

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Факультет экономических наук

Образовательная программа «Экономика»

КУРСОВАЯ РАБОТА НА ТЕМУ:

Исследование связей между количеством альтернатив и поведением потребителя

Выполнила:

Студентка 3 курса бакалавриата
Факультета экономических наук

Группа БЭК 142

Купцова Анастасия

Научный руководитель:

Паниди Ксения Андреевна

Москва, 2017

Введение

Современному человеку постоянно приходится делать выбор: какой кофе пить на завтрак, какой джем покупать в магазине, какие джинсы носить, на каком автомобиле ездить и многое другое. Что лучше, когда покупателю предлагают небольшой размер ассортимента для выбора или когда выбор поистине огромен? В какой ситуации покупатель найдет именно то, что ему нужно? В какой ситуации покупатель будет доволен сделанным выбором? В какой ситуации покупатель с наибольшей вероятностью приобретет предлагаемый ему товар? В данной работе мы исследуем вопрос о том, каким образом размер предлагаемого ассортимента влияет на поведение покупателя.

В эмпирических исследованиях, посвященных данному вопросу, можно заметить интересную зависимость поведения покупателей от размера предлагаемого ассортимента: доля агентов, совершивших покупку из предоставленного ассортимента, вначале возрастает при увеличении размера ассортимента, а затем убывает; более того, значительное число агентов отказываются совершать покупку при слишком большом размере ассортимента.

В данной работе мы предполагаем, что вышеописанное поведение агентов может объясняться следующими идеями. Чем больше размер предлагаемого ассортимента, тем больше вероятность того, что он содержит наиболее подходящую агенту опцию; тогда при небольшом ассортименте рост его размера может привести к увеличению вероятности того, что агент купит товар. При большом размере ассортимента выбор наилучшего товара сопряжен с большими издержками (на поиск информации, на сравнение большого количества альтернатив и пр.), поэтому агенту приходится пользоваться облегчающими решение задачи эвристиками, которые могут не привести к оптимальному результату. Более того, так как при большом размере ассортимента увеличивается вероятность того, что он содержит наиболее подходящую агенту опцию, это приводит к росту ожиданий агента относительно наилучшего товара, представленного в ассортименте. Если агент использует упрощающие выбор эвристики, он знает, что нашел не самый лучший товар, тогда высокие ожидания относительно наилучшего товара, представленного в ассортименте, заставляют агента испытывать чувство сожаления из-за того, что он не смог сделать лучший выбор. Нежелание испытывать

сожаление, в свою очередь, может приводить к отказу от покупки товара. Цель данной работы — показать, что при некоторых условиях модель поведения рационального агента не может объяснить наблюдаемых в эмпирике явлений; однако при использовании теории сожалений можно построить модель поведения иррационального агента, которая будет более точно соответствовать наблюдениям.

Рассмотрим уже существующие эмпирические исследования влияния размера ассортимента на поведение покупателя.

В огромном количестве исследований, посвященных проблеме выбора, сравнивается ситуация почти полного отсутствия выбора с ситуацией, когда некоторый выбор есть. Важный вывод, который делают авторы этих исследований, заключается в том, что наличие выбора увеличивает заинтересованность человека в этом выборе (Zuckerman, Porac, Lathin, Smith & Deci, 1978), а это, в свою очередь, положительно влияет на чувство удовлетворения от сделанного выбора (Iyengar & Lepper, 2000; Chernev et al., 2015). Также в пользу расширения выбора говорит следующий аргумент, который приводится во многих исследованиях (Iyengar & Lepper, 2000; Chernev et al., 2015; Szrek, 2017): чем больше размер предоставляемого выбора, тем больше вероятность того, что предлагаемый ассортимент содержит наиболее подходящую агенту опцию.

Однако положительное влияние наличия выбора на поведение агентов нельзя интерпретировать как простое правило — чем больше выбора, тем лучше. В последнее время появляется все больше исследований проблемы перегруженности выбором — ситуации, при которой агент чувствует, что количество альтернатив, из которых ему приходится выбирать, слишком велико, и это влияет на его желание совершать выбор. Авторы работы «When Choice is Demotivating: Can One Desire Too Much of a Good Thing?» (Iyengar & Lepper, 2000) провели несколько экспериментов для того, чтобы выяснить, как количество предлагаемых альтернатив влияет на поведение покупателя. Участникам экспериментов предлагался выбор из ограниченного (6 опций) или расширенного (24 или 30 опций) количества альтернатив, эксперименты проводились как в реальных (магазин и университет), так и в лабораторных условиях. В данном исследовании делается несколько важных выводов. Во-первых, расширенный выбор оказался изначально более привлекательным, однако отрицательно повлиял на факт покупки: первый

эксперимент проходил в магазине, где покупателям предлагалось попробовать несколько джемов, а затем купить баночку понравившегося; 60% покупателей остановились у стойки с расширенным выбором джемов и 40% — у стойки с ограниченным, однако покупку при расширенном выборе совершили только 3% остановившихся, при ограниченном — 30%. Во-вторых, расширенный выбор снижает мотивацию и заинтересованность: во втором эксперименте студентам за дополнительную оценку предлагалось написать эссе, тему которого можно было выбрать из 6 (ограниченный выбор) или 30 (расширенный выбор) вариантов; эссе сдали 74% студентов, имеющих темы из ограниченного выбора, и 60% студентов, имеющих темы из расширенного выбора, также средняя оценка за эссе студентов с темой из ограниченного выбора была более высокой. В-третьих, испытуемые из группы расширенного выбора заявляли, что им предоставлено слишком много опций, испытуемым из группы ограниченного выбора имеющихся опций было достаточно, также первые оценили процесс выбора как более сложный — этот результат подтверждает возможность возникновения проблемы перегруженности выбором. В-четвертых, участники из группы расширенного выбора были меньше довольны своим выбором, чем участники из группы ограниченного выбора. Авторы данного исследования предполагают два возможных механизма, которые, по их мнению, могут привести к выше описанным результатам. Первый механизм заключается в том, что при ограниченном выборе агенты стремятся найти наилучшую доступную опцию, но при расширенном выборе поиск наилучшей опции сопряжен с большими издержками (на поиск информации, на сравнение большого количества альтернатив и пр.), поэтому агентам приходится пользоваться облегчающими решение задачи эвристиками, которые могут не привести к оптимальному результату. Второй механизм связан с тем, что при расширенном выборе агенты чувствуют себя более ответственными за принимаемое решение, так как доступно много опций, среди которых, по их мнению, должна найтись наилучшая, это влияет на ожидания агентов относительно наилучшей опции. Тогда, если выбор слишком большой и агент пользуется упрощающими эвристиками, то он может не найти наилучшую опцию, что приводит к сожалению из-за неоптимальности сделанного выбора.

В другой работе «Great Expectations?! Assortment Size, Expectations, and Satisfaction» (Diehl & Poynor, 2010) авторы пытаются ответить на вопрос,

как ожидания, которые формирует размер ассортимента, влияют на чувство удовлетворения агента от сделанного выбора. В статье предлагается следующий механизм: размер ассортимента формирует ожидания агента относительно возможности найти наиболее подходящую ему альтернативу; эти ожидания, в свою очередь, влияют на чувство удовлетворения агента от сделанного выбора. Авторы используют концепцию несоответствия ожиданиям (expectation disconfirmation): размер ассортимента формирует ожидания относительно наиболее подходящей агенту опции, которая может присутствовать в данном наборе; однако реально сделанный выбор может отличаться от ожидаемой лучшей опции, если выбранная опция лучше ожидаемой, то происходит позитивное несоответствие ожиданиям, если — хуже, то негативное. Далее в статье выдвигаются гипотезы относительно того, как связаны размер ассортимента, предлагаемого агенту, его ожидания и чувство удовлетворения от сделанного выбора. Во-первых, агент ожидает, что при выборе из большого количества альтернатив он сможет найти более подходящую опцию, чем при выборе из маленького количества альтернатив. Во-вторых, когда агент выбирает из большого количества альтернатив, рассчитывая найти более подходящую опцию, он испытывает более сильное разочарование от несоответствия априорным ожиданиям, если выбранный товар хуже ожиданий, или более слабое чувство удовлетворения от того, что выбранный товар превосходит ожидания, чем при выборе из маленького количества альтернатив, при котором покупатель ожидает найти менее подходящую опцию. В-третьих, как следствие всего выше написанного, агенты могут быть менее удовлетворены выбором, когда они делают его из большого количества альтернатив, чем когда они делают его из маленького количества альтернатив. В работе авторы подтверждают эти гипотезы эмпирическими исследованиями.

Заметим, что авторы обеих работ (Iyengar & Lepper, 2000; Diehl & Poynor, 2010) изучают только две возможности — ограниченного и расширенного выбора — не учитывая ситуацию слишком ограниченного ассортимента и не говоря ничего о промежуточных значениях количества альтернатив. Последние эмпирические исследования в этой области рассматривают чувство удовлетворения от сделанного выбора и поведение покупателей, как функции от размера предлагаемого ассортимента. Авторы работы «Satisfaction in Choice as a Function of the Number of Alternatives: When “Goods Sate”»

(Reutskaja & Hogarth, 2009) предлагают испытуемым сделать выбор из 5 (крайне ограниченный выбор), 10,15 (средний выбор) и 30 (расширенный выбор) видов подарочных коробок, после чего спрашивают о том, насколько испытуемые довольны сделанным выбором и самим процессом выбора. Результаты эксперимента подтверждают гипотезу о том, что и чувство удовлетворения от сделанного выбора, и чувство удовлетворения от процесса выбора являются функциями от количества предлагаемых альтернатив, возрастающими при крайне ограниченном размере ассортимента, достигающими максимума при выборе из ассортимента среднего размера и убывающими при расширенном размере ассортимента (авторы называют такой вид функции — *inverted U-shaped*). В работе «Buying behavior as a function of parametric variation of number of choices» (Shah & Wolford, 2007) проводится эксперимент, в ходе которого студентам предлагают выбрать наиболее подходящую ручку из ассортиментов разного размера (размер варьируется от 2 до 20 альтернатив), после чего студентам предлагают купить понравившийся вариант. Авторы работы заключают, что доля испытуемых, которые совершили покупку, является функцией от количества предлагаемых альтернатив, возрастающей при крайне ограниченном размере ассортимента, достигающей максимума при выборе из ассортимента среднего размера (10 альтернатив) и убывающей при расширенном размере ассортимента (авторы данной работы тоже называют такой вид функции — *inverted U-shaped*). Также интерес для данного исследования представляет работа «How the number of options and perceived variety influence choice satisfaction: An experiment with prescription drug plans» (Szrek, 2017), в которой авторы выявляют выше описанную зависимость между чувством удовлетворения от сделанного выбора и размером предлагаемого ассортимента. Более того, авторы работы доказывают, что на чувство удовлетворения гораздо сильнее влияет разнообразие, а не размер предлагаемого выбора, однако агентам крайне сложно оценить реальное разнообразие альтернатив, поэтому на их восприятие разнообразия влияет размер ассортимента.

