnienie wzmacniacza, odpowiednio  $K_{u(obl)}$ ,  $K_{u(pom)}$ ,  $K_{u(dB)}$ . Należy porównać wzmocnienie uzyskane z pomiarów i obliczeń. Na podstawie wyników pomiarów narysować charakterystykę przejściową  $U_2=f(U_1)$  wzmacniacza operacyjnego w układzie odwracającym.

### Zadanie 12.2. Badanie wzmacniacza nieodwracającego

Należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 12.5. Jest to układ wzmacniacza operacyjnego pracującego w konfiguracji nieodwracającej. Na wejście układu  $U_{we}$  podłączyć zasilacz regulowany.

Zmieniając wartości  $R_1$  i  $R_2$ , podane przez prowadzącego zajęcia, odczytać napięcia wskazane przez woltomierze  $V_1$  i  $V_2$ . Wyniki zapisać w tabeli 12.4.



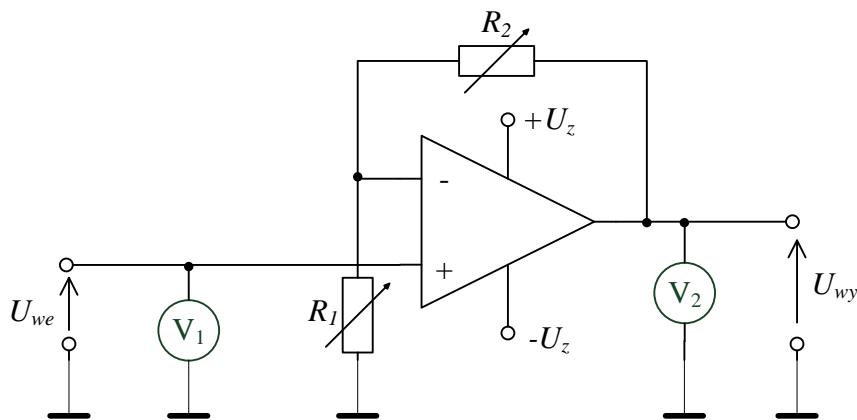
Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska



Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



Rys. 12.5. Układ do badania wzmacniacza operacyjnego w układzie nieodwracającym

Tabela 12.4. Wzmocnienie wzmacniacza operacyjnego w układzie niodwracającym

Lp.	$R_1$	$R_2$	$U_1$	$U_2$	$K_{u(obl)}$	$K_{u(pom)}$	$K_{u(dB)}$
	$\Omega$	$\Omega$	V	V	-	V/V	dB
1							
2							
3							
4							
5							

W celu wyznaczenia charakterystyki przejściowej należy dla wybranej wartości rezystancji  $R_1$  i  $R_2$  zmieniać wartość napięcia wejściowego  $U_1$  odczytując napięcie wyjściowe  $U_2$ . Wyniki zapisać w tabeli 12.5.

Tabela 12.5. Charakterystyka przejściowa wzmacniacza operacyjnego w układzie nieodwracającym

$R_1 = \dots \Omega, R_2 = \dots \Omega$				
Lp.	$U_1$	$U_2$	$K_{u(obl)}$	$K_{u(pom)}$
	V	V	-	V/V
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

### Opracowanie wyników

Na podstawie wzorów 12.6, 12.1, 12.2 obliczyć i porównać wzmocnienie wzmacniacza, odpowiednio  $K_{u(obl)}$ ,  $K_{u(pom)}$ ,  $K_{u(dB)}$ . Należy porównać wzmocnienie uzyskane z pomiarów i obliczeń. Na podstawie wyników pomiarów narysować charakterystykę przejściową  $U_2=f(U_1)$  wzmacniacza operacyjnego w układzie nieodwracającym.



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



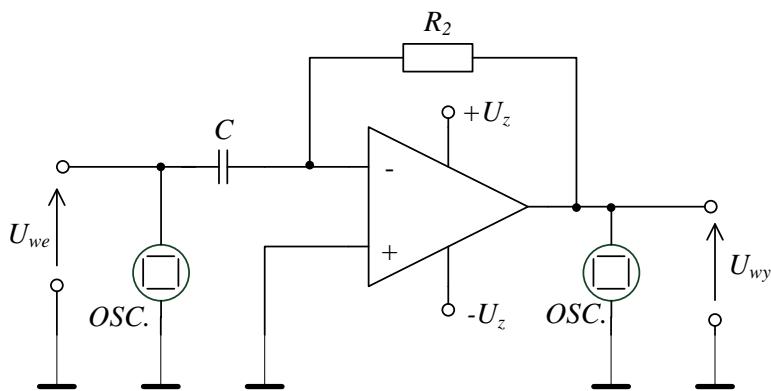
Rzeczypospolita  
Polska



### Zadanie 12.3. Badanie układu różniczkującego

W celu zbadania układu różniczkującego należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 12.6. W miejsce napięcia wejściowego  $U_{we}$  należy podłączyć generator przebiegów sinusoidalnych, prostokątnych oraz piłokształtnych, które należy kolejno zmieniać. Wartość amplitudy oraz częstotliwości sygnału poda prowadzący zajęcia.

Wykonać zrzuty ekranu oscyloskopu przedstawiające sygnały wejściowe i wyjściowe dla poszczególnych przypadków. Należy zwrócić szczególną uwagę na kształt sygnałów oraz przesunięcia fazowe między sygnałami.

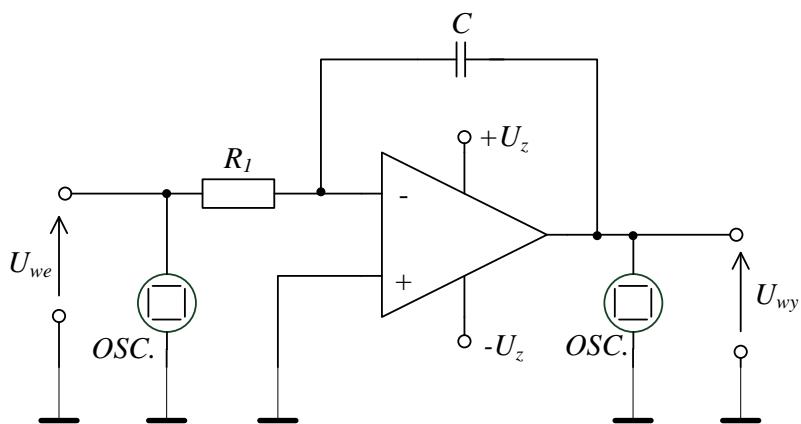


Rys. 12.6. Układ do badania wzmacniacza operacyjnego w układzie różniczkującym

### Zadanie 12.4. Badanie układu całkującego

W celu zbadania układu całkującego należy połączyć układ przedstawiony na rysunku 12.7. W miejsce napięcia wejściowego  $U_{we}$  należy podłączyć generator przebiegów sinusoidalnych, prostokątnych oraz piłokształtnych, które należy kolejno zmieniać. Wartość amplitudy oraz częstotliwości sygnału poda prowadzący zajęcia.

Wykonać zrzuty ekranu oscyloskopu przedstawiające sygnały wejściowe i wyjściowe dla poszczególnych przypadków. Należy zwrócić szczególną uwagę na kształt sygnałów oraz przesunięcia fazowe między sygnałami.



Rys. 12.7. Układ do badania wzmacniacza operacyjnego w układzie całkującym





Materiały zostały opracowane w ramach projektu  
„Zintegrowany Program Rozwoju Politechniki Lubelskiej – część druga”,  
umowa nr **POWR.03.05.00-00-Z060/18-00**  
w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój 2014-2020  
współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny

