

## **Análise**

---

*Douglas Santos*  
*douglass@ufrj.br*

## Conteúdo

<b>Sequências</b>	<b>2</b>
Sequências infinitas . . . . .	2
Sequências infinitas unilaterais . . . . .	2
Sequências bi-infinitas . . . . .	2
Sequências monótonas . . . . .	2
Sequências monotonicamente crescentes . . . . .	2
Sequências monotonicamente decrescentes . . . . .	2
Sequências limitadas . . . . .	2
Limite de uma sequência . . . . .	2
Propriedades de limites de sequências . . . . .	2
Subsequências . . . . .	2
Sequência de Cauchy . . . . .	2
Convergência de sequências . . . . .	2

# Sequências

## Sequências infinitas

### Sequências infinitas unilaterais

Sequências são um tipo de especial de função. Considere uma função de variável inteira, ou seja

$$a_n := a(n) : \mathbb{Z} \rightarrow A; n \mapsto a_n.$$

O domínio de uma sequência é sempre o conjunto dos inteiros. A imagem da sequência depende do contexto, pois o contradomínio pode ser um subconjunto do conjunto  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  ou um espaço topológico. De qualquer forma, a imagem é geralmente denotada por  $a_n$  e a sequência por

$$\{a_n\}_n^\infty.$$

### Exemplo 1

Considere a sequência  $\left\{\cos \frac{n\pi}{6}\right\}_{n=0}^\infty$ . Então, a imagem é  $\left\{1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \dots\right\}$ .

### Sequências bi-infinitas

Sequências bi-infinitas são sequências do tipo

$$\{a_n\}_{n=-\infty}^\infty.$$

### Sequências monótonas

Sequências monótonas são sempre crescentes ou decrescentes.

#### Sequências monotonicamente crescentes

A sequência  $\{a_n\}_{n=1}^\infty$  é monotonicamente crescente se e somente se  $a_{n+1} \geq a_n$ , para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Se cada termo consecutivo é estritamente maior que o anterior, então a sequência é *estritamente monotonicamente crescente*.

#### Sequências monotonicamente decrescentes

Analogamente, uma sequência é monotonicamente decrescente se a cada termo consecutivo for menor que o anterior. A sequência será *estritamente monotonicamente decrescente* se cada termo for estritamente menor que o anterior.

### Sequências limitadas

#### Limite de uma sequência

#### Propriedades de limites de sequências

#### Subsequências

#### Sequência de Cauchy

#### Convergência de sequências