Чтобы иметь более целостное представление о том, какие факторы могут влиять на выбор и его восприятие, посмотрим на статью «Choice overload: A conceptual review and meta-analysis» — метаанализ большого числа существующих исследований, посвященных проблеме перегруженности выбором (Chernev, Böckenholt & Goodman, 2015), для написания которого авторы

использовали 53 исследования, опубликованных в 21 статье. Перегруженность выбором определяется в данном исследовании, как ситуация, при которой агент чувствует, что количество альтернатив, из которых ему приходится выбирать, слишком велико. В работе изучается вопрос о том, какие свойства ассортимента влияют на перегруженность выбором и как именно проявляется перегруженность. В начале статьи авторы выделяют четыре фактора, которые, по их мнению, влияют на то, как и в какой степени размер предлагаемого ассортимента приводит к перегруженности. Во-первых, сложность условий выбора: временные ограничения; количество предлагаемых альтернатив; ответственность за выбор; формат, в котором представлены альтернативы. Во-вторых, сложность предлагаемых альтернатив: наличие доминирующей опции; общая привлекательность ассортимента; сравнимость альтернатив; взаимозаменяемость альтернатив. В-третьих, неопределенность потребителя относительно своих предпочтений и стремление потребителя минимизировать усилия. А также авторы выделяют шесть индикаторов перегруженности выбором: удовлетворение/уверенность в выборе; сожаление; вероятность отказа от выбора; вероятность возврата уже выбранного товара; предпочтение большего количества альтернатив в ассортименте; свойства выбранного товара (например, как легко оправдать свой выбор). Проводя анализ уже существующих эмпирических исследований, авторы приходят к выводам, что проблема перегруженности выбором имеет место быть при большом количестве альтернатив и что каждый из выше упомянутых четырех факторов влияет на перегруженность: чем сложнее условия выбора и предлагаемый набор альтернатив, чем выше неопределенность потребителя и больше стремление минимизировать усилия, тем сильнее агент чувствует, что количество альтернатив, из которых ему приходится выбирать, слишком велико. Также авторы утверждают, что четыре индикатора (удовлетворение/уверенность в выборе; сожаление; вероятность отказа от выбора; вероятность возврата уже выбранного товара), из шести предполагаемых изначально, являются прямым следствием четырех факторов, влияющих на перегруженность, также эти индикаторы незначительно отличаются друг от друга, что говорит о их взаимозаменяемости при решении задачи оценки перегруженности выбором. Для нас главными выводами из этого исследования являются, во-первых, эмпирическое подтверждение существования проблемы перегруженности выбором; во-вторых, возмож-

ность использования чувства удовлетворения и сожаления — это одни из главных индикаторов наличия проблемы перегруженности выбором.

Изучив эмпирические исследования о том, как размер ассортимента влияет на поведение покупателя, сформулируем полученные из них основные выводы:

1. Чем больше размер предоставляемого выбора, тем больше вероятность, что в ассортименте присутствует наиболее подходящая агенту опция.
2. Чем больше размер предоставляемого выбора, тем выше ожидания агента относительно наилучшей опции, которую он может найти.
3. Чем больше размер предоставляемого выбора, тем больше издержек несет агент при поиске оптимальной опции, что может заставить его пользоваться упрощающими поиск эвристиками, не всегда приводящими к нахождению наилучшей опции.
4. Чем больше размер предоставляемого выбора, тем выше ожидания агента относительно наилучшей опции и тем чаще агент пользуется упрощающими поиск эвристиками, что приводит к сожалению, если реально выбранная альтернатива хуже ожидаемой оптимальной, или приводит к чувству меньшего удовлетворения, если реально выбранная альтернатива лучше ожидаемой оптимальной.
5. Чувство удовлетворения от сделанного выбора — это функция от количества предлагаемых альтернатив, возрастающая при крайне ограниченном размере ассортимента, достигающая максимума при выборе из ассортимента среднего размера и убывающая при расширенном размере ассортимента.
6. Доля агентов, совершивших выбор из предоставленного ассортимента — функция от количества предлагаемых альтернатив, которая может выглядеть следующим образом: возрастающая при крайне ограниченном размере ассортимента, достигающая максимума при выборе из ассортимента среднего размера (10 альтернатив) и убывающая при расширенном размере ассортимента.
7. Слишком большой размер предлагаемого ассортимента может приводить к отказу от совершения покупки.

Многие эмпирические работы, исследующие влияние размера ассортимента на поведение покупателя, используют понятие чувства сожаления о сделанном выборе, если выбранная опция не соответствует ожиданиям. Рассмотрим классический подход, учитывающий сожаление при принятии решения

в условиях неопределенности, статью "Regret Theory: An Alternative Theory of Rational Choice Under Uncertainty" (Loomes&Sugden, 1982).

Авторы данной работы предполагают, что чувство сожаления или чувство радости, зависит только от разницы между тем, что имеет агент, и тем, что он мог бы иметь при другом выборе. Допустим, агент получает полезность X_i и знает, что при другом выборе мог бы получить полезность X_j , тогда можно определить функцию модифицированной полезности агента следующим образом $EU = X_i + R(X_i - X_j)$,

где $R(\cdot)$ - функция сожаления-радости, $R(0) = 0$ и $\frac{\partial R(x)}{\partial x} > 0$.

Стоит отметить, что идея, включить чувство сожаления в модель потребительского выбора, уже встречалась в литературе (Chorus et. al, 2008; Chorus, 2010), в данных работах стратегия минимизировать сожаление от сделанного выбора рассматривается в качестве альтернативы к стратегии максимизировать полезность при выборе из некоторого количества альтернатив. Перейдем к формулировке задачи данной работы. Будем интерпретировать эмпирически наблюдаемую долю агентов, совершающих покупку из представленного ассортимента, как вероятность того, что агент совершит покупку при выборе из данного ассортимента. Тогда наша задача — построить модель иррационального агента, поведение которого соответствует эмпирическим наблюдениям, то есть зависит от размера ассортимента следующим образом: вероятность совершения покупки из предлагаемого ассортимента — это функция от количества альтернатив, возрастающая при крайне ограниченном размере ассортимента и убывающая при расширенном размере ассортимента; при слишком большом размере ассортимента вероятность покупки нулевая.

Далее в работе мы сначала построим модель поведения рационального агента; после чего, в соответствии с эмпирическими наблюдениями, мы построим модель поведения иррационального агента и, сравнив эти модели, сделаем выводы относительно того, при каких условиях модель поведения иррационального агента может объяснить наблюдаемые в эмпирике явления.

Модель поведения рационального агента

Пусть есть выбор из n товаров-альтернатив (предлагаемый ассортимент товаров), которые приносят агенту полезности x_1, \dots, x_n . Цена всех товаров одинаковая и равна p , где $0 \leq p < b$. Значения полезностей изначально неизвестны агенту, зато известно, что $x_i \sim U[a, b]$, где $0 < a < b$.

$$F_{x_i}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Пусть агент может узнать значения полезностей сразу всех альтернатив (n), что влечет за собой издержки (в размере cn), например, на поиск и обработку информации.

Тогда представим все возможные варианты поведения рационального агента в следующем виде:

На шаге 1 агент решает, получать ли ему информацию о полезности всех альтернатив. После чего, на шаге 2, учитывая принятое на шаге 1 решение, агент решает, покупать ли ему товар из предложенного ассортимента.

(*Стратегия 1*) Пусть решение шага 1 - получать информацию, решение шага 2 - покупать товар, тогда агент несет издержки на поиск и обработку информации (cn), узнает полезности всех предлагаемых ему альтернатив и покупает товар, обладающий наибольшей полезностью. Полезность рационального агента при данной стратегии $U_1^R = x_{(n)} - p - cn$, где $x_{(n)}$ - полезность наилучшей альтернативы в ассортименте.

(*Стратегия 2*) Пусть решение шага 1 - получать информацию, решение шага 2 - не покупать товар, тогда агент несет издержки на поиск и обработку информации (cn), но ничего не покупает. Полезность рационального агента при данной стратегии $U_2^R = -cn$.

(*Стратегия 3*) Пусть решение шага 1 - не получать информацию, решение шага 2 - покупать товар, тогда агент случайным образом выбирает товар и покупает его. Заметим, что данная стратегия моделирует ситуацию, при которой агент пользуется упрощающей выбор эвристикой. Полезность рационального агента при данной стратегии $U_3^R = x_i - p$, где x_i - полезность случайно выбранной альтернативы.

(*Стратегия 4*) Пусть решение шага 1 - не получать информацию, решение шага 2 - не покупать товар, тогда полезность рационального агента при

данной стратегии $U_4^R = 0$

Допустим, решение шага 1 - получать информацию о полезности всех альтернатив, тогда перед принятием решения на шаге 2 агент знает $x_{(n)}$ и может сравнить это значение с ценой: если $x_{(n)} \geq p$, то агент купит товар с наибольшей полезностью; если $x_{(n)} < p$, то агент не будет совершать покупку.

Допустим, решение шага 1 - не получать информацию, тогда перед принятием решения на шаге 2 агент по-прежнему не знает, какую полезности приносит каждый товар, и принимает решение, основываясь на ожидаемой полезности случайно выбранной альтернативы: если $E(x_i) \geq p$, то агент купит случайно выбранный товар; если $E(x_i) < p$, то агент не будет совершать покупку.

Выясним некоторые характеристики распределения x_i (полезности случайно выбранной альтернативы) и $x_{(n)}$ (полезности наилучшей альтернативы в ассортименте):

1. Найдем функцию распределения и математическое ожидание полезности случайно выбранной альтернативы.

$$F_{x_i}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$E(x_i) = \frac{a+b}{2}$$

2. Найдем функцию распределения и математическое ожидание полезности наилучшей альтернативы.

Пусть есть x_1, \dots, x_n - изначальные значения полезностей, тогда расположим их в порядке возрастания $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, то есть получим вариационный ряд $x_{(1)}, \dots, x_{(n)}$, где $x_{(n)}$ является полезностью наилучшей альтернативы, тогда $F_{x_{(n)}}(x) = Pr(x_{(n)} \leq x) = Pr(x_{(1)} \leq x, \dots, x_{(n)} \leq x) = Pr(x_1 \leq x, \dots, x_n \leq x) = Pr(x_1 \leq x) * \dots * Pr(x_n \leq x) = \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n$
Следовательно,

$$F_{x_{(n)}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n, & \text{при } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$E(x_{(n)}) = \int_a^b x dF_{x_{(n)}}(x) = \int_a^b x d\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n = x * \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n \Big|_a^b - \int_a^b \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n dx = b - \left(\frac{1}{b-a}\right)^n * \int_a^b (x-a)^n dx = b - \left(\frac{1}{b-a}\right)^n * \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)} \Big|_a^b = b - \frac{b-a}{n+1}$$

Для дальнейшего анализа поведения рационального агента необходимо выделить несколько разных случаев уровня цен (p).

