

Математика в L^AT_EX

Лабораторная работа №1

7 марта 2022 г.

1 Первое задание.

Пример 1. Найти $\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$.

▲ Подынтегральная функция является рациональной относительно переменных $x_1 = x$, $x_2 = x^{1/3}$, $x_3 = x^{1/6}$. Данный интеграл имеет вид (1), причем $n = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1/3$, $p_3 = 1/6$, $a = d = 1$, $b = c = 0$. Для рациональных чисел $p_1 = 1$, $p_2 = 1/3$, $p_3 = 1/6$ общий знаменатель $m = 6$. Следовательно, нужно применить подстановку $x = t^6$. Применяя эту подстановку, получаем

$$\begin{aligned} \int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx &= 6 \int \frac{t^6 + t^4 + t}{t^6(1 + t^2)} t^5 dt = 6 \int \frac{t^5 + t^3 + 1}{1 + t^2} dt = \\ &= 6 \int t^3 dt + 6 \int \frac{dt}{1 + t^2} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + 6 \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + C. \end{aligned}$$

▲

Пример 2. Найти $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}}$.

▲ С помощью элементарных преобразований интеграл приводится к виду (1):

$$\int \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} \frac{dx}{(2-x)^2}.$$

Подынтегральная функция является рациональной относительно переменных

$$x_1 = x, \quad x_2 = \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^{1/3}.$$

Следовательно, в данном случае $n = 1$, $p_1 = 1/3$, $a = -1$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 2$. Поэтому полагаем

$$\frac{2-x}{2+x} = t^3,$$

откуда находим

$$x = 2 \frac{1 - t^3}{1 + t^3}, \quad dx = -12 \frac{t^2 dt}{(1 + t^3)^2}, \quad \frac{1}{2 - x} = \frac{1 + t^3}{4t^3}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \int \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} \frac{dx}{(2-x)^2} &= -12 \int \frac{(t^3 + 1)^2 t^3 dt}{16t^6 (t^3 + 1)^2} = -\frac{3}{4} \int \frac{dt}{t^3} = \\ &= \frac{3}{8} \sqrt[3]{\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^2} + C. \end{aligned}$$

▲

2 Второе задание.

Определение

Пусть задано отображение $\mathbf{u}: R \rightarrow R$, $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m)^T$, $u_i = u_i(x_1, \dots, x_n)$, $i = 1, \dots, m$, имеющее в некоторой точке x все частные производные первого порядка. Матрица J , составленная из частных производных этих функций в точке x , называется матрицей Якоби данной системы функций.

$$J(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial u_1}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial u_1}{\partial x_n}(x) \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial u_2}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial u_m}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial u_m}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial u_m}{\partial x_n}(x) \end{pmatrix}$$

Иными словами матрица Якоби является производной векторной функции от векторного аргумента.

3 Вопросы.

3.1 Проценты.

Зачем так много процентов в строке 3? Это стилистический окрас?

3.2 maketitle.

maketitle, что это?

3.3 section.

section не ставит точку после цифры?

3.4 Пробелы.

Пробелы в формуле не учитываются, так? Это строчная формула?

$$1 + 2 + 3$$

$$1 + 2 + 3$$

3.5 Отличия.

В чем отличие выключной формулы от строчной?

Это выключная формула:

$$2 + 2 = 4$$

А тоже выключная формула?

$$2 + 2 = 4$$

Особенность этого вида в том, что стилистически она отделяется от остального текста отступами к центру и находится в середине?

3.6 Как это понять?

$$2 + 2 = 4 \tag{1}$$

если номер не нужен его легко убрать

$$2 + 2 = 4$$

3.7 Ссылки

Ничего не понятно.

Поверьте! Формула (1) на стр. 3 не единственная формула, которую я знаю.

1 — просто ссылка

3.8 Запятые

В чем разница между 0,5 0,5 (0,5). Что такое умная запятая?