$Soit\ la\ quantité\ \ \delta_t(j), pour\ j = 1 \dots N$ Rabiner(1989), Miller(2011a)

$$Soit\ \delta_t(j) = max_{\mathrm{X}_{1\to t-1}} \mathbf{P}(\mathrm{X}_{1\to t-1}, \mathrm{X}_t = \omega_j, \mathrm{Y}_{1\to t}/\lambda), pour\ t = 1 \dots T$$

$\delta_t(j)$ est la probabilité maximale, étant donné le MMC de paramètre λ de parcourir la séquence d'états $\mathrm{X}_{1\to t}$ qui s'achève en ω_j au temps t et d'observer la séquence $\mathrm{Y}_{1\to t}$.

Supposons qu'on soit dans les états ω_j pour t et ω_i pour $t-1$ et pour t=2…T

$$\delta_t(j) = max_{\mathrm{X}_{1\to t-1}} \mathbf{P}(\mathrm{X}_{1\to t-1}, \mathrm{X}_t = \omega_j, \mathrm{Y}_{1\to t}/\lambda)$$

Ainsi en prenant l'argument du maximum des $\delta_t(j)$ pour tous les t=1,2…T et j=1…N on obtient la séquence optimale d'états

$$\psi_t(\omega_j) = \mathrm{argmax}(\delta_t(j)), \mathrm{pour\ t} = 1 \dots \mathrm{T\ et\ j} = 1 \dots \mathrm{N}$$

L'algorithme X.X : **Algorithme de** Viterbi

1. Pour i=1 : N, Faire

   $\delta_1(i) = \Pi_i\ b_{\omega_i}(Y_1)$ et $\psi_1(i) = 0$

2. Pour t=2 : T, Faire

   Pour j=1 : N, Faire

   $\delta_t(j) = \max_{\omega_j}[a_{ij}\ \delta_{t-1}(i)] b_{\omega_j}(Y_t)$;

   $\psi_t(\omega_j) = \mathrm{argmax}_{\omega_i}[a_{ij}\ \delta_{t-1}(i)]$;

   Fin Pour

   Fin Pour

3. $\mathbf{P}^* = \max_{\omega_i} \delta_T(i)$;

   $\mathbf{S}^*_{i,T} = \mathbf{argmax}_{\omega_i} \delta_T(i)$;

   Fin Pour

4. Construction de la séquence d'états.

   Pour $t = T - 1 : (-1) : 1$, faire

   $\mathbf{S}^*_{i,t} = \psi_{t+1}(\mathbf{S}^*_{i,t+1})$

   Fin Pour

La probabilité $P^* = \max_{\omega_i} \delta_T(i) = max_{x_{1\to T}} \mathbf{P}(x_{1\to T}, y_{1\to T}/\lambda)$

Cette étape permet d’obtenir à la fois la probabilité maximale et la séquence d’états associées.