Случай 1 : $p \leq a$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); заметим, что $x_{(n)} \geq a \geq p$, следовательно, решение шага 2 - купить товар. Тогда ожидаемая полезность от решения получать информацию - это ожидаемая полезность наилучшей альтернативы за вычетом цены товара и издержек на поиск и обработку информации:

$$EU_{Info}^R = b - \frac{b-a}{n+1} - p - cn$$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения ожидаемой полезности случайно выбранной альтернативы ($E(x_i)$) и уровня цен (p); заметим, что $E(x_i) = \frac{a+b}{2} > a \geq p$, следовательно, решение шага 2 - купить товар. Тогда ожидаемая полезность от решения не получать информацию - это ожидаемая полезность случайно выбранного товара за вычетом его цены:

$$EU_{noInfo}^R = \frac{a+b}{2} - p$$

Утверждение 1.1 При $p \leq a$ рациональный агент покупает товар при любом размере предлагаемого ассортимента; при слишком большом размере ассортимента выбирает товар случайным образом, не получая информацию о полезностях предлагаемых альтернатив.

Доказательство:

Для любого решения на шаге 1, решение шага 2 - купить товар; это решение не зависит от размера предлагаемого ассортимента. Следовательно, рациональный агент покупает товар при любом размере предлагаемого ассортимента.

Выясним, какое решение принимает рациональный агент на шаге 1 при слишком большом количестве альтернатив:

$$EU_{Info}^R(n) = b - \frac{b-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^R(+\infty) = -\infty$$

$$EU_{noInfo}^R(n) = \frac{a+b}{2} - p = const > 0$$

Заметим, что ожидаемая полезность от решения получать информацию яв-

ляется функцией от количества альтернатив, в то время как ожидаемая полезность от решения не получать информацию - положительная константа для любого количества альтернатив. Тогда при слишком большом размере ассортимента ожидаемая полезность от решения получать информацию отрицательна, а ожидаемая полезность от решения не получать информацию - положительна, следовательно, рациональный агент будет выбирать товар случайным образом при слишком большом размере ассортимента.

Интерпретация результата:

Если цена не больше минимальной полезности, которую могут принести товары из предлагаемого ассортимента, то разумным действием является покупка товара, что и делает рациональный агент. Заметим, что агент может потратить некоторые ресурсы (деньги, время и пр.) на поиск и обработку информации о полезности каждого товара и тогда сделать выбор, максимизирующий его полезность. Однако при слишком большом размере предлагаемого ассортимента агент не может выбрать наилучший товар из-за больших издержек на поиск, поэтому ему приходится пользоваться упрощающей поиск эвристикой (в данной работе модель поиска при помощи упрощающей эвристики - это случайным образом выбранная альтернатива).

Случай 2 : $a < p \leq \frac{a+b}{2}$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); тогда при $x_{(n)} \geq p$ он покупает наилучший товар и получает полезность $U_1 = x_{(n)} - p - cn$, а при $x_{(n)} < p$ он не совершает покупку и получает полезность $U_2 = -cn$. Найдем ожидаемую полезность от решения получать информацию:

$$\begin{aligned} EU_{Info}^R &= \int_p^b (x - p) dF_{x_{(n)}}(x) - cn = \int_p^b (x - p) d\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n - cn = \int_p^b x d\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n - \\ & p \int_p^b d\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n - cn = \left[x \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n \Big|_p^b - \int_p^b \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n dx \right] - \left[p \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^n \Big|_p^b \right] - cn = \left[b - p \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n - \right. \\ & \left. \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} \right] - \left[p - p \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \right] - cn = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn \end{aligned}$$

Рассмотрим ожидаемую полезности как функцию от количества альтернатив.

$$EU_{Info}^R(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^R(0) = 0$$

$$EU_{Info}^R(1) = \frac{a+b}{2} + \frac{(p-a)^2}{2(b-a)} - p - c$$

$$EU_{Info}^R(+\infty) = -\infty$$

$EU_{Info}^R(n)$ - выпуклая вверх функция $\forall n \geq 0$ (доказательство этого факта находится в разделе **Приложение 1**).

Найдем вероятность совершения покупки при решении получать информацию:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\} = Pr\{x_{(n)} \geq p\} = 1 - Pr\{x_{(n)} \leq p\} = 1 - F_{x_{(n)}}(p) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

Рассмотрим вероятность совершения покупки, как функцию от размера ассортимента:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(1) = \frac{b-p}{b-a}$$

$$\frac{\partial Pr(n)}{\partial n} = -\ln\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n > 0, \text{ так как } 0 < \frac{p-a}{b-a} < 1$$

$$\frac{\partial^2 Pr(n)}{\partial n^2} = -\ln^2\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n < 0$$

Следовательно, $Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n)$ - возрастающая, выпуклая вверх функция $\forall n \geq 0$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения ожидаемой полезности случайно выбранной альтернативы ($E(x_i)$) и уровня цен (p); заметим, что $E(x_i) = \frac{a+b}{2} \geq p$, следовательно, решение шага 2 - купить товар. Тогда ожидаемая полезность от решения не получать информацию - это ожидаемая полезность случайно выбранного товара за вычетом его цены:

$$EU_{noInfo}^R = \frac{a+b}{2} - p$$

Рассмотрим ожидаемую полезность как функцию от количества альтернатив и заметим, что это неотрицательная константа:

$$EU_{noInfo}^R(n) = \frac{a+b}{2} - p = const \geq 0$$

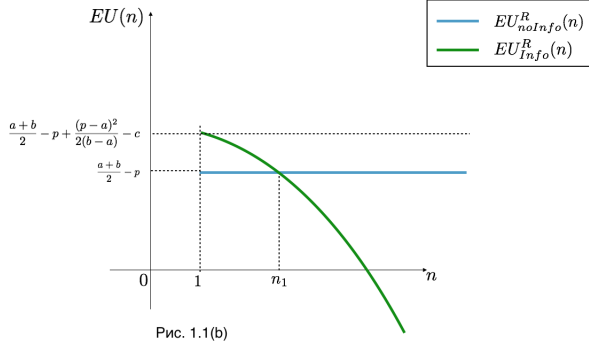
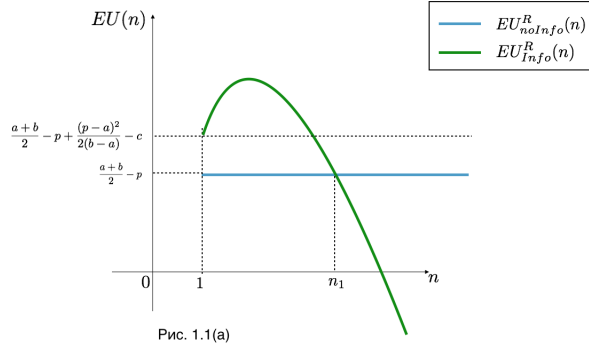
Пусть выполняется некоторое дополнительное ограничение на величину издержек поиска и обработки информации: $c < \frac{(p-a)^2}{2(b-a)}$. Так как иначе при отсутствии выбора ($n = 1$) рациональный агент на шаге 1 будет решать не получать информацию (т.е. $EU_{noInfo}^R(1) \geq EU_{Info}^R(1)$), что приведет к тому, что он всегда будет покупать товар при отсутствии выбора. В данной работе мы хотим ограничить такую возможность, потому что нам кажется нереалистичным исход, при котором агент всегда покупает товар при отсутствии выбора, для этого мы предполагаем не слишком большие издержки

на поиск и обработку информации. Далее мы пользуемся этим предположением при анализе поведения рационального агента в случае $a < p \leq \frac{a+b}{2}$.

Утверждение 1.2 В случае $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ вероятность покупки товара рациональным агентом - неубывающая функция от размера ассортимента, более того, при слишком большом размере ассортимента рациональный агент выбирает товар случайным образом и покупает его с вероятностью единица.

Доказательство:

Посмотрим, как выглядят ожидаемые полезности рационального агента при решении получить информацию ($EU_{Info}^R(n)$) и при решении не получать информацию ($EU_{noInfo}^R(n)$).



Заметим, что в данной работе для нас не представляет интереса вопрос о том, в какой точке функция $EU_{Info}^R(n)$ достигает максимума (при $n > 1$ (Рис. 1.1(а)) или при $n \leq 1$ (Рис. 1.1(б))), так как оба случая приводят к одинаковым качественным результатам. Все остальные предположения про вид функций доказаны строго (см. выше в данной работе).

Тогда в случае $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ рациональный агент ведет себя следующим

образом:

(1) При небольшом размере ассортимента ($n \in [1, n_1]$) на шаге 1 рациональный агент решает получать информацию про все альтернативы и покупает товар с вероятностью:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

(2) При большом размере ассортимента ($n \geq n_1$) на шаге 1 рациональный агент решает не получать информацию и, выбирая товар случайным образом, покупает его.

Тогда функция вероятности, что рациональный агент совершит покупку, принимает следующий вид (Рис. 1.2).

Обозначим:

$$Pr^R(n) = Pr\{\text{рациональный агент совершит покупку}\}(n)$$

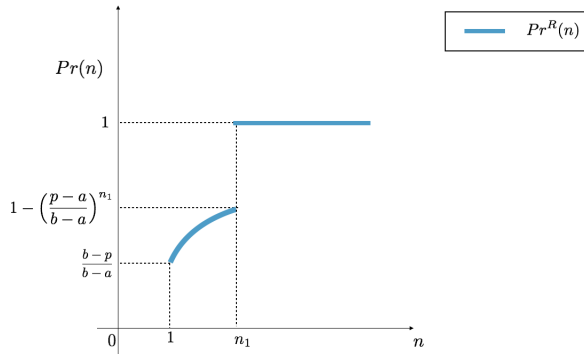


Рис. 1.2

Интерпретация результата:

В случае среднего уровня цен ($a < p \leq \frac{a+b}{2}$) при небольшом размере ассортимента рациональному агенту выгодно получать информацию про полезности предлагаемых альтернатив и выбирать товар, приносящий ему максимальную полезность, однако полезность такого товара с некоторой вероятностью может оказаться меньше цены, тогда агент откажется от покупки. При увеличении размера ассортимента, с одной стороны, увеличивается вероятность того, что наилучшая альтернатива, представленная в данном ассортименте, слишком хороша (т.е. увеличивается вероятность того, что полезность наилучшей альтернативы окажется не меньше цены), тогда увеличивается вероятность покупки товара; но, с другой стороны, увеличиваются издержки на поиск и обработку информации, что приводит к тому, что, начиная с некоторого момента, при дальнейшем росте ассорти-

мента рациональный агент пользуется упрощающей поиск эвристикой, то есть выбирает товар случайным образом и покупает его.

