Логика и теория алгоритмов

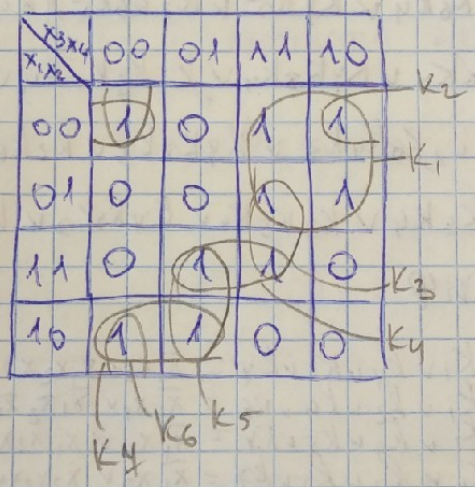
ДЗ №2 Сушина А. ИУ7-41б.

Вариант №24

№1.

Для булевой функции f, найти: а) сокр. ДНФ б) ядро в) все тупиковые ДНФ

				f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



$K_1 = 0x1x = \bar{x}_1 x_3$

$K_2 = 00x0 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$

$K_3 = x111 = x_2 x_3 x_4$

$K_4 = 11x1 = x_1 x_2 x_4$

$K_5 = 1x01 = x_1 \bar{x}_3 x_4$

$K_6 = 100x = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

$K_7 = x000 = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

а) Найти сокращенную ДНФ

$K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7 =$

$= \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

б) найти ядро функции.

Единицы, покрытые 1 раз: 0011, 0110.

Ядро: $K_1 = \bar{x}_1 x_3$

в) Найти все тупиковые ДНФ и указать, какие

из них являются минимальными:

Единицы, не покрытые ядрами: 0000, 1000, 1001, 1101,

Функция Патрика: $(K_7 \vee K_2)(K_4 \vee K_6)(K_6 \vee K_5)(K_5 \vee K_4)(K_4 \vee K_3)$

$= (K_7 \vee K_2K_7 \vee K_7K_6 \vee K_2K_6)(K_6K_5 \vee K_6K_4 \vee K_5 \vee K_5K_4) \cdot (K_4 \vee K_3)$

$= (K_7 \vee K_2K_6)(K_6K_4 \vee K_5)(K_4 \vee K_3) =$

$= (K_6K_4K_7 \vee K_2K_6K_4 \vee K_7K_5 \vee K_2K_6K_5)(K_4 \vee K_3) =$

$= K_6K_4K_7 \vee K_2K_6K_4 \vee K_7K_5K_4 \vee K_2K_6K_5K_4 \vee$

$\vee K_6K_4K_7K_3 \vee K_2K_6K_4K_3 \vee K_7K_5K_3 \vee K_2K_6K_5K_3$

$= K_6K_4K_7 \vee K_2K_6K_4 \vee K_7K_5K_4 \vee K_7K_5K_3 \vee K_2K_6K_5K_3$

Тупиковые ДНФ:

а) $K_6K_4K_7 =$

1) $K_1 \vee K_4 \vee K_6 \vee K_7 = \bar{x}_1x_3 \vee x_1x_2x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$

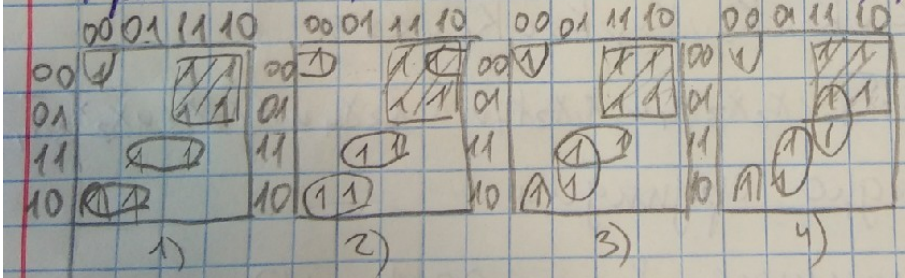
2) $K_1 \vee K_2 \vee K_4 \vee K_6 = \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3$

3) $K_1 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7 = \bar{x}_1x_3 \vee x_1x_2x_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$

