|  |  |
| --- | --- |
| **Gerb-BMSTU_01** | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Дисциплина:** Математическая статистика  **Тема** Интервальные оценки  **Студент** Сушина А.Д.  **Группа** ИУ7-61б  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель** Саркисян П.С. |  |

Москва.

2020 г

# Постановка задачи

**Цель работы:** построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.

**Содержание работы**

1. Для выборки объема n из нормальной генеральной совокупности X реализовать в виде программы на ЭВМ
   1. вычисление точечных оценок и математического ожидания MX и дисперсииDXсоответственно;
   2. вычисление нижней и верхней границ , для γ-доверительного интервала для математического ожидания MX;
   3. вычисление нижней и верхней границ , для γ-доверительного интервала для дисперсии DX;
2. вычислить и S2 для выборки из индивидуального варианта;
3. для заданного пользователем уровня доверия γ и N–объема выборки из индивидуального варианта:
   1. на координатной плоскости Oyn построить прямую y= , также графики функций y= , y= и y= как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N;
   2. на другой координатной плоскости Ozn построить прямую z=, также графики функций z=, z= и z= как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N.

# Аналитическая часть

## Определение γ-доверительного интервала для значения параметра распределения случайной величины;

Пусть – случайная выборка объёма n из генеральной совокупности X с функцией распределения F(x;θ), зависящей от параметра θ, значение которого неизвестно.

Предположим, что для параметра θ в построенном интервале (, ), где и являются функциями случайной выборки n такими, что выполняется равенство:

В этом случае интервал (, ) называют интервальной оценкой для параметра θ с коэффициентом доверия (сокращенно, -доверительной интервальной оценкой), а и соответственно нижней и верхней границами интервальной оценки. Интервальная оценка (, ) представляет собой интервал со случайными границами, который с заданной вероятностью накрывает неизвестное истинное значение параметра .

Интервал (, ) называют доверительным интервалом для параметра с коэффициентом доверия или -доверительным интервалом, где – любая реализация случайной выборки .

## Формулы для вычисления границ γ-доверительного интервала для математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины

Пусть n – случайная выборка объёма n из генеральной совокупности X, распределенной по нормальному закону с параметрами .

**Оценка для математического ожидания**

**при известном σ:**

**= ,**

**= ,**

**при неизвестном σ:**

**= ,**

**= ,**

где:

* – оценка мат. ожидания,
* n – число опытов,
* – точечная оценка дисперсии случайной выборки ,
* - квантиль уровня для нормального распределения N(0,1),
* – квантиль уровня для распределения Стьюдента с степенями свободы,
* **.**

**Оценка для дисперсии**

=

**=**

где:

* n – выборка,
* – квантиль уровня для распределения с степенями свободы,
* **.**

# Технологическая часть

## Текст программы

|  |
| --- |
| Листинг 1. Текст программы lab2.m  function lab2()  X = [14.90, 14.40, 13.56, 15.55, 13.97, 16.33, 14.37, 13.46, 15.51, 14.69,...  13.41, 14.24, 15.65, 14.54, 13.55, 13.15, 14.32, 15.04, 13.27, 14.60,...  13.83, 13.93, 14.11, 14.15, 15.48, 15.96, 14.46, 13.87, 13.67, 15.30, ...  13.95, 16.08, 18.25, 14.93, 15.37, 14.38, 15.56, 13.92, 14.23, 12.80, ...  13.16, 13.89, 14.24, 13.90, 12.82, 13.20, 13.89, 13.50, 13.44, 16.13, ...  14.68, 15.27, 13.35, 13.62, 16.16, 16.46, 13.83, 14.13, 15.68, 15.22, ...  12.59, 12.94, 13.09, 16.54, 14.61, 14.63, 14.17, 13.34, 16.74, 16.30, ...  13.74, 15.02, 14.96, 15.87, 16.03, 12.87, 14.32, 14.48, 14.57, 14.43, ...  12.61, 14.52, 15.29, 12.07, 14.58, 11.74, 14.97, 14.31, 12.94, 12.82, ...  14.13, 14.48, 12.25, 14.39, 15.08, 12.87, 14.25, 15.12, 15.35, 12.27, ...  14.43, 13.85, 13.16, 16.77, 14.47, 14.89, 14.95, 14.55, 12.80, 15.26, ...  13.32, 14.92, 13.44, 13.48, 12.81, 15.01, 13.19, 14.68, 14.44, 14.89];    N = 1:length(X);    gamma = 0.9;  alpha = (1 - gamma)/2;    mu = expectation(X);  sSqr = variance(X);    fprintf('mu = %.2f\n', mu);  fprintf('S^2 = %.2f\n\n', sSqr);    muArray = expectationArray(X, N);  varArray = varianceArray(X, N);    figure  plot([N(1), N(end)], [mu, mu], 'm');  hold on;  plot(N, muArray, 'g');    Ml = muArray - sqrt(varArray./N).\*tinv(1 - alpha, N - 1);  plot(N, Ml, 'b');    fprintf('mu\_low = %.2f\n', Ml(end));    Mh = muArray + sqrt(varArray./N).\*tinv(1 - alpha, N - 1);  plot(N, Mh, 'r'), legend('y=mu', 'y=mu\_n', 'y=mu-low\_n', 'y=mu-high\_n');  grid on;  hold off;    fprintf('mu\_high = %.2f\n', Mh(end));    figure  plot([N(1), N(end)], [sSqr, sSqr], 'm');  hold on;  plot(N, varArray, 'g');    Sl = varArray.\*(N - 1)./chi2inv(1 - alpha, N - 1);  plot(N, Sl, 'b');    Sh = varArray.\*(N - 1)./chi2inv(alpha, N - 1);  plot(N, Sh, 'r'), legend('z=S^2', 'z=S^2\_n', 'z=S^2-low\_n', 'z=S^2-high\_n');  grid on;  hold off;      fprintf('sigma^2\_low = %.2f\n', Sl(end));  fprintf('sigma^2\_high = %.2f\n', Sh(end));  end    function mu = expectation(X)  mu = mean(X);  end    function sSqr = variance(X)  sSqr = var(X);  end    function muArray = expectationArray(X, N)  muArray = zeros(1, length(N));  for i = 1:length(N)  muArray(i) = expectation(X(1:N(i)));  end  end    function varArray = varianceArray(X, N)  varArray = zeros(1, length(N));  for i = 1:length(N)  varArray(i) = variance(X(1:N(i)));  end  end |

# Экспериментальная часть

## Результаты расчетов и графики для выборки из индивидуального варианта

|  |  |
| --- | --- |
|  | 14.35 |
| S2 | 1.28 |
| (, ) | (14.18, 14.52) |
| (2, 2) | (1.05, 1.60) |

|  |
| --- |
| Рис 1. Результат работы программы |

Построение на координатной плоскости Oyn прямой y= , также графиков функций y= , y= и y= как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N.

|  |
| --- |
| График 1. |

Построение на другой координатной плоскости Ozn прямой z=, также графиков функций z=, z= и z= как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N.

|  |
| --- |
| График 2. |