Случай 3 : $\frac{a+b}{2} < p < b$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); тогда при $x_{(n)} \geq p$ он покупает наилучший товар и получает полезность $U_1 = x_{(n)} - p - cn$, а при $x_{(n)} < p$ он не совершает покупку и получает полезность $U_2 = -cn$. Заметим, что вид функции ожидаемой полезности от решения получать информацию не отличается для случая $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ и для случая $\frac{a+b}{2} < p < b$, тогда:

$$EU_{Info}^R(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^R(0) = 0$$

$$EU_{Info}^R(1) = \frac{a+b}{2} + \frac{(p-a)^2}{2(b-a)} - p - c$$

$$EU_{Info}^R(+\infty) = -\infty$$

$$EU_{Info}^R(n) - \text{выпуклая вверх функция } \forall n \geq 0$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(1) = \frac{b-p}{b-a}$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) - \text{возрастающая, выпуклая вверх функция } \forall n \geq 0$$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения ожидаемой полезности случайно выбранной альтернативы ($E(x_i)$) и уровня цен (p); заметим, что $E(x_i) = \frac{a+b}{2} < p$, следовательно, решение шага 2 - не покупать товар. Тогда ожидаемая полезность от решения не получать информацию равна нулю

$$EU_{noInfo}^R(n) = 0$$

Утверждение 1.3 В случае $\frac{a+b}{2} < p < b$ при $c \leq \frac{(b-p)^2}{2(b-a)}$ вероятность покупки товара рациональным агентом - функция от размера ассортимента: возрастает при небольшом размере ассортимента и равняется нулю при слишком большом размере ассортимента; при $c > \frac{(b-p)^2}{2(b-a)}$ рациональный агент не покупает товар.

Доказательство:

При $\frac{a+b}{2} < p < b$ рациональный агент покупает товар в единственном случае, когда на шаге 1 он решает получать информацию и полезность наи-

лучшего товара оказывается не меньше цены. На шаге 1 при небольшом размере ассортимента агент решает получать информацию тогда и только тогда, когда $EU_{Info}^R(1) \geq 0$ (это следует из того, что $EU_{Info}^R(0) = 0$ и $EU_{Info}^R(n)$ - выпуклая вверх функция):

$$EU_{Info}^R(1) = \frac{a+b}{2} + \frac{(p-a)^2}{2(b-a)} - p - c = \frac{(a+b-2p)(b-a) + (p-a)^2}{2(b-a)} - c = \frac{(b-p)^2}{2(b-a)} - c \geq 0$$

Тогда в случае $c \leq \frac{(b-p)^2}{2(b-a)}$ посмотрим, как выглядят ожидаемые полезности при решении получать информацию ($EU_{Info}^R(n)$) и при решении не получать информацию ($EU_{noInfo}^R(n)$).

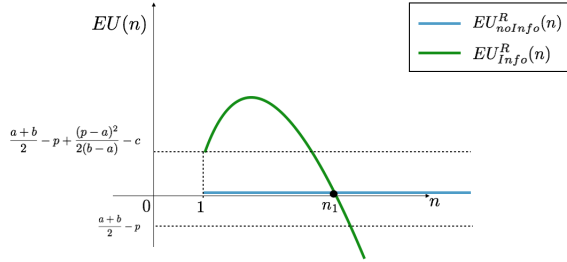


Рис. 1.3(a)

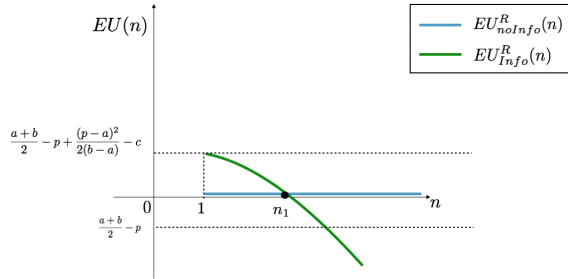


Рис. 1.3(b)

Как уже было сказано выше, мы не разделяем два случая: Рис. 1.3(a) и Рис. 1.3(b)

Тогда в случае $\frac{a+b}{2} < p < b$ при $c \leq \frac{(b-p)^2}{2(b-a)}$ рациональный агент ведет себя следующим образом:

(1) При небольшом размере предоставленного ассортимента ($n \in [1, n_1]$) на шаге 1 рациональный агент решает получать информацию про все альтернативы и покупает товар с вероятностью:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

(2) При большом размере предоставленного ассортимента ($n \geq n_1$) на шаге 1 рациональный агент решает не получать информацию, после чего не покупает товар.

Тогда функция вероятности, что рациональный агент совершит покупку, принимает следующий вид (Рис. 1.4).

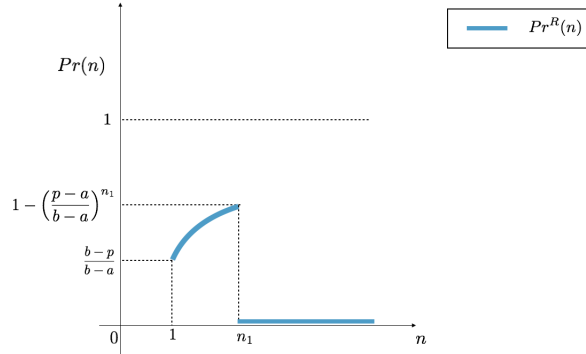


Рис. 1.4

В случае $\frac{a+b}{2} < p < b$ и $c \leq \frac{(b-p)^2}{2(b-a)}$ при любом размере ассортимента на шаге 1 рациональный агент решает не получать информацию и не покупает товар.

Интерпретация результата:

При достаточно высоких ценах на товары ($\frac{a+b}{2} < p < b$) рациональный агент не рассчитывает на то, что полезность случайно выбранной альтернативы будет превосходить цену, поэтому не пользуется упрощающей выбор эвристикой, то есть не покупает случайно выбранный товар. Если издержки на поиск и обработку информации невелики, то при небольшом размере ассортимента агент получает информацию о полезности всех альтернатив и выбирает товар, приносящий ему наибольшую полезность, однако полезность такого товара с некоторой вероятностью может оказаться меньше цены, тогда агент откажется от покупки. При увеличении размера ассортимента, с одной стороны, увеличивается вероятность того, что наилучшая альтернатива, представленная в данном ассортименте, слишком хороша (т.е. увеличивается вероятность того, что полезность наилучшей альтернативы окажется не меньше цены), тогда увеличивается вероятность покупки наилучшего товара; но, с другой стороны, увеличиваются издержки на поиск и обработку информации, что приводит к тому, что, начиная с некоторого

момента, при дальнейшем увеличении ассортимента рациональный агент отказывается от покупки. Если издержки на поиск и обработку информации большие, то рациональный агент не получает информацию и не покупает товар, каким бы ни был размер ассортимента, так как информация слишком дорога, а упрощающая выбор эвристика в среднем приводит к отрицательной полезности.

Модель поведения иррационального агента

Пусть выполняются все условия про набор альтернатив, цену и издержки на поиск и обработку информации, описанные для случая рационального агента, однако меняются варианты поведения агента: при некоторых условиях агент может испытывать чувство сожаления или радости от сравнения выбранного товара с другими возможными товарами. Такого агента будем считать иррациональным.

Тогда представим все возможные варианты поведения иррационального агента в следующем виде:

На шаге 1 агент решает, получать ли ему информацию о полезности всех альтернатив. После чего, на шаге 2, учитывая принятое решение на шаге 1, агент решает, покупать ли ему товар из предложенного ассортимента.

(*Стратегия 1*) Пусть решение шага 1 - получать информацию, решение шага 2 - покупать товар, тогда агент несет издержки на поиск и обработку информации (cn), узнает полезности всех предлагаемых ему альтернатив и покупает товар, обладающий наибольшей полезностью. Полезность иррационального агента при данной стратегии $U_1^{IR} = x_{(n)} - p - cn$. Заметим, что данная стратегия иррационального агента не отличается от соответствующей стратегии рационального агента, так как в данном случае иррациональный агент получает товар, приносящий ему максимальную полезность, и жалеть ему не о чем.

(*Стратегия 2*) Пусть решение шага 1 - получать информацию, решение шага 2 - не покупать товар, тогда агент несет издержки на поиск и обработку информации (cn), но ничего не покупает. Следовательно, полезность иррационального агента $U_2^{IR} = -cn$. Данная стратегия иррационального агента также не отличается от соответствующей стратегии рационального агента.

(*Стратегия 3*) Пусть решение шага 1 - не получать информацию, решение шага 2 - покупать товар. Именно эта стратегия отличает иррационального агента от рационального. Заметим, что она моделирует ситуацию, при которой агент пользуется упрощающей выбор эвристикой. Если агент не получает информацию, то выбирает альтернативу случайным образом, однако, зная о том, что среди невыбранных альтернатив могла бы быть лучшая, сравнивает свой выбор с ожидаемым значением полезности наи-

лучшей альтернативы. Если полезность выбранной альтернативы больше ожидаемого значения полезности наилучшей альтернативы, то агент, помимо самой полезности, получает дополнительное удовольствие от удачного выбора; если же полезность выбранной альтернативы меньше ожидаемого значения полезности наилучшей альтернативы, то агент испытывает разочарование. Полезность иррационального агента при данной стратегии $U_3^{IR} = x_i + \beta(x_i - E(x_{(n)})) - p$, где $\beta > 0$ - степень чувствительности иррационального агента к сожалению или удовольствию от сравнения.

(*Стратегия 4*) Пусть решение шага 1 - не получать информацию, решение шага 2 - не покупать товар, тогда полезность иррационального агента при данной стратегии $U_4^{IR} = 0$

Допустим, решение шага 1 - получать информацию о полезности всех альтернатив, тогда перед принятием решения на шаге 2 агент знает $x_{(n)}$ и может сравнить это значение с ценой: если $x_{(n)} \geq p$, то агент купит товар с наибольшей полезностью; если $x_{(n)} < p$, то агент не будет совершать покупку.

Допустим, решение шага 1 - не получать информацию, тогда перед принятием решения на шаге 2 агент по-прежнему не знает, какую полезности приносит каждый товар, и принимает решение, основываясь на ожидаемой полезности *Стратегии 3*:

$$E(U_3^{IR}) = E(x_i + \beta(x_i - E(x_{(n)})) - p) = E(x_i) + \beta(E(x_i) - E(x_{(n)})) - p$$

$$E(U_3^{IR}) = \frac{a+b}{2} + \beta\left(\frac{a+b}{2} - \left(b - \frac{b-a}{n+1}\right)\right) - p$$

Рассмотрим ожидаемую полезности *Стратегии 3* как функцию от количества альтернатив:

$$EU_3^{IR}(n) = \frac{a+b}{2} + \beta\left(\frac{a+b}{2} - \left(b - \frac{b-a}{n+1}\right)\right) - p$$

$$EU_3^{IR}(1) = \frac{a+b}{2} - p$$

$$EU_3^{IR}(+\infty) = \frac{a+b}{2} - \beta\frac{b-a}{2} - p$$

$$\frac{\partial EU_3^{IR}}{\partial n}(n) = -\beta\frac{b-a}{(n+1)^2} < 0 \text{ (для } n \neq -1)$$

$$\frac{\partial^2 EU_3^{IR}}{\partial n^2}(n) = 2\beta\frac{b-a}{(n+1)^3} > 0 \text{ (для } n > -1)$$

В нашей задаче $n \geq 1$, следовательно, $EU_3^{IR}(n)$ - убывающая, выпуклая вниз функция от размера ассортимента.

