VARBŪTĪBU TEORIJAS FORMULAS

$P(A)=\frac{m}{n}$; $P(A)=\frac{S_1}{S}$

$P_n(k_1,k_2,\dots,k_m)=\frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_m!}$ $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$; $C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$ $0\le P(A)\le 1$

$P(A+B)=P(A)+P(B)$ nesavienojamiem notikumiem;

$P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$ pilnai notikumu sistēmai;

$P(A)+P(\bar{A})=1$ pretējiem notikumiem; $P(A)=1-P(\bar{A})$;

$P(AB)=P(A)P(B)$ neatkarīgiem notikumiem;

$P(AB)=P(A)\cdot P(B/A)$ atkarīgiem (patvaļīgiem) notikumiem;

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)=P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1A_2)\ldots P(A_n/A_1,\ldots A_{n-1})$$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ savienojamiem (patvaļīgiem) notikumiem;

$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=1-P(\bar{A}_1\bar{A}_2\ldots\bar{A}_n)$

$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)$ pilnās varbūtības formula; $P(H_1)+P(H_2)+\ldots+P(H_n)=1$

$P(H_i/A)=\frac{P(H_i)P(A/H_i)}{P(A)}$ Beijesa formula;

$P_n(m)=C_n^m p^m q^{n-m}$ Bernulli formula;

$P_n(m)\approx\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$ Puasona formula; Nosacījumi: 1) $p<0.1$; un $\lambda=np<10$.
vai: 2) $p>0.9$; un $\lambda=nq<10$ ($P_n(m)\to P_n(n-m)$)

$P_n(m)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right)$ Muavra-Laplasa lokālā formula; $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

$P_n(m_1\le m\le m_2)\approx\Phi\left(\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\Phi\left(\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$ Muavra-Laplasa integrālā formula.

Gadījuma lielumi

Sagaidāmās vērtības (matemātiskās cerības) īpašības:

E(C)=C; E(E(X))=E(X)

E(CX)=CE(X) E(X+Y)=E(X)+E(Y)

E(XY)=E(X)E(Y), ja X un Y ir neatkarīgi

$E(X^2)>(E(X))^2$

$D(X)=E\left((X-E(X))^2\right)=E(X^2)-(E(X))^2$

Dispersijas īpašības:

D(C)=0 $D(CX)=C^2D(X)$

D(X+Y)=D(X)+D(Y) ja X un Y ir neatkarīgi

D(X-Y)=D(X)+D(Y) ja X un Y ir neatkarīgi

D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2cov(X,Y) ja X un Y ir patvaļīgi

$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$ $\mu_k(X)=E(X^k)$ - k-tais sākuma moments

$m_k(X)=E((X-E(X))^k)$ - k-tais centrālais moments

$Skew(X)=\frac{m_3(X)}{\sigma(X)^3}$ - asimetrija; $Kurt(X)=\frac{m_4(X)}{\sigma(X)^4}-3$ - ekscess.

Diskrēti gadījuma lielumi

$E(X)=\sum_{i=1}^n x_ip_i$ $\mu_k(X)=\sum_{i=1}^n x_i^kp_i$

$m_k(X)=\sum_{i=1}^n(x_i-E(X))^kp_i$ $D(X)=\sum_{i=1}^n(x_i-E(X))^2p_i=\left(\sum_{i=1}^n x_i^2p_i\right)-(E(X))^2$

Nepārtraukti gadījuma lielumi

F(x)=P(X≤x) sadalījuma funkcija jeb *integrālā sadalījuma funkcija*.

Īpašības: $0\le F(x)\le 1$; *F(x)* ir nepārtraukta un nedilstoša funkcija;

kad $X\in[a,b]$, $F(x)=0$, ja $x\le a$; $F(x)=1$, ja $x\ge b$; $P(x_1\le x\le x_2)=F(x_2)-F(x_1)$

$f(x)=F'(x)$ *blīvuma funk*cija jeb *diferenciālā sadalījuma funkcija*. $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx$

Īpašības: $f(x)\ge 0$; $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$ $\int_{-\infty}^{Me}f(x)dx=\int_{Me}^{+\infty}f(x)dx=\frac{1}{2}$

$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)\,dx$ $D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-E(X))^2f(x)\,dx=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)\,dx-(E(X))^2$

$\mu_k(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^k\,f(x)\,dx$ $m_k(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-E(X))^kf(x)\,dx$

$Y=\varphi(X)$, $X=g(Y)$ tad $f_Y(y)=\left|\frac{dg(y)}{dy}\right|\cdot f_X(g(y))$

Vienmērīgais sadalījums: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & ja\quad x\in[a;b]\\ 0 & ja\quad x\notin[a;b]\end{cases}$ $E(X)=\frac{a+b}{2}$; $D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$

Eksponenciālais sadalījums: $f(x)=\begin{cases}0, & ja\quad x<0,\\ \lambda e^{-\lambda x}, & ja\quad x\ge 0\end{cases}$ $\lambda>0$ $E(X)=\frac{1}{\lambda}$; $D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$

Normālais sadalījums: $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $P(x_1\le x\le x_2)\approx\Phi\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)$

Matemātiskās statistikas elementi

$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_in_i$ $s^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2n_i}{n-1}$; $s_{\%}=\frac{s}{\bar{x}}\cdot 100\%$

$c=\frac{x_{max}-x_{min}}{1+3.32\lg n}$ $Skew(X)=\frac{\sum_{i=1}^n n_i(x_i-\bar{x})^3}{ns^3}$ $Kurt(X)=\frac{\sum_{i=1}^n n_i(x_i-\bar{x})^4}{ns^4}-3$

Ticamības intervāli: $\mu\in\left[\bar{x}-t_{krit.}\frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x}+t_{krit.}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$ $\sigma^2\in\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}};\ \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}\right]$

$t_{krit.}=t_{\alpha,n-1}$, ja n ir mazs (*n<30*)

$t_{krit.}=z_\alpha$, ja n ir liels (*n≥30*) *vai σ ir zināms*

Lineārā regresija: $\hat{Y}_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i$ $\hat{\beta}=\frac{n\sum x_iy_i-\left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}$ $\hat{\alpha}=\bar{Y}-\hat{\beta}\bar{X}$

$$r_{XY}=\frac{n\sum x_iy_i-\left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{\sqrt{\left(n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2\right)\left(n\sum y_i^2-\left(\sum y_i\right)^2\right)}}$$