Математика в LaTeX

Лабораторная работа №1

25 февраля 2022 г.

1 Первое задание.

Пример 1. Найти $\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}dx$.

▲ Подынтегральная функция является рациональной относительно переменных $x_1 = x$, $x_2 = x^{1/3}$, $x_3 = x^{1/6}$. Данный интеграл имеет вид (1), причем $n = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1/3$, $p_3 = 1/6$, $a = d = 1$, $b = c = 0$. Для рациональных чисел $p_1 = 1$, $p_2 = 1/3$, $p_3 = 1/6$ общий знаменатель $m = 6$. Следовательно, нужно применить подстановку $x = t^6$. Применяя эту подстановку, получаем

$$\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}dx = 6\int \frac{t^6+t^4+t}{t^6\left(1+t^2\right)}t^5dt = 6\int \frac{t^5+t^3+1}{1+t^2}dt =$$
$$= 6\int t^3dt + 6\int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + 6\operatorname{arcctg}\sqrt[6]{x} + C.$$

▲

Пример 2. Найти $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}}$.

▲ С помощью элементарных преобразований интеграл приводится к виду (1):

$$\int \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}}\frac{dx}{\left(2-x\right)^2}.$$

Подынтегральная функция является рациональной относительно переменных

$$x_1 = x, \quad x_2 = \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^{1/3}.$$

Следовательно, в данном случае $n = 1$, $p_1 = 1/3$, $a = -1$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 2$. Поэтому полагаем

$$\frac{2-x}{2+x} = t^3,$$

откуда находим

$$x = 2\frac{1-t^3}{1+t^3}, \quad dx = -12\frac{t^2 dt}{\left(1+t^3\right)^2}, \quad \frac{1}{2-x} = \frac{1+t^3}{4t^3}$$

Таким образом,

$$\int \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}}\frac{dx}{\left(2-x\right)^2} = -12\int \frac{\left(t^3+1\right)^2 t^3 dt}{16t^6\left(t^3+1\right)^2} = -\frac{3}{4}\int \frac{dt}{t^3} =$$

$$= \frac{3}{8}\sqrt[3]{\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^2} + C.$$

▲

2 Второе задание.

Определение

Пусть задано отображение $\mathbf{u}$: $R \longrightarrow R$, $\mathbf{u}$=$(u_1,...,u_m)^T$, $u_i = u_i\left(x_1,...,x_n\right)$,$i = 1,...,m$, имеющее в некоторой точке x все частные производные первого порядка. Матрица J, составленная из частных производных этих функций в точке x, называется матрицей Якоби данной системы функций.

$$J\left(x\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\left(x\right) & \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\left(x\right) & \cdots & \frac{\partial u_1}{\partial x_n}\left(x\right) \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\left(x\right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\left(x\right) & \cdots & \frac{\partial u_2}{\partial x_n}\left(x\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial u_m}{\partial x_1}\left(x\right) & \frac{\partial u_m}{\partial x_2}\left(x\right) & \cdots & \frac{\partial u_m}{\partial x_n}\left(x\right) \end{pmatrix}$$

Иными словами матрица Якоби является производной векторной функции от векторного аргумента.

3 Вопросы.

3.1 Проценты.

Зачем так много процентов в строке 3? Это стилистический окрас?

3.2 marketitle.

maketitle, что это?

3.3 section.

section не ставит точку после цифры?

3.4 Пробелы.

Пробелы в формуле не учитываются, так? Это строчная формула?
$1 + 2 + 3$
$1 + 2 + 3$

3.5 Отличия.

В чем отличие выключной формулы от строчной?
Это выключная формула:

$$2 + 2 = 4$$

А тоже выключная формула?

$$2 + 2 = 4$$

Особенность этого вида в том, что стилистически она отделяется от остального текста отступами к центру и находится в середине?

3.6 Как это понять?

$$2 + 2 = 4 \tag{1}$$

если номер не нужен его легко убрать

$$2 + 2 = 4$$

3.7 Ссылки

Ничего не понятно.

Поверьте! Формула (1) на стр. 3 не единственная формула, которую я знаю.

1 — просто ссылка

3.8 Запятые

В чем разница между 0,5 $0,5$ $(0{,}5)$. Что такое умная запятая?