Тогда если $EU_3^{IR}(n) \geq 0$, то агент купит случайно выбранный товар; если $EU_3^{IR}(n) < 0$ - не будет совершать покупку.

Для дальнейшего анализа поведения иррационального агента необходимо выделить несколько разных случаев уровня цен (p).

Случай 1 : $p \leq a$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); заметим, что $x_{(n)} \geq a \geq p$, следовательно, решение шага 2 - купить товар. Заметим, что если иррациональный агент решает получать информацию о полезности всех альтернатив, то его поведение не отличается от поведения рационального агента, так как в случае покупки он получает товар, приносящий максимальную полезность, и жалеть ему не о чем. Тогда все выводы для рационального агента в соответствующем случае верны и для иррационального. Ожидаемая полезность от решения получать информацию:

$$EU_{Info}^{IR}(n) = b - \frac{b-a}{n+1} - p - cn$$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения с нулем ожидаемой полезности от покупки случайно выбранной альтернативы: если $EU_3^{IR}(n) \geq 0$, то агент купит случайно выбранный товар; если $EU_3^{IR}(n) < 0$, то агент не будет совершать покупку.

$$\text{Тогда } EU_{noInfo}^{IR}(n) = \max\{EU_3^{IR}(n); 0\}$$

Утверждение 2.1

(1) При $p \leq a$ если $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$, то иррациональный агент покупает товар при любом размере ассортимента; при слишком большом размере ассортимента он выбирает товар случайным образом, не получая информации о полезности всех товаров.

(2) При $p \leq a$ если $\beta > \frac{a+b-2p}{b-a}$, то иррациональный агент покупает товар при небольшом размере ассортимента, но перестает покупать при слишком большом размере ассортимента.

Доказательство:

(1) Если $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$, то $EU_3^{IR}(+\infty) = \frac{a+b}{2} - \beta \frac{b-a}{2} - p \geq 0$, тогда $\forall n \geq 1$ $EU_3^{IR}(n) > 0$ и $EU_{noInfo}^{IR}(n) = EU_3^{IR}(n) > 0$ (Рис. 2.1(a)). Тогда при любом размере предлагаемого ассортимента, если решение шага 1 - не получать информацию, то решение шага 2 - купить товар.

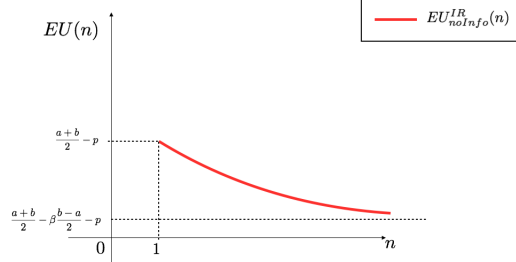


Рис. 2.1(а)

Следовательно, при $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$ для любого решения на шаге 1, решение шага 2 - купить товар; это решение не зависит от размера предлагаемого ассортимента.

Заметим, что при решении получать информацию иррациональный агент не отличается от рационального:

$$EU_{Info}^{IR}(n) = EU_{Info}^R(n) = b - \frac{b-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^{IR}(+\infty) = -\infty$$

Тогда при слишком большом размере ассортимента ожидаемая полезность от решения получать информацию отрицательна, а ожидаемая полезность от решения не получать информацию - положительна, следовательно, иррациональный агент будет выбирать товар случайным образом при слишком большом размере ассортимента.

(2) Если $\beta > \frac{a+b-2p}{b-a}$, то $\exists k \forall n \geq k : EU_3^{IR}(n) = \frac{a+b}{2} - \beta \frac{b-a}{2} - p < 0$, так как $EU_3^{IR}(n)$ - убывающая, выпуклая вниз функция и $EU_3^{IR}(+\infty) = -\infty$ (Рис. 2.1(б)).

Тогда $EU_{noInfo}^{IR}(n) = \max\{EU_3^{IR}(n); 0\}$

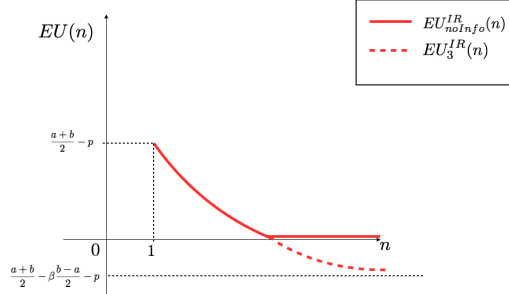


Рис. 2.1(b)

Так как при слишком большом размере ассортимента ожидаемая полезность от решения получать информацию отрицательна, как и ожидаемая полезность от *Стратегии 3* (не получать информацию и покупать случайно выбранную альтернативу), то при увеличении размера ассортимента иррациональный агент будет отказываться от покупки товара.

Интерпретация результата:

Если цена не больше минимальной полезности, которую могут принести товары из предлагаемого ассортимента, то разумным действием является покупка товара вне зависимости от размера ассортимента, что и делает рациональный агент. Поведение иррационального агента отличается от поведения рационального агента в случае, если степень чувствительности к сожалению превышает некоторый уровень. Тогда при небольшом размере ассортимента иррациональный агент будет покупать товар. Однако с ростом размера ассортимента издержки на поиск и обработку информации увеличиваются, что приводит к тому, что иррациональный агент не будет получать информацию о полезностях всех альтернатив. Также с ростом размера ассортимента увеличивается ожидаемая полезность наилучшего товара, представленного в данном ассортименте, что увеличивает сожаление иррационального агента, если он решает воспользоваться упрощающей поиски эвристикой, то есть покупать случайно выбранный товар. Все это приводит к тому, что при слишком большом размере предлагаемого ассортимента иррациональный агент не будет совершать покупку. Заметим, что рациональный агент не испытывает чувство сожаления, поэтому при слишком большом размере ассортимента, а значит, и слишком больших издержках на поиск и обработку информации, начинает пользоваться упрощающей

выбор эвристикой и покупает товар.

Случай 2 : $a < p \leq \frac{a+b}{2}$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом иррациональный агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); тогда при $x_{(n)} \geq p$ он покупает наилучший товар и получает полезность $U_1 = x_{(n)} - p - cn$, а при $x_{(n)} < p$ он не совершает покупку и получает полезность $U_2 = -cn$. Заметим, что если иррациональный агент решает получать информацию о полезности всех альтернатив, то его поведение не отличается от поведения рационального агента, так как в случае покупки он получает товар, приносящий максимальную полезность, и жалеть ему не о чем. Тогда все выводы для рационального агента в соответствующем случае верны и для иррационального.

Ожидаемая полезность при решении получать информацию:

$$EU_{Info}^{IR}(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^{IR}(0) = 0$$

$$EU_{Info}^{IR}(1) = \frac{a+b}{2} + \frac{(p-a)^2}{2(b-a)} - p - c$$

$$EU_{Info}^{IR}(+\infty) = -\infty$$

$$EU_{Info}^{IR}(n) - \text{выпуклая вверх функция } \forall n \geq 0$$

Вероятность совершения покупки при решении получать информацию:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(1) = \frac{b-p}{b-a}$$

$$\frac{\partial Pr(n)}{\partial n} = -\ln\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n > 0, \text{ так как } 0 < \frac{p-a}{b-a} < 1$$

$$\frac{\partial^2 Pr(n)}{\partial n^2} = -\ln^2\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n < 0$$

Следовательно, $Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n)$ - возрастающая, выпуклая вверх функция $\forall n \geq 0$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения с нулем ожидаемой полезности, случайно выбранной альтернативы: если $EU_3(n) \geq 0$, то агент купит случайно выбранный товар; если $EU_3(n) < 0$, то агент не будет совершать покупку.

$$\text{Тогда } EU_{noInfo}^{IR}(n) = \max\{EU_3(n); 0\}$$

Пусть, как и в случае рационального агента, выполняется некоторое ограничение на величину издержек поиска и обработки информации: $c < \frac{(p-a)^2}{2(b-a)}$.

Далее мы пользуемся этим предположением при анализе поведения ирра-

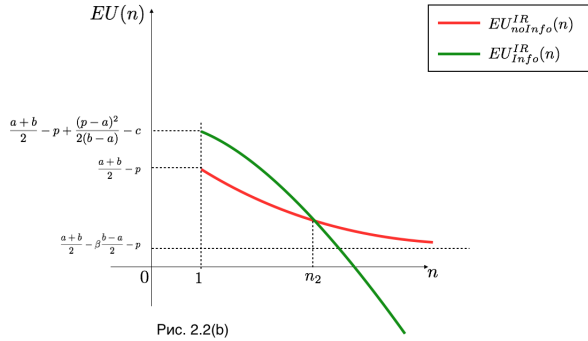
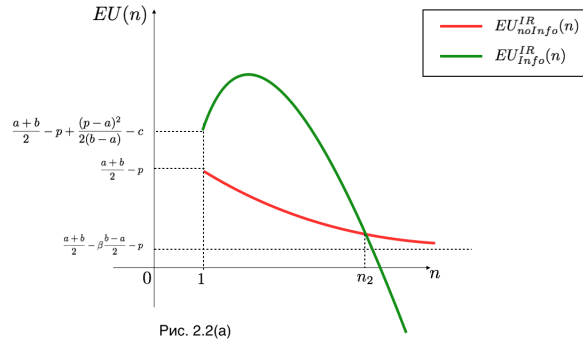
ционального агента в случае $a < p \leq \frac{a+b}{2}$.

Утверждение 2.2 При $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ и $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$ вероятность покупки товара иррациональным агентом - неубывающая функция от размера ассортимента, более того, при слишком большом размере ассортимента иррациональный агент выбирает товар случайным образом и покупает его с вероятностью единица.

Доказательство:

Заметим, что в **Случае 1** мы доказали, что при $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$ $\forall n \geq 1$ $EU_3(n) > 0$ и $EU_{noInfo}^{IR}(n) = EU_3(n) > 0$ (Рис. 2.1(a)). Тогда если решение шага 1 - не получать информацию, то решение шага 2 - купить товар.

Посмотрим, как выглядят ожидаемые полезности иррационального агента при решении получать информацию ($EU_{Info}^{IR}(n)$) и при решении не получать информацию ($EU_{noInfo}^{IR}(n)$).