4) $K_1 \vee K_3 \vee K_5 \vee K_7 = \bar{x}_1x_3 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$

5) $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_5 \vee K_6 = \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$

Кратчайшие из минимальных покрытий 1, 2, 3, 4



№2

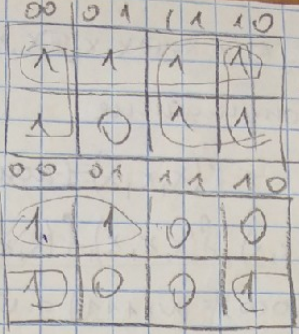
$f = (((x_1 \oplus x_2) \vee x_2) \Rightarrow (\bar{x}_2 \mid x_3)) \vee (x_2 \oplus \bar{x}_3)$

$w = (11001010)$

а)

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

б)



$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_2$

$w(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_1\,\overline{x_3}$

	T_0	T_1	S	M	L
f	−	+	−	−	−
w	−	−	−	−	−

Системата пълна.

$f(x_1 x_2 x_3) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus a_{23} x_2 x_3 \oplus$

$\oplus a_{123} x_1 x_2 x_3$

$f(0,0,0) = 1 \Rightarrow a_0 = 1$

$f(1,0,0) = a_0 \oplus a_1 = 1 \Rightarrow a_1 = 0$

$f(0,1,0) = a_0 \oplus a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = 0$

$f(0,0,1) = a_0 \oplus a_3 = 1 \Rightarrow a_3 = 0$

$f(1,1,0) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_{12} = 1 \Rightarrow a_{12} = 0$

$f(1,0,1) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_{13} = 0 \Rightarrow a_{13} = 1$

$f(0,1,1) = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{23} = 1 \Rightarrow a_{23} = 0$

$f(1,1,1) = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_1 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{23} \oplus a_{123} = 1 \Rightarrow a_{123} = 1$

$f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$

$w(000) = 1 \Rightarrow a_0 = 1$

$w(100) = a_0 \oplus a_1 = 1 \Rightarrow a_1 = 0$

$w(010) = a_0 \oplus a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 1$

$w(001) = a_0 \oplus a_3 = 1 \Rightarrow a_3 = 0$

$w(110) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_{12} = 1 \Rightarrow a_{12} = 1$

$w(101) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_{13} = 0 \Rightarrow a_{13} = 1$

$w(011) = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{123} = 0 \Rightarrow a_{23} = 1$

$w(111) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{23} \oplus a_{123} = 0 \Rightarrow a_{123} = 1$

$w(x_1 x_2 x_3) = 1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$

2) $w(x, x, x) = \bar{x}$ – отрицание

$f(0,0,0) = f(1,1,1) = 1 \Rightarrow f(x,x,x) = 1$ – константа 1

$\overline{f(x,x,x)} = w(f(x,x,x), f(x,x,x), f(x,x,x)) \equiv 0$ – константа 0.

$w(f(000) f(000) f(000)) = w(111) = 0$

$w(f(111) f(111) f(111)) = w(1,1) = 0$

Для дизъюнкции ~~задана~~ из $f = x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$ зафиксируем $x_1 = 1$

$d(x,y) = f(f(x,x,x), x, w(y,y,y)) = x \vee y$

Проверка: $d(0,0) = f(f(000), 0, w(000)) = f(1,0,1) = 0$

$d(0,1) = f(f(000), 0, w(111)) = f(1,0,0) = 1$

$d(1,0) = f(f(011), 1, w(000)) = f(1,1,1) = 1$

$d(1,1) = f(f(111), 1, w(011)) = f(1,1,0) = 1$

Для конъюнкции из $w = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3$ зафиксируем $x_3 = 1$

$w(x_1, x_2, 1) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \cdot 0 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 = x \downarrow y$

$K(x,y) = w(\bar{x}, \bar{y}, 1) = w(w(x,x,x), w(y,y,y), f(x,x,x)) = x \downarrow y$

Проверка $K(00) = w(w(000), w(000), 1(000)) = w(111) = 0$

$K(01) = w(w(000), w(111), f(000)) = w(101) = 0$

$K(10) = w(w(111), w(000), f(111)) = w(011) = 0$

$K(11) = w(w(111), w(111), w(111)) = w(001) = 1.$