Grundlagen des maschinellen Lernens (2023/24)

Hausaufgaben

Vittorio Ciccarelli Matrikelnummer 3203477 WiSe 2023/2024

Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgende, auf den Vorlesungsfolien postulierte Identität:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i^2 - \overline{x}^2)} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

OBEN

$$\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y}) = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - n\overline{x}\,\overline{y} = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \overline{x}\sum_{i=1}^{N} y_i = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} \overline{x}, y_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{N}(x_i y_i - \overline{x}\,y_i) = \underline{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 y_i}$$

UNTEN

$$\sum_{i=1}^{N}(x_i^2 - \overline{x}^2) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - n\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 + n\overline{x}^2 - 2n\overline{x} = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 + n\overline{x}^2 - 2\overline{x}n\overline{x} =$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i^2 + n\overline{x}^2 - 2\overline{x}\sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 + n\overline{x}^2 - \sum_{i=1}^{N} 2x_i\overline{x} = \sum_{i=1}^{N}(x_i^2 + \overline{x}^2 - 2x_i\overline{x}) = \underline{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

ZUSAMMEN

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$