Тогда в случае $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ и $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$ иррациональный агент ведет себя следующим образом:

(1) При небольшом размере ассортимента ($n \in [1, n_2]$) на шаге 1 иррациональный агент решает получать информацию про все альтернативы и покупает товар с вероятностью:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

(2) При большом размере ассортимента ($n \geq n_2$) на шаге 1 иррациональный агент решает не получать информацию и, выбирая товар случайным образом, покупает его.

Тогда функция вероятности, что иррациональный агент совершит покупку, принимает следующий вид (Рис. 2.3).

Обозначим:

$$Pr^{IR}(n) = Pr\{\text{иррациональный агент совершит покупку}\}(n)$$

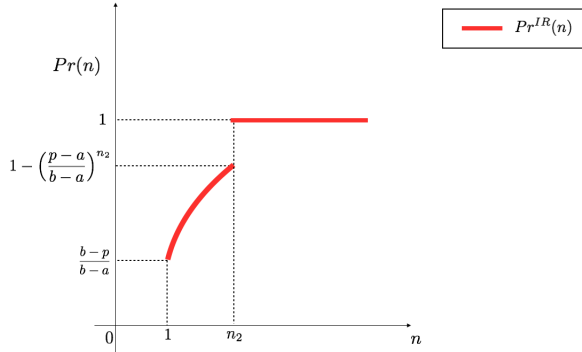
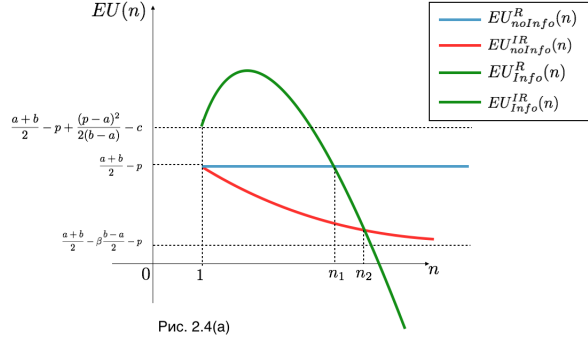


Рис. 2.3

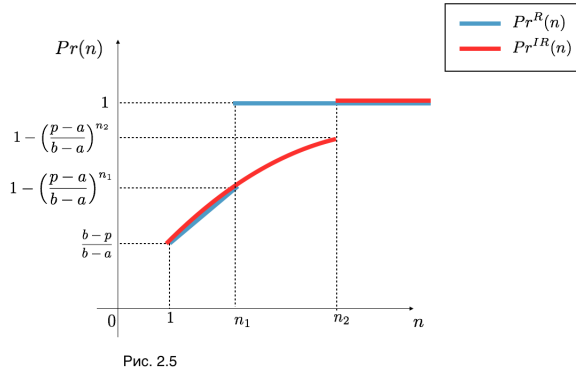
Сравнение с рациональным агентом:

Посмотрим, как при данных условиях ($a < p \leq \frac{a+b}{2}$ и $\beta \leq \frac{a+b-2p}{b-a}$) поведение иррационального агента отличается от поведения рационального агента (Рис. 2.4(а)).



И рациональный и иррациональный агент на шаге 1 решают получать информацию при небольшом размере ассортимента и, следовательно, покупают товар с вероятностью: $Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$; при большом размере ассортимента оба агента на шаге 1 решают не получать информацию, выбирают товар случайным образом и покупают его. Заметим, что рациональный агент при меньшем размере ассортимента перестает получать информацию ($n_1 < n_2$) и начинает выбирать товар случайным образом.

Посмотрим, как выглядят функции вероятности, что агенты совершат покупку (Рис. 2.5).



Интерпретация результата:

При среднем уровне цен ($a < p \leq \frac{a+b}{2}$) если степень чувствительности к

сожалению, присущая иррациональному агенту, невелика, то поведение иррационального агента мало отличается от поведения рационального агента. При небольшом размере ассортимента иррациональному агенту выгодно получать информацию про полезности предлагаемых альтернатив и выбирать товар, приносящий ему максимальную полезность, однако полезность такого товара с некоторой вероятностью может оказаться меньше цены, тогда агент откажется от покупки. При увеличении размера ассортимента, с одной стороны, увеличивается вероятность того, что наилучшая альтернатива, представленная в данном ассортименте, слишком хороша (т.е. увеличивается вероятность того, что полезность наилучшей альтернативы окажется не меньше цены), тогда увеличивается вероятность покупки наилучшего товара; но, с другой стороны, увеличиваются издержки на поиск и обработку информации, что приводит к тому, что, начиная с некоторого момента, при дальнейшем росте ассортимента иррациональный агент пользуется упрощающей поиски эвристикой, то есть выбирает товар случайным образом и покупает его. Так же поступает и рациональный агент в соответствующем случае. Однако, заметим, что, в силу своей чувствительности к сожалению, иррациональный агент начинает пользоваться упрощающей поиски эвристикой при большем размере ассортимента, чем рациональный, так как случайно выбранный товар может приводит к сожалению из-за проигрыша относительно ожидаемой полезности, которую может принести наилучший товар.

Утверждение 2.3 При $a < p \leq \frac{a+b}{2}$, $\beta > \frac{a+b-2p}{b-a}$ и $c < \min\{\frac{(p-a)^2}{2(b-a)}; (\frac{2b+a-3p}{6} + \frac{(p-a)^3}{6(b-a)^2})\}$ вероятность покупки товара иррациональным агентом возрастает при небольшом размере ассортимента, однако при слишком большом размере ассортимента иррациональный агент не будет покупать товар.

Доказательство:

Ограничения на размер издержек поиска и обработки информации (c) имеют следующее значение:

- (1) Как и в случае выше, $c < \frac{(p-a)^2}{2(b-a)}$ приводит к тому, что $EU_{Info}^{IR}(1) > EU_{noInfo}^{IR}(1)$
- (2) $c < \frac{2b+a-3p}{6} + \frac{(p-a)^3}{6(b-a)^2}$ приводит к тому, что $EU_{Info}^{IR}(2) > 0$ (доказательство этого факта находится в разделе **Приложение 2.1**)

Тогда из одновременного выполнения этих ограничений следует, что при

отсутствии выбора ($n = 1$) вероятность покупки товара иррациональным агентом меньше единицы (так как на шаге 1 он пользуется стратегией получать информацию); при небольшом выборе (в данном случае это $n = 2$) иррациональный агент либо получает информацию (и тогда вероятность покупки увеличивается по сравнению со случаем отсутствия выбора), либо не получает информацию и покупает случайно выбранную альтернативу с вероятностью единица. Значит, вероятность покупки товара иррациональным агентом возрастает при небольшом размере ассортимента.

При описании **Случая 1** мы доказали, что если $\beta > \frac{a+b-2p}{b-a}$, то

$$\exists k \forall n \geq k : EU_3^{IR}(n) = \frac{a+b}{2} - \beta \frac{b-a}{2} - p < 0$$

$$\text{Также } EU_{Info}^{IR}(+\infty) = -\infty$$

Так как при слишком большом размере ассортимента ожидаемая полезность от решения получать информацию отрицательна, как и ожидаемая полезность от стратегии не получать информацию и покупать случайно выбранную альтернативу, то при слишком большом размере ассортимента иррациональный агент будет отказываться от покупки товара.

Дополнительное ограничение на параметр β :

Мы доказали **Утверждение 2.3**, однако при более сильном ограничении на параметр β можно выяснить, какой вид принимает функция вероятности совершения покупки иррациональным агентом при конкретном размере ассортимента (n).

Пусть, помимо прочих ограничений ($a < p \leq \frac{a+b}{2}$ и $c < \min\{\frac{(p-a)^2}{2(b-a)}; \frac{2b+a-3p}{6} + \frac{(p-a)^3}{6(b-a)^2}\}$), выполняется $\beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}$.

Ограничение $\beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}$ приводит к тому, что $EU_3(2) < 0$ (доказательство этого факта находится в разделе **Приложение 2.2**).

Пусть $EU_3(2) < 0$, тогда $\forall n \geq 2 \ EU_{noInfo}^{IR}(n) = \max\{EU_3(n); 0\} = 0$, то есть если решение шага 1 - не получать информацию, то при наличии выбора ($n \geq 2$) иррациональный агент не будет покупать случайно выбранный товар (это следует из того, что $EU_3(n)$ - убывающая функция от размера ассортимента).

Посмотрим, как при данных ограничениях выглядят ожидаемые полезности при решении получать информацию ($EU_{Info}^{IR}(n)$) и при решении не получать информацию ($EU_{noInfo}^{IR}(n)$).

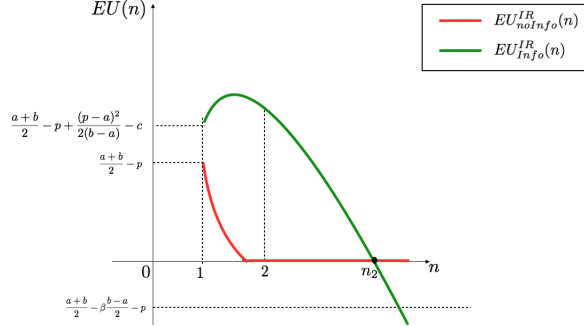


Рис. 2.6(a)

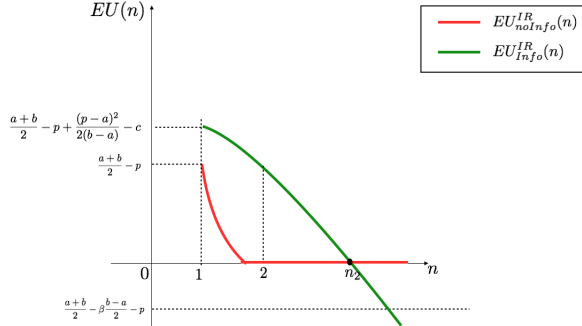


Рис. 2.6(b)

Тогда при данных ограничениях иррациональный агент ведет себя следующим образом:

(1) При небольшом размере ассортимента ($n \in [1, n_2]$) на шаге 1 иррациональный агент решает получать информацию про все альтернативы и покупает товар с вероятностью:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

(2) При большом размере ассортимента ($n \geq n_2$) на шаге 1 иррациональный агент решает не получать информацию и не покупать товар.

Тогда функция вероятности, что иррациональный агент совершит покупку, принимает следующий вид (Рис. 2.7).

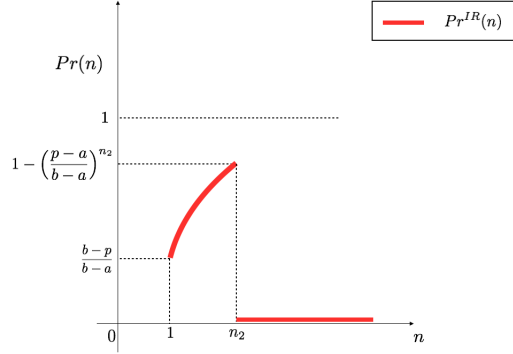


Рис. 2.7

Сравнение с рациональным агентом:

При $\beta > \frac{a+b-2p}{b-a}$ отличие поведения иррационального агента от рационального заключается в том, что при слишком большом размере предлагаемого ассортимента иррациональный агент не покупает товар, в то время как рациональный - покупает.

При $\beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}$ можно описать различия в поведении агентов при любом размере предлагаемого ассортимента. И это наиболее интересный случай в нашей работе.

Посмотрим, как при данных условиях поведение иррационального агента отличается от поведения рационального агента (Рис. 2.8(а)).

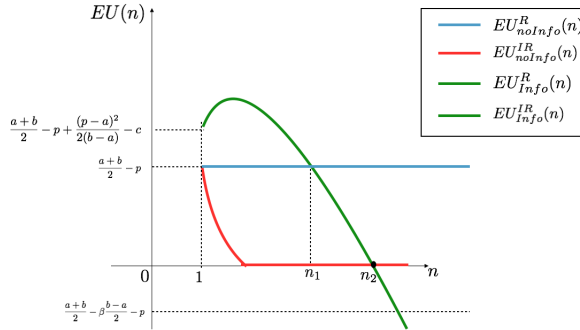


Рис. 2.8(а)

При небольшом размере ассортимента рациональный агент и иррациональный агент на шаге 1 решают получать информацию и, следовательно, покупают товар с вероятностью: $Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$;

начиная с некоторого момента (n_1), при увеличении размера ассортимента рациональный агент перестает получать информацию, выбирает товар случайным образом и покупает его; начиная с некоторого момента (n_2), при увеличении размера ассортимента иррациональный агент перестает получать информацию и не покупает товар. Заметим, что размер ассортимента, при котором агент отказывается получать информацию, зависит от его рациональности: $n_1 < n_2$; то есть рациональный агент при меньшем размере ассортимента отказывается от получения информации и покупает случайно выбранный товар, в то время как иррациональный агент продолжает получать информацию и отказывается от нее только тогда, когда вообще отказывается от совершения покупки.

Посмотрим, как выглядят функции вероятности, что агенты совершат покупку (Рис. 2.9).

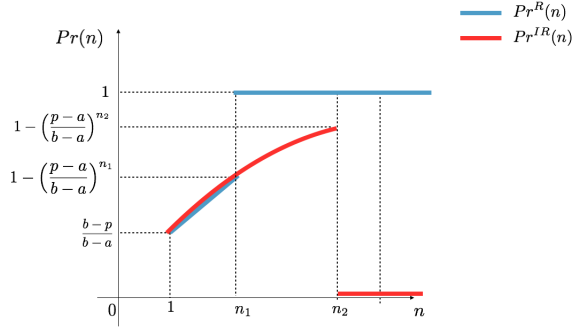


Рис. 2.9

Интерпретация результата:

Это самый интересный для нас случай, при котором модель поведения иррационального агента не только крайне сильно отличается от модели поведения рационального агента, но и почти в точности соответствует эмпирическим наблюдениям, в то время как модель поведения рационального агента не может объяснить эти наблюдения.

Поведение иррационального агента и рационального агента при среднем уровне цен ($a < p \leq \frac{a+b}{2}$), не слишком больших издержках на поиск и обработку информации и сильной степени чувствительности к сожалению ($\beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}$) выглядит следующим образом. При небольшом размере ассортимента иррациональный агент получает информацию о полезности

всех альтернатив и выбирает наилучший товар, однако полезность такого товара с некоторой вероятностью может оказаться меньше цены, тогда агент откажется от покупки. С ростом размера ассортимента увеличивается вероятность того, что наилучшая альтернатива, представленная в данном ассортименте, слишком хороша (т.е. увеличивается вероятность того, что полезность наилучшей альтернативы окажется не меньше цены), вследствие чего увеличивается вероятность покупки наилучшего товара. В то же время с ростом размера ассортимента увеличиваются издержки на поиск и обработку информации, поэтому, начиная с некоторого момента, при дальнейшем увеличении размера ассортимента иррациональный агент отказывается от получения информации о полезности всех альтернатив и не совершает покупку.

При небольшом размере ассортимента рациональный агент ведет себя аналогичным образом, однако с ростом размера ассортимента он не отказывается от покупки, а пользуется упрощающей поиски эвристикой и, выбирая товар случайным образом, покупает его.

Важное отличие иррационального агента от рационального заключается в том, что из-за сильной чувствительности к сожалению при росте размера ассортимента иррациональный агент не может использовать упрощающую поиски эвристику, то есть выбирать товар случайным образом. Так происходит потому, что с ростом размера ассортимента увеличивается ожидаемая полезность наилучшего товара, представленного в ассортименте, что увеличивает сожаление иррационального агента, если он решает воспользоваться упрощающей поиски эвристикой и уменьшает его полезность от выбора, сделанного случайным образом.

Тогда при данных условиях вероятность покупки иррациональным агентом соответствует эмпирическим наблюдениям: это функция от количества альтернатив, возрастающая при крайне ограниченном размере ассортимента и убывающая при расширенном размере ассортимента.

Случай 3 : $\frac{a+b}{2} < p < b$

Допустим, решение на шаге 1 уже принято, посмотрим, каким образом агент принимает решение на шаге 2:

(1) **Если решение шага 1 - получать информацию**, то агент знает полезность наилучшей альтернативы ($x_{(n)}$); тогда при $x_{(n)} \geq p$ он покупает

наилучший товар и получает полезность $U_1 = x_{(n)} - p - cn$, а при $x_{(n)} < p$ он не совершает покупку и получает полезность $U_2 = -cn$. Заметим, что если иррациональный агент решает получать информацию о полезности всех альтернатив, то его поведение не отличается от поведения рационального агента, так как в случае покупки он получает товар, приносящий максимальную полезность, и жалеть ему не о чем. Тогда все выводы для рационального агента в соответствующем случае верны и для иррационального.

Ожидаемая полезность при решении получать информацию:

$$EU_{Info}^{IR}(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^{IR}(0) = 0$$

$$EU_{Info}^{IR}(1) = \frac{a+b}{2} + \frac{(p-a)^2}{2(b-a)} - p - c$$

$$EU_{Info}^{IR}(+\infty) = -\infty$$

$$EU_{Info}^{IR}(n) - \text{выпуклая вверх функция } \forall n \geq 0$$

Вероятность совершения покупки при решении получать информацию:

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n) = 1 - \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n$$

$$Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(1) = \frac{b-p}{b-a}$$

$$\frac{\partial Pr(n)}{\partial n} = -\ln\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n > 0, \text{ так как } 0 < \frac{p-a}{b-a} < 1$$

$$\frac{\partial^2 Pr(n)}{\partial n^2} = -\ln^2\left(\frac{p-a}{b-a}\right)\left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n < 0$$

Следовательно, $Pr\{\text{агент совершит покупку}\}(n)$ - возрастающая, выпуклая вверх функция $\forall n \geq 0$

(2) **Если решение шага 1 - не получать информацию**, то решение о покупке принимается после сравнения ожидаемой полезности от покупки с нулем: если $EU_3^{IR}(n) \geq 0$, то агент купит случайно выбранный товар; если $EU_3^{IR}(n) < 0$, то агент не будет совершать покупку.

Заметим, что $EU_3^{IR}(1) = \frac{a+b}{2} - p < 0$, так как $EU_3^{IR}(n)$ - убывающая функция от размера ассортимента, тогда при решении не получать информацию на шаге 1 иррациональный агент решает не покупать товар на шаге 2. Следовательно, ожидаемая полезность от решения не получать информацию равна нулю:

$$EU_{noInfo}^{IR}(n) = 0$$

Сравнение с рациональным агентом:

Заметим, что из всего выше написанного следует, что для $\frac{a+b}{2} < p < b$ поведение иррационального агента не отличается от поведения рационального агента при любом размере предлагаемого ассортимента.

Интерпретация результата:

При достаточно высоких ценах на товары ($\frac{a+b}{2} < p < b$) даже рациональный агент не пользуется упрощающей поиски эвристикой, так как это в среднем приносит отрицательную полезность. В данном случае иррациональный агент тоже не пользуется упрощающей поиски эвристикой, потому что к объективной в среднем отрицательной полезности от случайного выбора товара может добавиться чувство сожаления относительно наилучшей альтернативы, которую агент не смог выбрать из-за использования эвристики. В данном случае поведение иррационального агента не отличается от поведения рационального, так как если он решает использовать информацию, то получает товар, приносящий максимальную полезность, и жалеть ему не о чем.

Заключение

В данной работе мы поставили перед собой задачу, построить модель поведения агента, соответствующую следующим эмпирическим наблюдениям: вероятность совершения покупки из предлагаемого ассортимента — это функция от количества альтернатив, возрастающая при крайне ограниченном размере ассортимента и убывающая при расширенном размере ассортимента; при слишком большом размере ассортимента вероятность покупки нулевая. Более того, мы предположили, что вышеописанная зависимость вероятности совершения покупки от размера предлагаемого ассортимента может объясняться иррациональностью в поведении агента - чувством сожаления от несоответствия полезности выбранной альтернативы и ожидаемой полезности лучшей альтернативы, представленной в ассортименте. Тогда модель поведения иррационального агента, испытывающего чувство сожаления, при некоторых условиях должна объяснять наблюдаемые в эмпирике явления, в то время как модель поведения рационального агента может не соответствовать этим наблюдениям.

Мы доказали, что в случае если цена товара не слишком большая, то есть не превышает полезность, которую в среднем приносит случайно выбранный товар из предлагаемого ассортимента, то при достаточно большом количестве альтернатив рациональный агент будет покупать товар из предлагаемого ассортимента. Однако в таком случае при выборе товара рациональный агент будет пользоваться упрощающей поиски эвристикой, что в нашей модели эквивалентно решению, не получать информацию о полезности всех альтернатив из ассортимента и выбирать товар случайным образом. Заметим, что такое поведение не соответствует эмпирическим наблюдениям.

Для описанного выше уровня цен поведение иррационального агента зависит от его степени чувствительности к сожалению. В случае, когда степень чувствительности к сожалению превышает некоторое пороговое значение, при достаточно большом количестве альтернатив иррациональный агент не будет покупать товар из предлагаемого ассортимента, что соответствует эмпирическим наблюдениям за поведением агентов при большом размере предлагаемого ассортимента. Такое поведение иррационального агента является отражением его чувствительности к сожалению: так как с ростом размера ассортимента увеличиваются издержки на поиск и обработку ин-

формации, а также увеличивается ожидаемая полезность наилучшего товара, представленного в ассортименте, это, в свою очередь, может увеличивать сожаление иррационального агента, если он решает воспользоваться упрощающей поиски эвристикой, и уменьшать его полезность от выбора, сделанного случайным образом.

Более того, нам удалось доказать, что в случае среднего уровня цен на товары (цена больше минимальной полезности, но не превышает полезность, которую в среднем приносит случайно выбранный товар из предлагаемого ассортимента), при небольших издержках на поиск и обработку информации и сильной степени чувствительности иррационального агента к сожалению вероятность покупки иррациональным агентом товара из предложенного ассортимента является функцией от количества альтернатив, возрастающей при крайне ограниченном размере ассортимента и убывающей при расширенном размере ассортимента. Как мы и предполагали, объяснить данную зависимость можно при помощи чувства сожаления, которому подвержен иррациональный агент. При небольшом размере ассортимента иррациональный агент получает информацию о полезностях всех альтернатив и с некоторой вероятностью покупает товар, приносящий максимальную полезность. Вероятность покупки в таком случае зависит от того, превышает ли полезность наилучшей альтернативы из ассортимента ее цену. С ростом размера ассортимента увеличивается вероятность того, что наилучшая альтернатива, представленная в данном ассортименте, слишком хороша (т.е. увеличивается вероятность того, что полезность наилучшей альтернативы окажется не меньше цены), вследствие чего увеличивается вероятность покупки наилучшего товара. В то же время с ростом размера ассортимента увеличиваются издержки на поиск и обработку информации, поэтому, начиная с некоторого момента, при дальнейшем увеличении размера ассортимента иррациональный агент отказывается от получения информации о полезности всех альтернатив и вынужден пользоваться упрощающими выбор эвристиками. Однако слишком сильная чувствительность к сожалению приводит к тому, что с ростом размера ассортимента увеличивается ожидаемая полезность наилучшего товара, представленного в ассортименте, это, в свою очередь, может увеличивать сожаление иррационального агента, если он решает воспользоваться упрощающей эвристикой, и уменьшать его полезность от выбора. Следовательно, с ростом размера ассорти-

мента иррациональный агент перестает получать информацию о полезности наилучшей альтернативы из-за больших издержек, но и пользоваться упрощающими эвристиками также не может из-за ожидаемого сожаления, тогда иррациональный агент перестает покупать товар. Заметим, что рациональный агент, не испытывающий чувство сожаления, при увеличении размера ассортимента и соответствующем росте издержек на поиск и обработку информации начинает пользоваться упрощающей выбор эвристикой и покупает товар даже при большом размере ассортимента.

Стоит отметить, что построенная в данной работе модель приводит к скачкообразному убыванию вероятности покупки товара иррациональным агентом, когда он перестает получать информацию и больше не покупает товар. Нам кажется, что причиной этого являются слишком строгие предпосылки относительно структуры поиска информации и упрощающей эвристики: агент либо получает информацию сразу про все товары представленные в ассортименте, либо вынужден выбирать товар случайным образом, не зная ничего о полезности. При дальнейшей работе с данной моделью можно ослабить эти предпосылки и допустить получение информации только о части представленных в ассортименте товаров. Тогда, можно предположить, что при некоторых условиях с ростом размера ассортимента агент будет уменьшать размер получаемой информации, что, в свою очередь, отразится в плавном убывании вероятности покупки.

Список литературы

1. Chernev A., Bockenholt U., Goodman J., *Choice overload: A conceptual review and meta-analysis*. Journal of Consumer Psychology, 2015
2. Chorus C., *Random Regret Minimization: An Overview of Model Properties and Empirical Evidence*. Transport Reviews, 2012
3. Chorus C., *A New Model of Random Regret Minimization*. EJTIR, 2010
4. Diehl K., Poynor C., *Great Expectations?! Assortment Size, Expectations, and Satisfaction*. Journal of Marketing Research, 2010
5. Iyengar S., Lepper M., *When Choice is Demotivating: Can One Desire Too Much of a Good Thing?* Journal of Personality and Social Psychology, 2000
6. Loomes G., Sugden R., *Regret Theory: An Alternative Theory of Rational Choice Under Uncertainty*. The Economic Journal, 1982
7. Reutskaja E., Hogarth R., *Satisfaction in Choice as a Function of the Number of Alternatives: When “Goods Sate”*. Psychology&Marketing, 2009
8. Schwartz B., *The Paradox of Choice: Why More Is Less*, 2004
9. Shah A., Wolford G., *Buying Behavior as a Function of Parametric Variation of Number of Choices*. Association for Psychological Science, 2007
10. Szrek H., *How the number of options and perceived variety influence choice satisfaction: An experiment with prescription drug plans*. Judgment and Decision Making, 2017
11. Zuckerman M., Porac J., Lathin D., Smith R., Deci E., *On the Importance of Self-Determination for Intrinsically-Motivated Behavior*. Personality and Social Psychology Bulletin, 1978

Приложение 1

Докажем, что функция $EU_{Info}^R(n)$ выпукла вверх для $n \geq 0$, учитывая, что $0 < a < b$; $a < p < b$; $c > 0$.

$$EU_{Info}^R(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

На знак второй производной будет влиять только часть функции $EU_{Info}^R(n)$, следовательно, будем исследовать функцию $f(n)$:

$$f(n) = -\frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1}$$

$$f(n) = (p-a) \left(-\frac{(b-a)}{(p-a)} \frac{1}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{1}{n+1} \right)$$

Сделаем замену $k = \frac{p-a}{b-a}$, где $0 < k < 1$, $x = n+1 \geq 1$, тогда функцию $f(n)$ можно переписать в следующем виде:

$$f(x) = (p-a) \left(-\frac{1}{kx} + k^x \frac{1}{kx} \right) = \frac{p-a}{k} \left(\frac{1}{x} (k^x - 1) \right)$$

Положительная константа $\frac{p-a}{k}$ не влияет на выпуклость, поэтому перейдем к анализу функции $h_k(x)$:

$$h_k(x) = \frac{1}{x} (k^x - 1), \text{ где } 0 < k < 1 \text{ и } x \geq 1$$

Хотим доказать, что $h_k(x)$ выпукла вверх $\forall x \geq 1$ при $k \in (0, 1)$.

Утверждение 1: при $k = \frac{1}{2}$ $h_{\frac{1}{2}}(x)$ выпукла вверх $\forall x > 0$.

Доказательство:

$$h_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{x} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^x - 1 \right)$$

Чтобы доказать выпуклость функции вверх, нужно доказать, что $h''_{\frac{1}{2}}(x) < 0$.

То есть доказать, что:

$$h''_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{2}{x^3} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^x - 1 \right) - \frac{2}{x^2} \ln\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \right)^x + \frac{1}{x} \ln^2\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \right)^x < 0$$

Так как $x > 0$, домножим предыдущее выражение на x^3 , затем перенесем 2 в другую сторону неравенства, тогда задача примет следующий вид:

$$\left(\frac{1}{2} \right)^x (2 - 2\ln\left(\frac{1}{2}\right)x + x^2 \ln^2\left(\frac{1}{2}\right)) < 2$$

Обозначим $g(x) = \left(\frac{1}{2} \right)^x (2 - 2x \ln\left(\frac{1}{2}\right) + x^2 \ln^2\left(\frac{1}{2}\right))$, заметим, что:

$$1. g(0) = 2$$

$$2. \forall x : g'(x) = -2^{(-x)} x^2 \ln 2 < 0$$

Это означает, что $\forall x > 0 : g(x) < 2$

Следовательно, $h_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{x} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^x - 1 \right)$ выпукла вверх $\forall x > 0$.

Утверждение 2: при $k \in (0, 1)$ $h_k(x)$ выпукла вверх $\forall x > 0$.

Доказательство:

$$h_k(x) = \frac{1}{x} (k^x - 1) = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2}^{x \log_{1/2}(k)} - 1 \right) = \log_{1/2} k \frac{1}{x} \frac{1}{\log_{1/2}(k)} \left(\frac{1}{2}^{x \log_{1/2} k} - 1 \right) = \log_{1/2}(k) h_{\frac{1}{2}}(x \log_{1/2}(k))$$

При $k \in (0, 1)$ константа $\log_{1/2}(k) > 0$, тогда для доказательства того, что $h_k(x)$ - выпуклая вверх функция, достаточно доказать, что $h_{\frac{1}{2}}(x \log_{1/2}(k))$ - выпуклая вверх функция. В **Утверждении 1** мы доказали, что $\forall x > 0$ $h_{\frac{1}{2}}(x)$ - выпуклая вверх функция, следовательно, $h_{\frac{1}{2}}(x \log_{1/2}(k))$ - выпуклая вверх функция, так как $\log_{1/2}(k) > 0$.

Следовательно, $h_k(x)$ - выпуклая вверх $\forall x > 0$ при $k \in (0, 1)$.

Тогда функция $EU_{Info}^R(n)$ выпукла вверх для $n \geq 0$.

Приложение 2.1

Утверждение 1: При $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ для того, чтобы выполнялось $EU_{Info}^{IR}(2) > 0$, необходимо и достаточно того, что $c < \frac{2b+a-3p}{6} + \frac{(p-a)^3}{6(b-a)^2}$

Доказательство:

$$EU_{Info}^{IR}(n) = b - \frac{b-a}{n+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^n \frac{p-a}{n+1} - p - cn$$

$$EU_{Info}^{IR}(2) = b - \frac{b-a}{2+1} + \left(\frac{p-a}{b-a}\right)^2 \frac{p-a}{2+1} - p - 2c = \frac{2b+a-3p}{3} + \frac{(p-a)^3}{2(b-a)^2} - 2c$$

Хотим найти такие ограничения на c , чтобы $\frac{2b+a-3p}{3} + \frac{(p-a)^3}{2(b-a)^2} - 2c > 0$. Заметим, что для $c \approx 0$ это неравенство всегда выполняется, так как $a < p \leq \frac{a+b}{2}$.

Тогда для того, чтобы выполнялось $EU_{Info}^{IR}(2) > 0$, необходимо и достаточно того, что $c < \frac{2b+a-3p}{6} + \frac{(p-a)^3}{6(b-a)^2}$.

Приложение 2.2

Утверждение 1: При $a < p \leq \frac{a+b}{2}$ для того, чтобы выполнялось $EU_3(2) < 0$, необходимо и достаточно того, что $\beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}$.

Доказательство:

$$EU_3(n) = \frac{a+b}{2} + \beta\left(\frac{a+b}{2} - \left(b - \frac{b-a}{n+1}\right)\right) - p$$

$$EU_3(2) = \frac{a+b}{2} + \beta\left(\frac{a+b}{2} - \left(b - \frac{b-a}{2+1}\right)\right) - p = \frac{a+b-2p}{2} + \beta\frac{a-b}{6}$$

$$EU_3(2) < 0, \text{ если } \frac{a+b-2p}{2} + \beta\frac{a-b}{6} < 0, \text{ то есть } \beta > \frac{3(a+b-2p)}{b-a}.$$